

FILIÈRE MP

PHYSIQUE

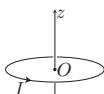
Dipôles magnétiques

Extrait du concours CCINP-MP 2017

I- Dipôles magnétiques

- Définir le vecteur moment magnétique $\vec{\mu}$ associé à une boucle de courant de rayon R et d'axe de révolution Oz , parcourue par un courant d'intensité I , dans le cadre de l'approximation dipolaire.

On note \vec{e}_z le vecteur unitaire de l'axe (Oz). Le sens de rotation directe autour de l'axe (Oz) est le sens d'orientation de l'intensité algébrique.



- Expliquer pourquoi une sphère chargée, en rotation autour d'un axe passant par son centre, est aussi caractérisée par un moment magnétique dont on précisera la direction et le sens (on ne demande pas le calcul, mais seulement la justification de son existence).

Dans le cas du proton (noyau d'hydrogène) qui tourne sur lui-même (rotation propre de vecteur rotation $\vec{\Omega}$ autour de l'axe Oz), on peut lui associer un moment magnétique $\vec{\mu}_P$ colinéaire à $\vec{\Omega}$ et de norme μ_P .

Soit un dipôle magnétique de moment $\vec{\mu}$, placé en O dans un champ magnétique extérieur uniforme permanent $\vec{B}_0 = B_0 \vec{e}_z$. On rappelle les expressions de l'énergie potentielle $\mathcal{E}_p = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}_0$ et du couple d'interaction : $\vec{\Gamma} = \vec{\mu} \wedge \vec{B}_0$.

- En déduire quelles sont les deux positions d'équilibre d'un moment dipolaire magnétique dans un champ magnétique extérieur uniforme \vec{B}_0 .

II- Rapports gyromagnétiques

Une boucle de courant est créée par un électron dans son mouvement orbital autour du noyau. On considère l'orbite circulaire, de rayon r_B et de centre O , contenue dans le plan xOy . Le vecteur vitesse de l'électron s'écrit $\vec{v} = v \vec{t}$, avec \vec{t} le vecteur unitaire tangent au cercle, orienté dans le sens direct autour de O .

- Exprimer le moment magnétique $\vec{\mu}_e = \mu_e \vec{e}_z$ associé à cette boucle de courant, en fonction du rayon r_B , de la vitesse v , du vecteur \vec{e}_z et de la charge élémentaire e .
- Exprimer le moment cinétique de l'électron $\vec{\sigma}_O = \sigma_e \vec{e}_z$, par rapport au point O , en fonction de v , r_B et de la masse m de l'électron.
- Exprimer le rapport gyromagnétique correspondant $\gamma_e = \frac{\mu_e}{\sigma_e}$ en fonction des constantes fondamentales et calculer sa valeur numérique.

Le corps humain est essentiellement constitué d'eau : l'hydrogène représente 10 % de la masse corporelle, c'est-à-dire 86 % de la composition chimique de notre organisme.

On peut, comme dans l'exemple de l'électron, associer au proton un rapport gyromagnétique égal au rapport de son moment magnétique et de son moment cinétique. Pour l'hydrogène H isolé, le rapport gyromagnétique, qui vaut $\gamma_p = 2,67.10^8 \text{ rad.s}^{-1}.\text{T}^{-1}$, est associé à un moment cinétique quantifié qui ne peut prendre que les valeurs $\pm \frac{h}{2}$.

III- Précession d'un dipôle

On écarte un dipôle d'un angle α par rapport à la position d'équilibre stable dans un champ magnétique $\vec{B}_0 = B_0 \vec{e}_z$.

- Écrire l'équation différentielle caractéristique de l'évolution du vecteur moment dipolaire sous la forme :

$$\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \vec{\omega}_0 \wedge \vec{\mu}$$

en précisant ce que vaut $\vec{\omega}_0$.

- Montrer que sa norme se conserve et que la projection du moment sur l'axe du champ magnétique se conserve aussi.
- Décrire le mouvement de la projection du vecteur dans un plan orthogonal au champ magnétique, en précisant ce que représente $\|\vec{\omega}_0\| = \omega_0$.
- Décrire le mouvement complet du dipôle en vous appuyant sur un dessin. Préciser le sens du mouvement de précession.

Données numériques

- Charge élémentaire $e = 1,6.10^{-19} \text{ C}$
- Masse de l'électron : $m = 9,1.10^{-31} \text{ kg}$
- Rapport gyromagnétique du proton : $\gamma_p = 2,67.10^8 \text{ rad.s}^{-1}.\text{T}^{-1}$

Réponses

I- Dipôles magnétiques

- $\vec{\mu} = IS \vec{e}_z$ où $S = \pi R^2$
- Équilibre stable pour $\vec{\mu}$ et \vec{B}_0 parallèles ($\mathcal{E}_p \text{ min} = -\mu B_0$) et instable si $\vec{\mu}$ et \vec{B}_0 anti-parallèles ($\mathcal{E}_p \text{ max} = \mu B_0$)

II- Rapports gyromagnétiques

- $\vec{\mu}_e = -\frac{evr_B}{2} \vec{e}_z$
- $\sigma_e = mvr_B$
- $\gamma_e = -\frac{e}{2m} = -8,8.10^{10} \text{ C.m}^{-1}$

III- Précession d'un dipôle

- $\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \vec{\omega}_0 \wedge \vec{B}_0$ où $\vec{\omega}_0 = -\gamma \vec{B}_0$
- Rotation avec la vitesse angulaire ω_0 .
- Sens des aiguilles d'une montre.