Travaux Pratiques de Physique

Lycée Charlemagne Paris

MP

2 heures
Calculatrices autorisées

Redressement mono-alternance

Objectif

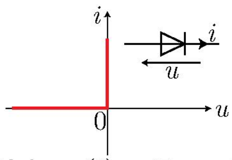
L'objectif de ce TP est d'observer comment une entrée sinusoïdale peut générer de nouvelles fréquences à la sortie d'un système non linéaire. Afin d'illustrer le phénomène, on étudiera le spectre fourni par un pont redresseur mono-alternance à diode, alimenté par une tension sinusoïdale.

I- Enrichissement du spectre

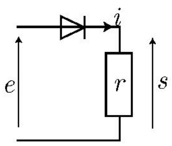
1. Approche théorique

Ce TP utilise une diode comme dipôle non linéaire. Sous sa forme idéale, cette diode se comporte comme un interrupteur commandé par le sens du courant (*cf.* caractéristique ci-dessous).

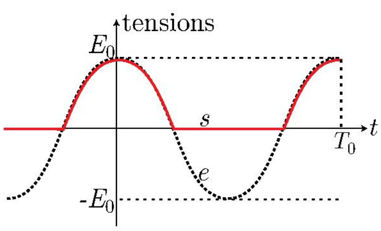
– Si l'on impose $i > 0$, l'interrupteur est fermé, ce qui se traduit par $u = 0$.
– Si l'on cherche à inverser le courant, l'interrupteur s'ouvre, imposant $i = 0$ pour $u < 0$.

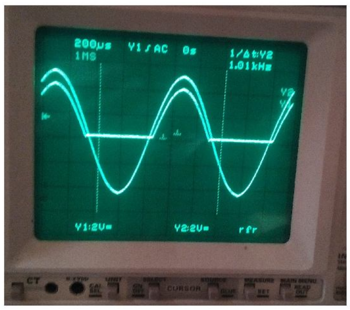


On réalisera le montage schématisé ci-dessous, dans lequel la tension $e(t)$ est sinusoïdale : $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$:



Expérimentalement, on observe les courbes suivantes :





Question

Expliquer, par le calcul, l'allure de la courbe de $s(t)$. Quelle est son expression analytique ?

La fonction $s(t)$ étant T_0-périodique, elle admet une décomposition en série de Fourier :

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\omega_0 t) \text{ où } \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \quad (1)$$

dont les coefficients :

$$a_0 = \frac{1}{T_0}\int_0^{T_0} s(t)\,\mathrm{d}t \qquad a_n = \frac{2}{T_0}\int_0^{T_0} s(t)\,\cos(n\omega_0 t)\,\mathrm{d}t \qquad b_n = \frac{2}{T_0}\int_0^{\infty} s(t)\,\sin(n\omega_0 t)\,\mathrm{d}t$$

composent le spectre de $s(t)$.

Question

Calculer les coefficients a_0, a_n et b_n. Notamment, présenter les coefficients a_n et b_n sous la forme :

$$a_{n>1} = E_0 \times f(n) \text{ et } b_{n\geqslant 1} = E_0 \times g(n) \tag{2}$$

où $f(n)$ et $g(n)$ sont des fonctions de n que l'on explicitera.

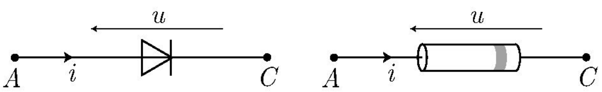
Appeler le professeur

Montrer au professeur le spectre déduit des calculs précédents et comparer avec le spectre de $e(t)$.

2. Approche expérimentale

Réaliser le montage schématisé précédemment, dans lequel :

- la résistance prend la valeur $r = 1$ kΩ ;
- le GBF délivre une tension sinusoïdale d'amplitude $E_0 = 5$ V et de fréquence $f_0 \simeq 1$ kHz ;
- la diode présente la polarité suivante :



Les tensions $s(t)$ et $e(t)$ seront visualisées sur l'écran d'un oscilloscope et à l'écran d'un ordinateur équipé de Latis Pro. On fera également apparaître à l'écran le spectre de $s(t)$ et on imprimera ces courbes.

Appeler le professeur

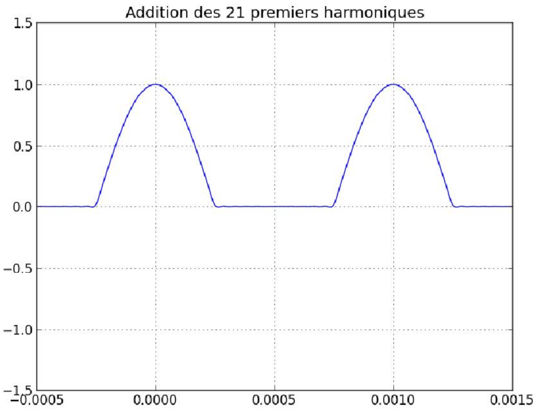
Montrer au professeur ces courbes ainsi que le spectre de $s(t)$ obtenu expérimentalement ; on commentera les résultats.

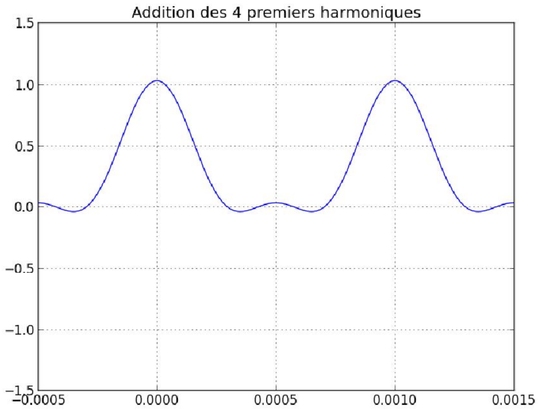
3. Approche numérique

Saisir, dans un script Python (ou compléter le script ci-dessous) la somme (1) en utilisant les expressions (2) des coefficients a_n et b_n. Par exemple, le script ci-dessous

```python
from math import*
import matplotlib.pyplot as plt
T0,E0=1E-03,1
W0=2*pi/T0
Nmax=10
def a(n):




def s(t):




X=[(t-500)*T0/1000 for t in range(2000)]
Y=[s(t) for t in X]
plt.plot(X,Y)
plt.title("Addition des {:.0f} premiers harmoniques".format(Nmax+1))
plt.ylim([-1.5,1.5])
plt.grid()
plt.show()
```

permet le tracé de la somme pour un nombre variable d'harmoniques :





Question

Imprimer le script ainsi réalisé et les courbes qu'il génère. On joindra ces documents au compte-rendu du TP.

II- Redressement de $s(t)$

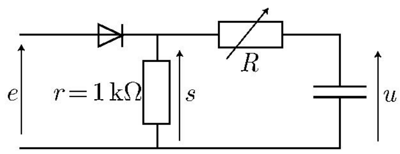
1. Approche théorique

On cherche à transformer une tension sinusoïdale $e(t) = E_0\cos(\omega_0 t)$ en tension continue.

Question

Compte tenu du spectre représenté en I-1., quel type de filtre conviendrait pour parvenir au résultat ? avec quelle pulsation de coupure ?

On filtre alors la tension $s(t)$ à l'aide du montage schématisé ci-dessous :



On posera : $\omega_c = \dfrac{1}{RC}$ avec $C = 100$ nF.

Question

Donner l'expression de la fonction de transfert $\underline{H}(\mathrm{j}\omega) = \dfrac{\underline{s}}{\underline{e}}$ en fonction de ω et ω_c. En déduire les expressions du module et de l'arguments de $\underline{H}(\mathrm{j}\omega) = H(\omega)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\phi(\omega)}$.

La tension $s(t)$ admet une image complexe $\underline{s}$ qui se déduit de la série (1). Chaque harmonique de cette série (de pulsation $\omega_n = n\omega_0$) est alors soumis à la fonction de transfert $\underline{H}(\mathrm{j}\omega_n)$.

Question

Exprimer alors, en fonction des coefficients a_n de $H_n = H(n\omega_0)$ et de $\phi_n = \phi(n\omega_0)$, les coefficients A_0, $A_1, \cdots$ et φ_n de la série :

$$\underline{u} = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\,(n\omega_0 t - \varphi_n)} \Rightarrow \boxed{u(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n\cos(n\omega_0 t - \varphi_n)} \tag{3}$$

Question

Si le filtre RC était parfaitement adapté pour transmettre une tension $u = U_0$ constante, quelle serait l'expression de U_0 en fonction de E_0 ?

Dans la pratique $u(t)$ conserve des harmoniques de pulsation non nulle. Pour simplifier les calculs, nous limiterons le développement (3) à la première de ces composantes :

$$u(t) \simeq A_0 + A_1 \cos(\omega_0 t - \varphi_1)$$

Question

Justifier cette approximation.

Soient $\langle u \rangle$ la valeur moyenne de $u(t)$ sur une période et $u_{\max}$, $u_{\min}$ les valeurs maximale et minimale de $u(t)$ respectivement. On définit le *taux d'ondulation* de $u(t)$ par :

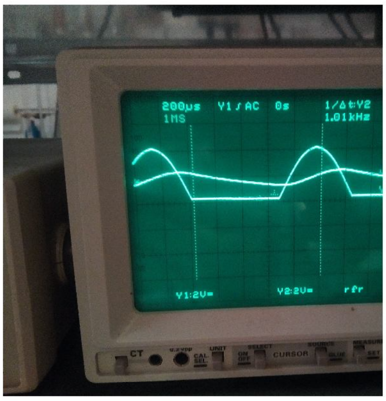
$$\tau = \frac{u_{\max} - u_{\min}}{\langle u \rangle} = \frac{\Delta u}{\langle u \rangle}$$

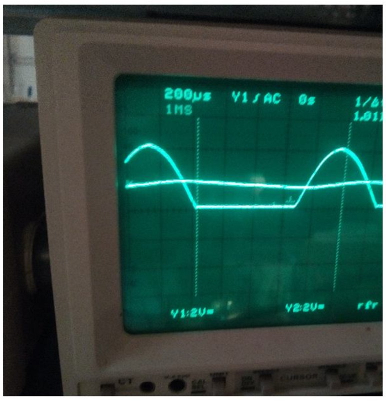
Question

Quelle valeur minimale $R_{\min}$ doit-on affecter à R pour que τ n'excède pas 10 % ?

2. Approche expérimentale

Réaliser le montage précédent avec un GBF qui délivre une tension sinusoïdale d'amplitude $E_0 = 5$ V et de fréquence $f_0 \simeq 1$ kHz. En modifiant la valeur de R, vérifier qu'il est possible de modifier les courbes visualisée sur l'écran de l'oscilloscope (courbes 1 et 2) :





Question

Imprimer les courbes ainsi obtenues en consignant les valeurs de R adoptées.

Pour réaliser l'expérience, on choisit $R \gg r$.

Question

Justifier ce choix

On appelle respectivement *courbe 1* et *courbe 2* les courbes obtenues expérimentalement avec un fort ou un faible taux d'ondulation respectivement.

Question

Comment peut-on justifier qualitativement l'allure de la tension $u(t)$ sur la courbe 1 ?

Sur la courbe 2, la tension $u(t)$ est presque stabilisée et oscille faiblement autour d'une valeur moyenne U_1.

Question

Évaluer expérimentalement U_1 et comparer avec la valeur de U_0 prévue par la théorie.

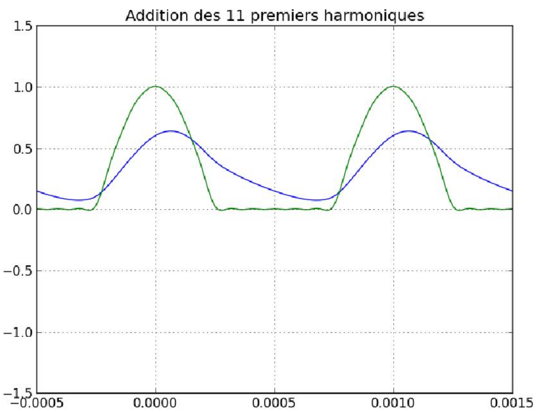
Question

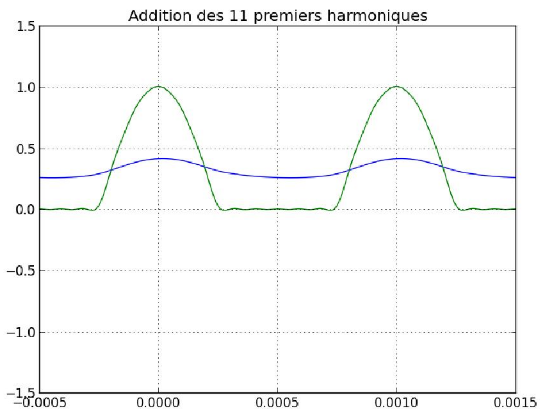
Dans les deux cas précédents, évaluer le taux d'ondulation et conclure.

3. Approche numérique

Saisir dans un script Python (ou compléter le script ci-dessous) la somme (3). Le programme ainsi obtenu devra pouvoir représenter simultanément les courbes $s(t)$ et $u(t)$ pour différentes valeurs de R. Par exemple, dans le script ci-dessous, les valeurs de R sont modifiée par le truchement de $\omega_c = \dfrac{1}{RC}$:

```
from math import*
import matplotlib.pyplot as plt
T0,E0=1E-03,1
w0=2*pi/T0
Nmax=10
#Définition de la série de s(t)
def a(n):



        return
def s(t):



    return S
#Définition de la série de u(t)
wc=4000
r=w0/wc
def H(n):
    return 1/sqrt(1+(n*r)**2)
def phi(n):
    return atan(r*n)
def u(t):



    return S
#Représentations graphiques
X=[(t-500)*T0/1000 for t in range(2000)]
Y1=[s(t) for t in X]
Y2=[u(t) for t in X]
plt.plot(X,Y2)
plt.plot(X,Y1)
plt.title("Addition␣des␣{:.0f}␣premiers␣harmoniques".format(Nmax+1))
plt.ylim([-1.5,1.5])
plt.grid()
plt.show()
```





Matériel disponible

Paillasses élèves
- 1 GBF ;
- 1 diode ;
- 1 résistance de 1 kΩ ;
- 1 oscilloscope ;
- 1 interface Sysam +
- 1 ordinateur + Latis Pro + imprimante ;
- 1 condensateur de 100 nF ;
- 1 boîte de résistances à décades.