Travaux Pratiques de Physique

Lycée Charlemagne Paris

MP

2 heures
Calculatrices autorisées

Filtres passe-bas, passe haut, passe-bande

Objectif
Ce TP a pour but de rappeler les principales caractéristiques des filtres passe-bar et passe-haut du premier ordre, par l'étude de leur diagrammes de Bode (en amplitude et en phase).
.

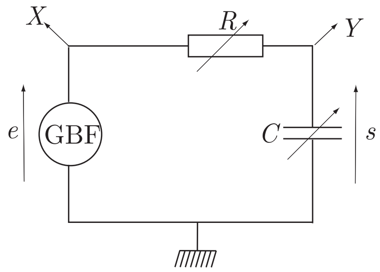
---

1 Filtre passe-bas

1.1 Principe du montage

Un GBF délivre une tension sinusoïdale $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$ mesurable par un oscilloscope qui reçoit, sur son autre entrée, la tension $s(t) = S_0 \cos(\omega t + \phi)$ qui règne aux bornes d'un condensateur de capacité C.

Établir l'expression de la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \dfrac{\underline{s}}{\underline{e}}$ de ce montage, où $\underline{s} = S_0\, \mathrm{e}^{j(\omega t+\phi)}$ et $\underline{e} = E_0\, \mathrm{e}^{j\omega t}$ sont les images complexes de $s(t)$ et $e(t)$.
On posera dorénavant $\omega_0 = \dfrac{1}{RC}$.



Question
Donner l'expression du gain en décibels G_{dB} en fonction de ω et ω_0.
En déduire le diagramme de Bode (on représentera au préalable les asymptotes du diagramme).
.

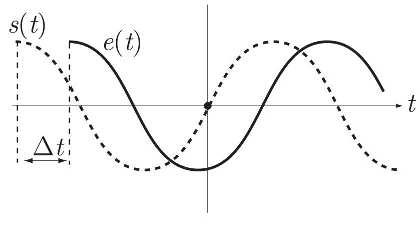
Montrer que le déphasage ϕ entre les tensions $e(t)$ et $s(t)$ vérifient :

$$\boxed{\tan\phi = -\frac{\omega}{\omega_0}} \quad (1)$$

et en déduire les expressions asymptotiques $\lim\limits_{\omega \gg \omega_0} \phi$, $\lim\limits_{\omega \ll \omega_0} \phi$, ainsi que la valeur de ϕ lorsque $\omega = \omega_0$.

Question
Représenter graphiquement ϕ en fonction de $\log\omega$.
.

Les courbes $e(t)$ et $s(t)$ présentent le déphasage de ϕ :



Question
Montrer que l'intervalle de temps Δt qui sépare deux *maxima* successifs des tensions $e(t)$ et $s(t)$ donne accès au déphasage ϕ : $\boxed{\phi = \omega \times \Delta t}$
.

1.2 Résultats expérimentaux

Réaliser le montage schématisé précédemment, dans lequel :

- une boîte de résistances à décades (de la marque CENTRAD) présente une résistance $R = 1$ kΩ ;
- une boîte de condensateurs à décades fournit une capacité $C = 0,5$ μF ;
- un oscilloscope permet la visualisation des tensions $e(t)$ et $s(t)$ aux entrées respectives X et Y ;
- un GBF délivre une tension sinusoïdale d'aplitude $E_0 = 4$ V et de fréquence f variable.

En modifiant la valeur de f, remplir le tableau suivant :

f (Hz)	20	40	60	80	100	200	300	400	600	800	1000	2000
S_0 (V)												
ϕ (rad)												
$\log \omega$												
G (dB)												

Question
Représenter graphiquement la courbe donnant ϕ en fonction de $\log \omega$.
Comparer l'allure de cette courbe à la courbe théorique. Notamment, comment peut-on y retrouver rapidement la valeur de ω_0 ? Effectuer l'opération et conclure.
.

Représenter le diagramme de Bode expérimental en amplitude (G en fonction de $\log \omega$)

Question
Fournir la courbe et la comparer à la courbe théorique.
Rechercher, sur cette courbe, la valeur de ω telle que $G = -3$ dB. Comparer alors cette valeur à $\dfrac{1}{RC}$ et conclure.
.

On appelle f_c la *fréquence de coupure* associée à la *pulsation de coupure* ω_0.

Question
Donner la valeur numérique de f_c déduite de la courbe expérimentale.
.

On considère deux signaux $e_1(t) = E_0\ \cos(\omega_1 t)$ et $e_2(t) = E_0\ \cos(\omega_2 t)$ de fréquences $f_1 \simeq 100$ Hz et $f_2 \simeq 2\,000$ Hz.

Question
Que peut-on dire des amplitudes S_1 et S_2 de sortie du filtre (les comparer qualitativement).
Pourquoi le montage réalisé s'appelle-t-il « filtre passe-bas » ?
.

1.3 Application du filtre

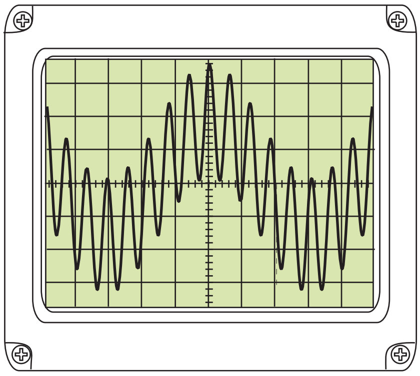
1.3.1 Addition de deux signaux

À l'aide du matériel disponible, on cherche à générer une tension $e(t)$ somme de $e_1(t) = E_0\ \cos(\omega_1 t)$ et $e_2(t) = E_0\ \cos(\omega_2 t)$, où $E_0 = 1$ V, $f_1 = 100$ Hz et $f_2 = 2\,000$ Hz.

On rappelle qu'il ne faut jamais associer en série 2 GBF (avec des prises de terre) ou en parallèle

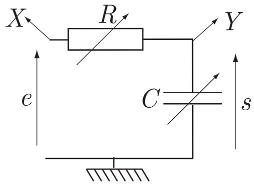
Appeler le professeur
Présenter au professeur l'option choisie et la tension $e(t)$ ainsi obtenue.
.

On devra observer à l'écran de l'oscilloscope un signal qui présente l'allure suivante :



1.3.2 Filtrage fréquenciel

Réaliser le montage ci-dessous : dans lequel les dipôles ont les mêmes caractéristiques que celles du montage précédent, et :



- R est un boîte de résistances à décades qui prend la valeur 1 kΩ ;
- C est une boîte de condensateurs à décades, de valeur $0,5\ \mu$F ;
- X et Y sont les entrées d'un oscilloscope qui permet la visualisation des tensions $e(t)$ et $s(t)$ (précédemment générée).

Question

Montrer que $s(t)$ contient deux composantes :

$$s(t) = S_1\ \cos(\omega_1 t + \phi_1) + S_2\ \cos(\omega_2 t + \phi_2)$$

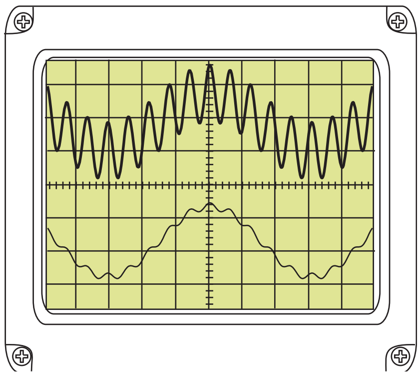
où S_1 et S_2 sont deux amplitudes et ϕ_i les déphasages tels que :

$$\tan\phi_i = -RC\omega_i \text{ et } \frac{S_1}{S_2} = \sqrt{\frac{1 + (RC\omega_2)^2}{1 + (RC\omega_1)^2}} \tag{2}$$

puis passer à l'application numérique.

.

Sur l'écran de l'oscilloscope s'affichent deux courbes :



Question

Expliquer en quoi ce résultat confirme le rôle de filtre passe-bas du montage réalisé.

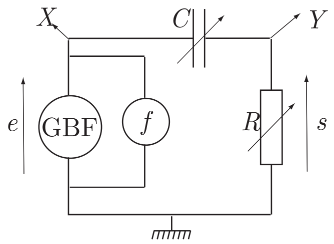
On calculera notamment le rapport $\dfrac{S_1}{S_2}$ que l'on comparera à la valeur numérique issue de la relation (2).

.

2 Filtre passe-haut

2.1 Principe du montage

On considère le montage ci-dessous :



Question

Donner l'expression de la fonction de transfert de ce montage et en déduire l'expression du gain en décibels $G(\omega) = 20 \log |\underline{H}(j\omega)|$ et de $\tan \phi$, où ϕ désigne le déphasage entre les tensions $e(t)$ et $s(t)$: $e = E_0 \cos(\omega t) \Rightarrow s(t) = S_0 \cos(\omega t + \phi)$.

.

On notera $\omega_0 = \dfrac{1}{RC}$, où $R = 1$ kΩ et $C = 0,5$ μF.

Question

Représenter graphiquement l'allure du diagramme de Bode en amplitude. De même, après avoir calculé $\lim\limits_{\omega \gg \omega_0} \phi(\omega)$, $\phi(\omega_0)$ et $\lim\limits_{\omega \ll \omega_0} \phi(\omega)$, tracer la courbe décrivant ϕ en fonction de $\log \omega$.

.

En s'inspirant du diagramme de Bode théorique et de la valeur numérique de ω_0, peut-on prévoir le comportement de ce montage à l'égard des tensions $e_1(t) = E_0 \cos(\omega_1 t)$ et $e_2(t) = E_0 \cos(\omega_2 t)$ de fréquences $f_1 = 100$ Hz et $f_2 = 2\,000$ Hz.

Question

En quoi ce montage réalise-t-il un filtrage fréquenciel et quelle est la nature de ce filtrage ?

.

2.2 Résultats expérimentaux

Réaliser le montage schématisé ci-dessus, dans lequel :

- un boîte de résistances à décades fournit $R = 1$ kΩ ;
- une boîte de condensateurs à décades fournit $C = 0,5$ μF ;
- un oscilloscope recueille les tensions $e(t)$ et $s(t)$ à ses entrées X et Y ;
- un fréquencemètre (f) indique la fréquence f de la tension $e(t)$.

En modifiant la valeur de f, remplir le tableau suivant :

f (Hz)	20	40	60	80	100	200	300	400	600	800	1000	2000
S_0 (V)												
ϕ (rad)												
$\log \omega$												
G (dB)												

Question

Représenter la courbe donnant ϕ en fonction de $\log \omega$ et commenter sa compatibilité avec la courbe prévue à la question 2.1 puis en déduire la valeur numérique de ω_0.

.

Représenter graphiquement le diagramme de Bode expérimental de ce montage et fournir cette courbe avec le compte-rendu du TP.

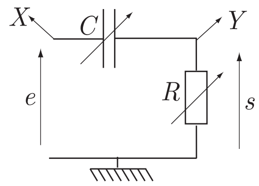
Question

Comparer l'allure de cette courbe à celle de la question 2.1.

À l'aide de ce diagramme, donner une nouvelle estimation de ω_0 et comparer la valeur obtenue à $\dfrac{1}{RC}$.

.

2.3 Application



Réaliser le montage permettant de générer une tension :

$$e(t) = e_1(t) + e_2(t) = E_0\ \cos(\omega_1 t) + E_0\ \cos(\omega_2 t)$$

. Utiliser ce montage pour alimenter le filtre RC schématisé ci-contre.

La tension $s(t)$ présente deux composantes :

$$s(t) = S_1\ \cos(\omega_1 t + \phi_1) + S_2\ \cos(\omega_2 t + \phi_2)$$

où S_1 et S_2 sont deux amplitudes qui dépendent de la pulsation et ϕ_i sont des déphasages tels que $\tan\phi_i = \dfrac{\omega_0}{\omega}$.

Question

De la loi précédente, déduire que :

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \times \sqrt{\frac{\omega_0^2 + \omega_2^2}{\omega_0^2 + \omega_1^2}}$$

Compte tenu des valeurs numériques de ω_0, ω_1, ω_2, donner une estimation de ce rapport.

.

Appeler le professeur

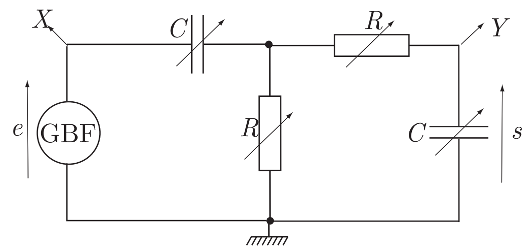
Décrire les courbes affichées à l'écran de l'oscilloscope (on distinguera les signaux aux entrées X et Y) et montrer que ces courbes confirment la relation précédente.
Dire pourquoi le montage proposé réalise un filtre passe-haut, et trouver une application concrète à ce montage.

.

3 Filtre passe-bande

3.1 Principe du montage

On s'intéresse au montage schématisé ci-dessous :



Question

Que valent H_0, Q et ω_0 permettant de présenter la fonction de transfert sous la forme suivante ?

$$\underline{H}(\mathrm{j}\omega) = \frac{H_0}{1 + \mathrm{j}Q\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

.

Pour tracer l'allure d'un diagramme de Bode, on commence par tracer ses asymptotes.

Question

En procédant ainsi, représenter les diagrammes de Bode asymptotiques du circuit en amplitude et en phase.

.

On fournira les courbes, ainsi que les expressions des asymptotes.

Question

Donner, en fonction de ω_0, les expressions des pulsations de coupure et représenter, sur le diagramme de Bode, la bande passante du montage. Que peut-on dire de l'acuité de ce filtre passe-bande ? Montrer que le gain en décibels est *maximum* pour $\omega = \omega_0$.

.

3.2 Résultats expérimentaux

Réaliser le montage schématisé ci-dessus, dans lequel :
– le GBF délivre une tension sinusoïdale $e(t)$, de fréquence f et d'amplitude $E_0 = 4$ V ;
– les condensateurs sont des boîtes de capacités à décades, telles que $C = 0,5$ μF ;
– les *resistor* sont des boîtes de résistances à décades, telles que $R = 1$ kΩ ;
– les entrées X et Y d'un oscilloscope reçoivent les tensions $e(t)$ et $s(t)$, d'amplitudes respectives E_0 et S_0.
En modifiant les valeurs de f remplir le tableau suivant :

f (Hz)	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330
S_0 (V)											
ω (rad $\cdot$ s^{-1})											
$\log \omega$											
$G = 20 \log \omega$											

f (Hz)	240	270	300	550	700	900	1100	1300	2000	4000
S_0 (V)										
ω (rad $\cdot$ s^{-1})										
$\log \omega$										
$G = 20 \log \omega$										

Questions

Représenter graphiquement le diagramme de Bode expérimental du montage. À l'aide de ce diagramme, repérer la pulsation ω_0 et la comparer à la valeur $\frac{1}{RC}$. Représenter, sur ce diagramme, les pulsations de coupure ω_1 et ω_2, puis en déduire leurs valeurs numériques. Comparer ces valeurs à celles prévues dans la question 3.1 Conclure.

.

Déduire du diagramme de Bode théorique en phase une méthode expérimentale permettant d'obtenir la valeur de la pulsation de coupure ω_0, à partir de la courbe de Lissajous de ce montage.

Question

Expliquer cette méthode et la mettre en œuvre. Conclusion ?

.

Matériel disponible

<u>Paillasses élèves</u>
– 2 boîtes de résistances à décades
– 2 boîtes de condensateurs à décades
– 2 fréquencemètres
– 2 GBF
– 1 oscilloscope
– 2 résistances de 10 kΩ

<u>Paillasse générale</u>
– Fils électriques
– Adaptateurs BNC-banane
– Papier millimétré cartésien, semi-log, log-log.