Filière MP

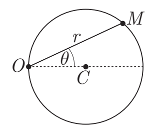
PHYSIQUE

Calcul de potentiels et champs par intégration

I- Électrostatique

Une sphère de centre C et de rayon R porte une charge Q à sa surface. La densité surfacique de charge est :

$$\sigma(M) = \sigma_0 \cos\theta \text{ avec } \theta \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$$

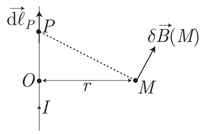


1. Calculer la charge totale Q.
2. Calculer le potentiel électrostatique en C.
3. Calculer le potentiel électrostatique en O.

II- Loi de Biot et Savart

Un élément de circuit $\mathrm{d}\vec{\ell}_P$, au voisinage d'un point P, parcouru par un courant d'intensité I, produit en M un champ élémentaire donné par la *loi de Biot et Savart* :

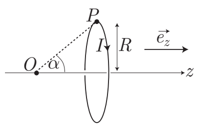
$$\delta\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\,\frac{\mathrm{d}\vec{\ell}_P \wedge \overrightarrow{PM}}{PM^3}$$



En déduire le champ magnétique produit par un fil rectiligne infini à une distance r. Comparer avec le résultat obtenu à partir du théorème d'Ampère.

III- Solénoïde fini

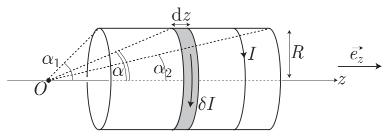
Une spire circulaire, de rayon R, est parcourue par un courant d'intensité I.



1. Montrer, à l'aide de la loi de Biot et Savart, qu'elle crée en un point O de son axe un champ magnétique :

$$\vec{B}(O) = \frac{\mu_0 I}{2R}\sin^3\alpha\,\vec{e}_z$$

2. Un solénoïde est constitué de spires jointives (n spires par unité de longueur) parcourues chacune par un courant d'intenisité I.



Sur une longueur $\mathrm{d}z$, les $n \times \mathrm{d}z$ spires se comportent comme une spire unique d'intensité $\delta I = n\,\mathrm{d}z \times I$.

a- En utilisant le résultat précédent, déterminer le champ magnétique $\vec{B}(O)$ en fonction de n, I, $\vec{e}_z$, μ_0, α_1 et α_2 (valeurs extrêmes de α).

b- En déduire le champ magnétique produit sur son axe par un solénoïde infini. Conclure.

Réponses

I- Électrostatique

1. $Q = \dfrac{4\pi R^3 \sigma_0}{3}$
2. $V(C) = \dfrac{\sigma_0\,R}{3\varepsilon_0}$
3. $V(O) = \dfrac{\sigma_0\,R}{2\varepsilon_0}$

II- Loi de Biot et Savart

$\vec{B}(M) = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi\,r}\,\vec{e}_\theta$

III- Solénoïde fini

2. $\vec{B}(O) = \dfrac{\mu_0\,nI}{2}(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1)\,\vec{e}_z$
3. $\vec{B}_\infty(O) = \mu_0\,nI\,\vec{e}_z$