FILIÈRE MP

EXERCICES DIVERS

PHYSIQUE

I- Propulsion d'une fusée

La propulsion d'une fusée de masse à vide m_0, animée d'un mouvement vertical ascendant suivant l'axe Oz de vecteur unitaire $\vec{k}$, est assurée par l'éjection de gaz (produits par la combustion du propergol) à travers une tuyère, avec une vitesse relative $\vec{u}$ constante par rapport à la fusée et avec un débit massique : $q = -\dfrac{\mathrm{d}m'(t)}{\mathrm{d}t}$, où $m'(t)$ est la masse du propergol qui reste dans les réservoirs à l'instant t. Au départ de la fusée ($t = 0$), la masse de propergol emportée est m'_0.
La fusée est caractérisée, à chaque instant, par les rapports caractéristiques :

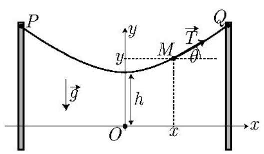
$$r = \frac{\text{masse initiale totale (fusée + propergol)}}{\text{masse de la fusée après épuisement du propergol}} \text{ et } \lambda = \frac{q}{m_0 + m'_0}$$

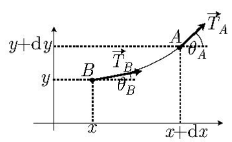
On donne $u = 1\,600\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $r = 5$; $\lambda = 10^{-2}\ \mathrm{s^{-1}}$, $g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$ (g est supposé indépendant de l'altitude z de la fusée).

1. On considère le système fermé constitué de la fusée et de la masse $\delta m_g = q,\mathrm{d}t$ des gaz éjectés entre deux instants voisins t et $t + \mathrm{d}t$.
   Calculer la force de poussée $\vec{\pi}$ exercée par la réaction des gaz sur la fusée, en fonction de q et $\vec{u}$.
2. On considère le système ouvert constituée par la fusée et les gaz qu'elle contient à un instant donné. Retrouver l'expression de la force de poussée $\vec{\pi}$.
3. La fusée part du sol sans vitesse initiale. Exprimer l'expression de la vitesse $v(t)$ de la fusée en fonction de λ, g, u et r.

II- Équation d'une chaîne

Une chaîne souple est fixée en deux points P et Q ; elle est soumise à son poids (sa masse linéique μ est constante). On note $\vec{T}$ la force exercée sur un point M par la partie droite de la chaîne.
On raisonnera, dans un premier temps, sur une portion élémentaire AB de cette chaîne.

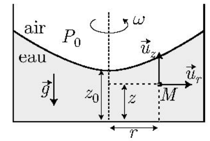




1. Montrer que $AB \simeq \mathrm{d}x\,\sqrt{1+\xi^2}$ où $\xi = \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$.
2. À l'aide du principe fondamental de la dynamique développé sur AB, montrer qu'il existe une constante T_0 (appelée *tension de la chaîne*) telle que $T\cos\theta = T_0 = \text{cte}$.
3. En déduire l'équation différentielle de la chaîne :
$$\frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}x} = \frac{\mu g}{T_0}\sqrt{1+\xi^2}$$
4. En intégrant, trouver l'expression de la courbe $y(x)$ décrite par la chaîne, en fonction de h, T_0, μ, g, x.

III- Bassin en rotation

Un récipient cylindrique $(\mathcal{C})$, de rayon a, contenant de l'eau (de masse volumique μ constante) tourne autour de son axe (Oz) à une vitesse angulaire ω. Dans le référentiel tournant $\mathcal{R}'$ lié à $(\mathcal{C})$, le fluide est au repos et prend la forme d'un ménisque.

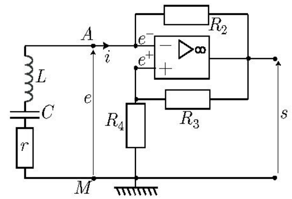


1. Dans le référentiel $\mathcal{R}'$ établir le bilan des forces qui s'exercent sur un élément de volume $\delta\tau$ de fluide, centré sur $M(r, z)$.
2. Expliciter le PFD dans $\mathcal{R}'$ et en déduire que la pression dans l'eau suit la loi : $P(r,z) = A + B \times (z - z_0) + C\,r^2$ où l'on exprimera les constantes A, B, C en fonction de μ, g, ω, z_0, P_0 (pression atmosphérique à la surface de l'eau).
3. En déduire la forme du ménisque (on donnera l'expression analytique de l'interface air/eau sous la forme $z = f(r)$).

IV- Résistance négative

Dans le circuit ci-contre l'ALI (amplificateur Linéaire Intégré) fonctionne en mode linéaire ($e^+ = e^-$ et $i^+ = i^- = 0$).

Dans le circuit ci-contre l'ALI (amplificateur Linéaire Intégré) fonctionne en mode linéaire ($e^+ = e^-$ et $i^+ = i^- = 0$).



1. Donner l'expression du rapport $\dfrac{e}{i}$ en fonction de R_2, R_3, R_4. Pourquoi appelle-t-on ce montage *résistance négative* ?
2. Quelle condition doivent vérifier R_2, R_3, R_4 et r pour que ce montage réalise un oscillateur sinusoïdal ($e(t)$ est une fonction sinusoïdale) ?

Réponses

I- Propulsion d'une fusée

1. $\vec{\pi} = qu\,\vec{e}_z$
3. $v(t) = -gt - u\,\ln(1 - \lambda t)$

II- Équation d'une chaîne

4. $y = h + \dfrac{T_0}{\mu g}\left[\cosh\left(\dfrac{\mu g x}{T_0}\right) - 1\right]$

III- Bassin en rotation

2. $P(r,z) = P_0 - \mu g\,(z - z_0) + \dfrac{\mu\,r^2\omega^2}{2}$
3. $z = z_0 + \dfrac{r^2\omega^2}{2}$

IV- Résistance négative

1. $\dfrac{e}{i} = -\dfrac{R_2 R_4}{R_3}$
2. $r = \dfrac{R_2 R_4}{R_3}$