

A4– Électromagnétisme et Oxydo-réduction

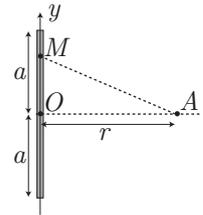
★★ Exercice N°1–

La vitesse des électrons dans un métal est régie par la loi : $\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{1}{\tau} \vec{v} = -\frac{e}{m} \vec{E}$. On étudie la propagation d'une onde monochromatique $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - kz)}$.

- Donner la conductivité $\underline{\gamma}$ du conducteur et la relation de dispersion. Exprimer \underline{k}^2 en fonction de τ , c , ω et $\omega_p = \sqrt{\frac{ne^2}{m\epsilon_0}}$, où n est la densité volumique des porteurs de charge mobiles.
- Étudier trois cas limites pour k , selon des conditions sur ω et τ .

★★ Exercice N°2–

Un segment de longueur $2a$ est chargé avec une densité $\lambda > 0$ uniforme. Calculer $V(A)$. Montrer que lorsque $r \ll a$ (on néglige les effets de bord), on retrouve le potentiel créé par un fil infini.

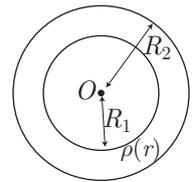


★★ Exercice N°3–

Les zones $r < R_1$ et $r > R_2$ sont dépourvues de charges ; ailleurs, la densité de charge est $\rho(r)$.

La charge totale de la boule est Q .

- Déterminer le champ électrique \vec{E} pour $r < R_1$.
- Sachant que $E(r) = A + kr$ pour $R_1 < r < R_2$, déterminer A et k en fonction de Q , R_1 et R_2 dans cet intervalle.
- Déterminer $\rho(r)$ pour tout r .
- Déterminer le potentiel $V(r)$ pour tout r .
- Exprimer l'énergie électrique produite par la boule sous forme d'intégrales qu'on ne cherchera pas à calculer.



★★ Exercice N°4–

On donne les masses molaires des éléments suivants :

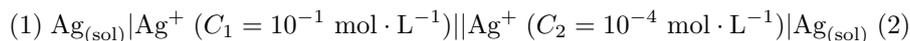
$$M_O = 16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \quad M_H = 1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \quad M_{Al} = 27 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

La bauxite est un minerai composé à 75 % en masse d'alumine Al_2O_3 . On extrait l'aluminium par électrolyse. L'électrolyseur est composé d'une cuve en carbone constituant la cathode dans laquelle se trouve un électrolyte en fusion (non aqueux) et où on fait circuler un courant $I = 300 \text{ kA}$ sous une tension $U = 1000 \text{ V}$. On fait fondre l'alumine, donc il y a des ions aluminium et oxygène dans l'électrolyte et les réactions forment de l'oxygène et de l'aluminium. L'anode est constituée par une électrode de carbone pur qui trempe dans l'électrolyte.

- Quel est le degré d'oxydation de l'aluminium dans l'alumine ? Sachant que l'alumine est un composé ionique, quelle est sa composition ?
- Quelles sont les réactions aux électrodes ? Quelle est la réaction globale ?
- Tracer la courbe intensité-potential. Faire figurer le courant et la tension. Pourquoi n'augmente-t-on pas la tension ?
- Calculer la masse d'aluminium produite pour une tonne de bauxite.

★★ Exercice N°5-

Avec 1 litre de solution dans chaque compartiment, on réalise la pile :



1. Calculer le potentiel de chaque électrode.
2. En déduire la polarité de chaque électrode.
3. Calculer la force électromotrice de cette pile.
4. Si on relie les deux électrodes par un fil conducteur, la pile débite. Écrire la réaction qui a lieu et faire son bilan de matière.
5. Quelle est la valeur de $[\text{Ag}^+]$ dans le compartiment (1) lorsque la pile cesse de débiter ?
6. Quelle est la capacité de cette pile en A.h ?

On donne le potentiel standard du couple Ag^+/Ag : $E^0 = 0,80 \text{ V}$ et le Faraday : $\mathcal{F} = 96\,500 \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Réponses

Exercice N°1-

1. $\underline{\gamma} = \frac{ne^2\tau}{m(1+j\omega\tau)}$ et $\underline{k}^2 = \frac{1}{c^2} \left(\omega^2 - j \frac{\omega_p^2\omega\tau}{1+j\omega\tau} \right)$
2. - Si $\omega\tau \ll 1$: $k = \frac{\omega}{c} \in \mathbb{R}$
 - Si $\omega\tau \gg 1$ et $\omega < \omega_p$: $k = j \frac{\sqrt{\omega_p^2 - \omega^2}}{c} \in \mathbb{C}$ et l'onde est stationnaire décroissante.
 - Si $\omega\tau \gg 1$ et $\omega > \omega_p$: $k = \frac{1}{c} \sqrt{\omega^2 - \omega_p^2} \in \mathbb{R}$ et l'onde est progressive.

Exercice N°2- $V = \int_{-a}^a \frac{\lambda dy}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{r^2 + y^2}} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{a}{r} + \sqrt{1 + \frac{a^2}{r^2}} \right)$.

Pour $a \gg r$: $V \simeq K - \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln r$

Exercice N°3-

1. $\vec{E} = \vec{0}$
2. $k = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_2^2 (R_2 - R_1)}$ et $A = -kR_1$
3. $\rho(r) = \frac{Q}{4\pi R_2^2 (R_2 - R_1)} \times \left(3 - \frac{2R_1}{r} \right)$ pour $R_1 < r < R_2$ et $\rho(r) = 0$ sinon.
4.
$$\begin{cases} V_3(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \text{ pour } r \geq R_2 \\ V_2(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_2} \times \frac{1}{2(R_2 - R_1)} \times \left[3R_2 - 4R_1 - \left(\frac{r^2 - 2R_1 r}{R_2} \right) \right] \text{ pour } R_1 \leq r \leq R_2 \\ V_1(r) = V_2(R_1) \text{ pour } r \leq R_1 \end{cases}$$
5. $\mathcal{E} = 2\pi\epsilon_0 \left[\int_{R_1}^{R_2} E_a^2 r^2 dr + \int_{R_2}^{\infty} E_b^2 r^2 dr \right]$ où $E_a = k(r - R_1)$ et $E_b = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

Exercice N°4-

1. $d_{\text{ox}}(\text{Al}) = 3$ dans l'alumine, de composition $2\text{Al}^{3+} + 3\text{O}^{2-}$.
2.
$$\begin{cases} \text{À l'anode : } 2\text{O}^{2-} \rightarrow \text{O}_2 + 4\text{e}^- \\ \text{À la cathode : } \text{Al}^{3+} + 3\text{e}^- \rightarrow \text{Al} \end{cases} \Rightarrow 2\text{Al}_2\text{O}_3 \rightarrow 3\text{O}_2 + 4\text{Al}$$
3. Une augmentation de la tension provoquerait l'électrolyse d'autres ions présents dans la bauxite.
4. $m_{\text{Al}} = 397 \text{ kg}$.

Exercice N°5-

1. $E_1 = 0,74 \text{ V}$ et $E_2 = 0,56 \text{ V}$
3. $e = 0,18 \text{ V}$
4. $\text{Ag}^+ + \text{Ag} = \text{Ag} + \text{Ag}^+$
5. $[\text{Ag}^+]_1 = 0,05 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$
6. $Q = 4825 \text{ C} = 1,3 \text{ A.h}$