Sauf mention contraire, tout est à savoir.

Espaces vectoriels

Espaces vectoriels, rappels de sup

- Espaces vectoriels, sous-espaces vectoriels, exemples de référence ;
- Applications linéaires, noyau, image, opérations dans $\mathcal{L}(E, F)$ et $\mathcal{L}(E)$, isomorphismes, formule de binôme ;
- Familles libres, familles liées, familles génératrices ;
- Bases, applications linéaires et bases ;
- Produit d'un nombre fini d'ev ; dimension ;
- Somme, somme directe d'une famille de sous-ev ;
- Base apaptée à un sous-ev ;
- Base adaptée à $E = \bigoplus_{i=1}^{p} E_i$;
- $\dim(\sum_{i=1}^{p} E_i) \leq \sum_{i=1}^{p} \dim(E_i)$, avec égalité si et seulement si la somme est directe.
- Projections, symétries
- Sous-espaces stables, endomorphismes induits.

Algèbre

Définition, exemples et morphismes d'algèbre.

Espaces vectoriels de dimension finie, rappels de sup

- **Dimension finie**
  - Espaces vectoriels de dimension finie ;
  - Existence d'une base, extraction d'une base, théorème de la base incomplète, exemples de référence ;
  - Cardinal d'une famille libre, génératrice et dimension, application : polynôme interpolateur de Lagrange ;
  - Sous-espaces vectoriels et dimension ;
  - Rang d'une famille de vecteurs.

- **Applications linéaires et dimension finie**
  - Rang d'une application linéaire ;
  - Théorème du rang ;
  - Caractérisation de la bijectivité par la dimension ;
  - Rang et composition.

Calcul matriciel

- **Calcul matriciel, révision de sup**
  LES MATRICES NILPOTENTES SERONT POUR LE PROCHAIN PROGRAMME.
  — Définition , définition des matrices E_{ij}, I_n, addition et multiplication par un scalaire, toute matrice est combinaison linéaire des E_{ij} ;
  — Produit de matrices et écriture à l'aide du produit matriciel faisant intervenir les lignes et les colonnes , $E_{ij}E_{kl}$, formule du binôme ; puissances et polynômes de matrices.
  — Matrices transposées et opérations ;
  — Matrices inversibles, opérations, inverse d'une matrice 2×2 ;
  — Matrices diagonales : produit, inversibilité, inverse ;
  — Matrices triangulaires : produit et inversibilité ;
  — Matrices symétriques et antisymétriques. Toute matrice se décompose de façon unique comme la somme d'une matrice symétrique et antisymétrique.
  — Matrices par blocs et opératrions ;
  — Trace d'une matrice, linéarité, invariance par transposition, $\operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA)$.

Représentation matricielle

- **Matrice d'une application linéaire, matrice d'une famille de vecteurs, révisions de sup**

  — Matrice d'une famille de vecteurs dans une base, d'une application linéaire dans deux bases, d'un endomorphisme dans une base ;
  — Traduction matricielle de $y = f(x)$, $\lambda f + \mu g$, $g \circ f$, f^{-1}, ...
  — Interprétation d'une matrice triangulaire, diagonale, matrice d'une projection ou d'une symétrie dans une base adaptée ;
  — Traduire matriciellement la stabilité d'un sous-ev à l'aide de matrices par blocs ;
  — Image et noyau d'une matrice.

- **Changement de base(s) révisions de sup**

  — Matrices de passage et leurs inverses.
  — Formules de changement de base : pour les coordonnées d'un vecteur, pour la matrice d'une application linéaire, pour la matrice d'un endomorphisme.
  — Matrices semblables ; retraduction à l'aide de matrices de passage lorsque l'on a une matrice d'un endomorphisme ;
  — Invariance du rang et de la trace par similitude ;
  — Trace d'un endomorphisme.

À savoir démontrer

- CCINP 60
- CCINP 64
- CCINP 71
- CCINP 87
- CCINP 90