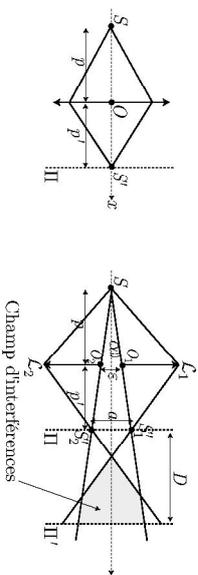


# Annexe 1 : Interférences par division du front d'onde

Les dispositifs interférentiels par division du front d'onde dérivent souvent de celui des trous d'Young. Cette annexe présente cinq de ces dispositifs.

## 1 – Bifentes de Billet

Une lentille mine, de distance focale image  $f'$ , forme d'un objet ponctuel  $S$  de l'axe optique  $(Ox)$  une image  $S'$  sur l'axe optique, coupé par un plan  $\Pi \perp (Ox)$  :



La relation de conjugaison de Descartes indique alors que :

$$\frac{1}{OS'} - \frac{1}{OS} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{f'} - \frac{1}{p} \Rightarrow p' = \frac{pf'}{p-f'}$$

Cette lentille est coupée en deux demi-lentilles  $L_1$  et  $L_2$  (bifentes de Billet) qui sont ensuite écartées verticalement d'une petite distance  $\varepsilon$ . On admet que :

- le rayon  $(SOS')$  qui n'était pas dévié en passant par  $O$  ne l'est toujours pas en passant par les points  $O_1$  et  $O_2$  issus du même point  $O$  ;
  - les images  $S'_1$  et  $S'_2$  de  $S$  par  $L_1$  et  $L_2$  se forment dans le même plan  $\Pi$  que l'image  $S'$ .
- Ainsi, les images  $S'_1$  et  $S'_2$  se comportent comme des sources secondaires mutuellement cohérentes, analogues à deux trous d'Young espacés de  $a = S'_1S'_2$ . Une figure d'interférences s'observe donc sur un plan  $\Pi'$  placé dans le champ d'interférences, avec :

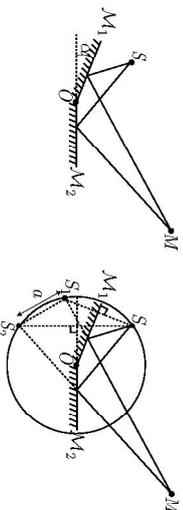
$$\delta = \frac{ax}{D} \Rightarrow p = \frac{ax}{\lambda_0 D} \Rightarrow i = \frac{\lambda_0 D}{a}$$

L'interfrange  $i$  de cette figure se calcule alors aisément à partir de  $a$ , car :

$$\tan \alpha = \frac{\varepsilon/2}{p} = \frac{a/2}{p+p'} \Rightarrow a = \varepsilon \times \left(1 + \frac{p'}{p}\right) \Rightarrow a = \frac{\varepsilon p}{p-f'}$$

## 2 – Miroirs de Fresnel

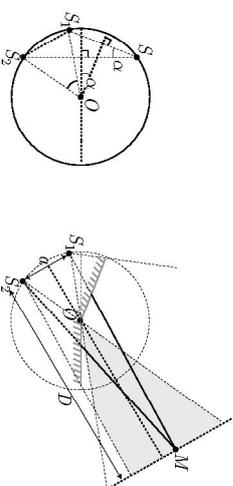
Deux miroirs  $M_1$  et  $M_2$ , ont une arête commune (de trace  $O$  sur le schéma), où ils forment un angle  $\alpha$  petit.



Un point  $M$  du champ d'interférences reçoit des rayons qui se réfléchissent : comme s'ils provenaient des images  $S_1$  et  $S_2$  de  $S$  par  $M_1$  et  $M_2$ .

On retrouve la configuration des trous d'Young que l'on peut à nouveau exploiter à condition de savoir exprimer  $a = S_1S_2$ .

Puisque  $S_1$  et  $S_2$  sont symétriques par rapport à  $M_1$  et  $M_2$ , il s'ensuit que  $OS = OS_1 = OS_2$ , suffit à montrer que  $S, S_1$  et  $S_2$  appartiennent à un même cercle de centre  $O$  et de rayon  $R = OS$  :



L'angle  $(S_1SS_2)$  vaut  $\alpha$ , le théorème de l'angle au centre permet d'affirmer que l'angle  $(S_1OS_2)$  vaut  $2\alpha$ . Ainsi :

$$\tan \alpha = \frac{a/2}{R} \Rightarrow a = 2R \tan \alpha \approx 2R\alpha$$

et il se forme des interférences sur tout écran  $\mathcal{E}$  situé dans le champ d'interférences, distant de  $D$  : franges rectilignes d'interfrange  $i = \frac{\lambda_0 D}{a}$ .

## 3 – Miroir de Lloyd

Une source ponctuelle, située à une hauteur  $h$  d'un miroir plan, éclaire un point  $M$  d'un écran, soit directement, soit après réflexion sur le miroir :



Le rayon qui se réfléchit en  $H$  semble provenir de l'image  $S'$  de  $S$  par le miroir, c'est-à-dire telle que  $SS' = a = 2h$ .  $S$  et  $S'$  se comportent alors comme des trous d'Young pour lesquels  $S'M - SM = \frac{ax}{D}$ . Aussi, en tenant compte du déphasage de  $\pi$  subi par le rayon réfléchi en  $H$  (qui augmente le chemin optique de  $\frac{\lambda_0}{2}$ ) :

$$(SHM) = (SH) + \frac{\lambda_0}{2} + (HM) = (S'H) + \frac{\lambda_0}{2} + (HM) = S'M + \frac{\lambda_0}{2}$$

$$\delta = (S'HM) - (SM) = S'M - SM + \frac{\lambda_0}{2} = \frac{ax}{D} + \frac{\lambda_0}{2} \Rightarrow p = \frac{ax}{\lambda_0 D} + \frac{1}{2}$$

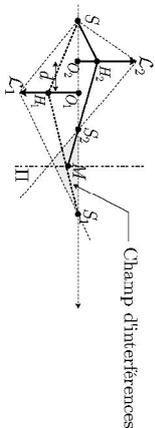
et :

La figure d'interférence est donc composée :

- de franges rectilignes correspondant à  $x = \frac{\lambda_0 D}{a} \left(p - \frac{1}{2}\right)$  ;
- d'interfrange  $\Delta x = i$  telle que :  $1 = \frac{ax}{\lambda_0 D} \Rightarrow i = \frac{\lambda_0 D}{a} = \frac{\lambda_0 D}{2h}$
- d'une frange sombre au centre de la figure, car  $p$  y vaut  $\frac{1}{2}$ .

#### 4 – Bientilles de Meslin

Une lentille convergente est coupée en deux demi-lentilles ( $L_1$ ) et ( $L_2$ ) séparées d'une distance  $d = O_2O_1$  selon la direction de l'axe optique ( $Sz$ ) :



Les images  $S'_1$  et  $S'_2$  de  $S$  par  $L_1$  et  $L_2$  sont alors localisées sur ( $Sz$ ) grâce aux relations de conjugaison. Un point  $M$  du champ d'interférences est atteint par les rayons  $SH_2M$  et  $SH_1M$  qui traversent respectivement  $L_2$  et  $L_1$ . Leurs chemins optiques correspondants vérifient alors, dans un milieu homogène d'indice 1 :

$$(SH_2M) = (SH_2S_2) + (S_2M) = (SS_2) + S_2M$$

et

$$(SS_1) = (SH_1M) + S_1M \Rightarrow (SH_1M) = (SS_1) - S_1M$$

Par suite, la différence de marche entre les deux rayons vaut :

$$\delta = (SH_2M) - (SH_1M) = (SS_2) - (SS_1) + S_2M + S_1M \Rightarrow \delta = (SS_2) - (SS_1) + S_2M + S_1M$$

à laquelle est associé l'ordre d'interférence :

$$p = \frac{\delta}{\lambda_0} \Rightarrow (SS_2) - (SS_1) + S_2M + S_1M = p\lambda_0 \Rightarrow S_2M + S_1M = p\lambda_0 + (SS_1) - (SS_2)$$

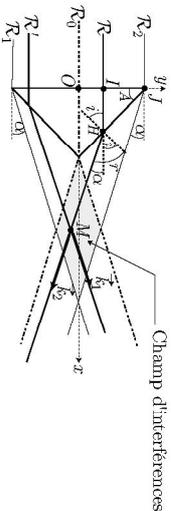
Une frange d'interférence est alors caractérisée par une valeur unique de  $p$  et vérifie ainsi l'équation :

$$S_1M + S_2M = \text{cte}$$

qui définit un ellipsoïde d'axe ( $Sz$ ) et de foyers  $S_1$  et  $S_2$  ; son intersection avec un plan  $\Pi \perp (Sz)$  dessinera alors un cercle.

#### 5 – Biprisme de Fresnel

Un prisme d'angle  $A$  très petit et d'indice de réfraction  $n$  est éclairé par un faisceau de lumière parallèle, monochromatique de longueur d'onde  $\lambda_0 = \frac{2\pi}{k}$  :



Un rayon  $R$  qui arrive en  $H$  sous une incidence  $i$  subit une réfraction telle que :

$$n \sin i = \sin r$$

Or, dans le triangle ( $HIL$ ) :

$$A + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} - i = \pi \Rightarrow A = i \ll 1 \Rightarrow r \simeq n \times i$$

Ce rayon subit alors une déviation  $\alpha$  vérifiant :

$$r = i + \alpha \Rightarrow \alpha = r - i \simeq (n - 1)i \Rightarrow \alpha \simeq (n - 1)A$$

Un point  $M$  du champ d'interférences reçoit donc deux rayons de vecteurs d'onde :

$$\vec{k}_1 = \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k \cos \alpha \\ k \sin \alpha \end{pmatrix} \text{ et } \vec{k}_2 = \begin{pmatrix} k_x \\ -k_y \end{pmatrix} \text{ où } k = \frac{2\pi}{\lambda_0}$$

Les rayons qui émergent du biprisme créent donc, en un point  $M(x; y)$  du champ d'interférences, des signaux d'images complexes :

$$\begin{aligned} \underline{\mathcal{E}}_1(M, t) &= S_0 e^{i(k_1 \cdot \vec{OM} - \omega t)} = S_0 e^{i(xk_x + yk_y - \omega t)} \\ \underline{\mathcal{E}}_2(M, t) &= S_0 e^{i(k_2 \cdot \vec{OM} - \omega t)} = S_0 e^{i(xk_x - yk_y - \omega t)} \end{aligned}$$

s'additionnant pour produire le signal résultant :

$$\begin{aligned} \underline{\mathcal{E}}(M, t) &= \underline{\mathcal{E}}_1(M, t) + \underline{\mathcal{E}}_2(M, t) = S_0 e^{i(xk_x - \omega t)} \times (e^{iyk_y} + e^{-iyk_y}) \\ &= 2S_0 e^{i(xk_x - \omega t)} \times \cos(yk_y) \end{aligned}$$

associé à l'intensité :

$$I = \frac{1}{2} |\underline{\mathcal{E}}|^2 = 2S_0^2 \cos^2(yk_y) = S_0^2 [1 + \cos(2yk_y)]$$

En notant  $I_0$  l'intensité de chaque rayon qui parvient en  $M$  :

$$I_0 = \frac{1}{2} |\underline{\mathcal{E}}_1|^2 = \frac{S_0^2}{2} \Rightarrow I = 2I_0 [1 + \cos(2yk_y)]$$

on obtient une formule de Fresnel qui permet de définir un ordre d'interférence  $p$  :

$$2k_y y = p \times 2\pi \Rightarrow 2 \times \frac{2\pi}{\lambda_0} \sin \alpha \times y = p \times 2\pi \Rightarrow p = \frac{2 \sin \alpha}{\lambda_0} y$$

Par conséquent, des franges d'interférence rectilignes et horizontales ( $y = \text{cte}$ ) se forment dans le champ d'interférences, avec un interfrange  $i$  tel que :

$$\begin{cases} \Delta p = 1 & \Rightarrow 1 = \frac{2 \sin \alpha}{\lambda_0} \Delta y \\ \Delta y = i & \Rightarrow i = \frac{\lambda_0}{2 \sin \alpha} \end{cases}$$