Sauf mention contraire, tout est à savoir.

Fonctions , révisions de sup

- **Fonctions usuelles**
  - Arcsin , Arccos , Arctan , ch , sh , th : définition, dérivabilité, dérivée, variations ;
  - Polynômes de Tchebychev.
- **Théorèmes de continuité**
  - Théorème des valeurs intermédiaires ;
  - Théorème de la bijection ; continuité de la bijection rćiproque ;
  - Toute fonction injective sur un intervalle est strictement monotone.
- **Théorème de dérivation**
  - Dérivation des fonctions réciproques ;
  - Théroème de Rolle ;
  - Égalité/inégalité des accroissement finis ; ináglité : $\forall x \in \mathbb{R},\ |\sin(x)| \leq |x|$;
  - Théorème de la limite de la dérivée ;
  - Suites $u_{n+1} = f(u_n)$, avec f contractante (notamment la relation $|u_n - \ell| \leq k^n |u_0 - \ell|$).

Fonctions convexes

- Définition des fonctions convexes et concaves ;
- Caractérisation de la convexité par la convexité de l'épigraphe.
- Caractérisation de la convexité/concavité par le taux d'accroissement, en particulier pour $a \in I,\ \varphi_a : x \mapsto \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ est croissante sur $I \setminus \{a\}$ pour une fonction convexe et décroissante pour une fonction concave ;
- Convexité/concavité et monotonie de la dérivée ; caractérisation par la position de la tangente par rapport à la courbe représentative ;
- Convexité/concavité et signe de la dérivée seconde ;
- Inégalités de convexité/concavité : $f\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i x_i\right) \leq \sum_{i=1}^n \lambda_i f(x_i)$ / $f\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i x_i\right) \geq \sum_{i=1}^n \lambda_i f(x_i)$;
- Inégalités des convexité concavité : $\forall x \in \mathbb{R},\ e^x \geq 1 + x,\ \ \forall x \in \mathbb{R}_+^*,\ \ln(x) \leq x - 1$.

À savoir démontrer

- (***Polynômes de Tchebychev***) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose : $\forall x \in [-1, 1],\ T_n(x) = \cos(n \operatorname{Arccos}(x))$.
  1. Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}^*, \forall x \in [-1, 1],\ T_{n+1}(x) + T_{n-1}(x) = 2xT_n(x)$.
  2. En déduire que T_n est une fonction polynomiale, dont on précisera le degré et le coefficient dominant.
  3. Soit $n \in \mathbb{N}$. Montrer que : $\forall \theta \in \mathbb{R},\ \cos(n\theta) = T_n(\cos(\theta))$.
  4. Montrer que T_n est le seul polynôme vérifiant la relation précédente.
- CCINP 59
- CCINP 67
- CCINP 72
- CCINP 73