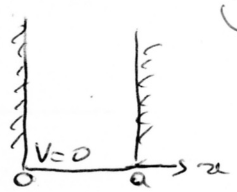
Eau 4a P26 Ref 4090285 13 (29)

1°) a $\boxed{\varphi(x<0)=0}$ et $\boxed{\varphi(x>a)=0}$



2°) b- $\varphi(x=0)=0 \Rightarrow \phi=0$ et $\varphi(a)=0 \Rightarrow A\sin(ka)=0 \Rightarrow ka=n\pi \Rightarrow \boxed{k=\frac{n\pi}{a}}$

c- $\underbrace{-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\varphi}{dx^2}}=E\varphi \Rightarrow E\varphi=-\frac{\hbar^2}{2m}\times(-k^2\varphi) \Rightarrow \boxed{E=\varepsilon_n=n^2\varepsilon_1}$ avec $\boxed{\varepsilon_1=\frac{\hbar^2\pi^2}{2ma^2}}$

Puisque $V=0$, $E=E_c \Rightarrow \boxed{\varepsilon_1=E_c}$

$\varepsilon(a)=\frac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}-\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a}$

2°) a- $\boxed{E_p=\frac{-e^2}{4\pi\varepsilon_0 a}}$ et $\boxed{E_c=\varepsilon_1=\frac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}}$

b- $\frac{\partial\varepsilon}{\partial a}=-\frac{2\pi^2\hbar^2}{2ma^3}+\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}=0 \Rightarrow \boxed{a_{min}=\frac{\pi^2\hbar^2\times 4\pi\varepsilon_0}{me^2}}=\frac{\pi^2\times(1{,}05.10^{-34})^2}{9.10^9\times 9{,}1.10^{-31}\times(1{,}6.10^{-19})^2} \Rightarrow a_{min}= \boxed{a_{min}=5{,}2.10^{-10}\,m}$

c- $\varepsilon_{min}=\cancel{\varepsilon}$

$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a_1}=+\frac{\pi^2\hbar^2}{ma_1^2} \Rightarrow \varepsilon(a)=\frac{\pi^2\hbar^2}{2ma_1^2}-\frac{\pi^2\hbar^2}{ma_1^2}$

$\Rightarrow \boxed{\varepsilon(a)=-\frac{\pi^2\hbar^2}{2ma_1^2}}\boxed{=-2{,}23.10^{-19}\,J \simeq -13{,}6\,eV}$

III- CCINP (2023)

4— Physique quantique, chimie (2023)

a— Exercice 1 : Électron dans un puits de potentiel

On considère un électron de masse m, de charge $-e$, dans un puits de potentiel tel que le potentiel soit infini pour $x < 0$ et pour $x > a$. L'amplitude de la fonction d'onde $\Psi(x,t)$ est donnée par :

$$\varphi(x) = A\,\sin(kx+\phi)\ \forall x \in]0,a[$$

1. a- Que vaut φ pour $x<0$ et $x>a$?
   b- Déterminer ϕ et les valeurs possibles pour k.
   c- Démontrer que l'électron ne peut atteindre que certaines énergies et :
   $$\varepsilon_n = n^2\,\varepsilon_1\ \forall n \in \mathbb{N}^*$$
   où ε_1 devra être explicité.
2. On considère alors un atome d'hydrogène de taille caractéristique a. L'énergie de l'électron est donnée par :
   $$\varepsilon(a) = \frac{\pi^2\,\hbar^2}{2ma^2} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\,a}$$
   a- À quoi correspondent les termes qui composent l'énergie.
   b- Déterminer a_{min}, valeur de a qui minimise l'énergie. Application numérique.
   c- Quelle est la valeur minimale de l'énergie de l'électron ? Application numérique.

Données :

- Permittivité électrique du vide : $4\pi\,\varepsilon_0 = \frac{1}{9.19^9}$ F.m^{-1}
- Constante de Planck réduite : $\hbar = 1{,}05.10^{-34}$ J.s
- Charge de l'électron : $e = 1{,}6.19^{-19}$ kg
- Masse de l'électron : $m = 9{,}1.10^{-31}$ kg

Eau 4b P27 \ref{0902252} -

1°) $\boxed{\Delta_r H^o = 158 \text{ kJ.mol}^{-1}}$ $\boxed{\Delta_r S^o = 627{,}5 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}}$ ~~$\Delta_r G^o$~~

2°) $\boxed{\Delta_r G^o = \Delta_r H^o - T\Delta_r S^o = -289{,}95 \text{ kJ.mol}^{-1}}$

3°)

$$\begin{array}{cccc} Ni(CO)_{4(liq)} & = & Ni_{(sol)} & + \; 4CO_{(g)} \\ n_0 & & 0 & 0 \\ n_0(1-\alpha) & & \alpha n_0 & 4\alpha n_0 \end{array}$$

$PV = nRT = 4\alpha n_0 RT \Rightarrow P = 4\alpha \frac{n_0}{V} RT$

$\Rightarrow \boxed{P = 4\alpha C_0 RT}$ avec $\boxed{C_0 = [Ni(CO)_4]_{ini}}$

$$\begin{cases} a_{CO} = P/P_0 \\ a_{Ni} = 1 \\ a_{Ni(CO)_4} = 1 \end{cases} \Rightarrow K^o = \frac{a_{CO}^4 \, a_{Ni}}{a_{Ni(CO)_4}} \Rightarrow \boxed{K^o = \left(\frac{P}{P_0}\right)^4}$$

III- CCINP (2023)

b– Décomposition de $Ni(CO)_{4(liq)}$

On s'intéresse à la décomposition du tétracarbonyle de Nickel $Ni(CO)_{4(liq)}$:

$$Ni(CO)_{4(liq)} = Ni_{(sol)} + 4\,CO_{(gaz)}$$

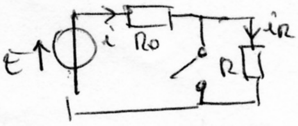
On a :

	$Ni(CO)_{4(liq)}$	$Ni_{(sol)}$	$CO_{(gaz)}$
$\Delta_f H^0$(298 K) ($kJ \cdot mol^{-1}$)	-602	0	-111
S_m^0 ($J.K^{-1}.mol^{-1}$)	227,7	64,0	197,8

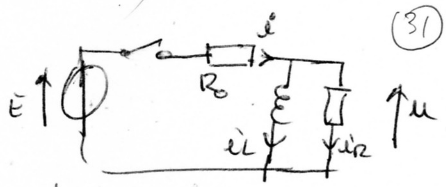
1. Déterminer, pour 298 K, l'enthalpie standard de la réaction $\Delta_r H^0$ et l'entropie standard de la réaction $\Delta_r S^0$.
2. Que vaut, dans l'approximation d'Ellingham, l'enthalpie libre standard de réaction $\Delta_r G^0$?
3. On note α le taux de décomposition à l'équilibre.
Sachant qu'on a initialement que du $Ni(CO)_{4(liq)}$, montrer qu'il existe une relation entre α, la pression totale P et la température T.
Expliciter une relation entre la pression P et la constante d'équilibre de la réaction étudiée K^0.
4. *Il restait une question.*

Exo 5-a P27 (ref 1002291).

1°) t = 0 :

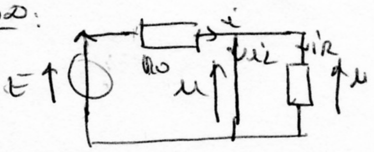


$\boxed{i(0) = i_R(0) = \frac{E}{R+R_0}}$ $\boxed{i_L(0) = 0}$



$u = R i_R = L\frac{di_L}{dt}$.

t → ∞ :



$u = 0 \Rightarrow R i_R = 0 \Rightarrow \boxed{i_R(0) = 0}$

$\Rightarrow \boxed{i_L(0) = i(0) = \frac{E}{R_0}}$

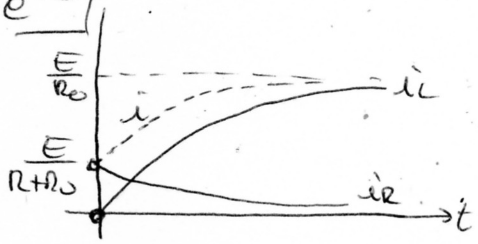
2) $E = R_0 i + L\frac{di_L}{dt} = R_0\left(i_L + \frac{L}{R}\frac{di_L}{dt}\right) + L\frac{di_L}{dt} \Rightarrow L\left(1 + \frac{R_0}{R}\right)\frac{di_L}{dt} + R_0 i_L = E \Rightarrow \boxed{i_L + \tau\frac{di_L}{dt} = \frac{E}{R_0}}$

3°) • $i_L = \frac{E}{R_0} + Ae^{-t/\tau} \Rightarrow \boxed{i_L(t) = \frac{E}{R_0}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$ car $i_L(0) = 0$ avec $\boxed{\tau = L\times\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_0}\right)}$

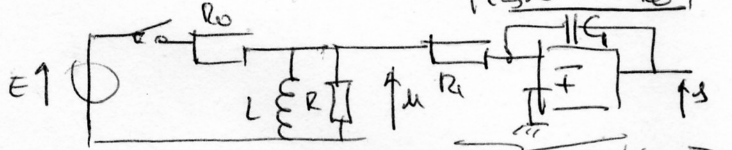
• $i_R = \frac{L}{R}\frac{di_L}{dt} = \frac{L}{R}\times\frac{E}{R_0}\times\frac{R R_0}{L(R+R_0)}e^{-t/\tau} \Rightarrow \boxed{i_R(t) = \frac{E}{R+R_0}e^{-t/\tau}}$

• $\boxed{i(t) = \frac{E}{R_0}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) + \frac{E}{R+R_0}e^{-t/\tau}}$

On vérifie la cohérence avec : $\boxed{\lim_{t\to\infty} i_L = \frac{E}{R_0}}$ $\boxed{\lim_{t\to\infty} i_R = 0}$ $\boxed{\lim_{t\to\infty} i = \frac{E}{R_0}}$



4°) :



Montage intégrateur.

• $u = L\frac{di_L}{dt}$

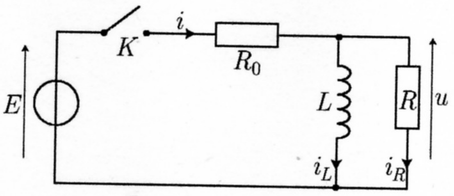
• $s = -\frac{1}{R_1 C_1}\int u\,dt \Rightarrow \boxed{s = -\frac{L}{R_1 C_1} i_L}$

III- CCINP (2023)

5– Électrocinétique, mécanique (2023)

a– Exercice 1 : Régime transitoire

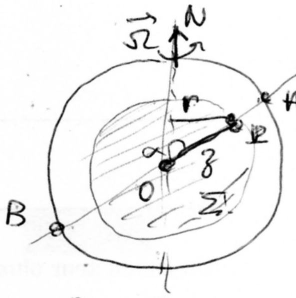
On considère le circuit suivant :



À l'instant initial, on ferme l'interrupteur K.

1. Déterminer i, i_R et i_L à l'instant initial et après un temps infini.
2. Déterminer une équation différentielle sur i_L.
3. Exprimer i_L, puis i_R et i.
4. Les représenter sur un même graphique.
5. Comment, en pratique, mesurer le courant i_L ?

Exo 5b-p27 \ref{10022913}.



1°) Gauss : $\Phi_g = \oint_{\Sigma} \vec{g} \cdot d\vec{S}_P = g \times 4\pi z^2$ avec $\begin{cases} M_{int} = \rho \times \frac{4}{3}\pi z^3 \\ M = \rho \times \frac{4}{3}\pi R^3 \end{cases} \Rightarrow M_{int} = M \times \frac{z^3}{R^3}$.

$\Rightarrow g \times 4\pi z^2 = -4\pi G M \times \frac{z^3}{R^3} \Rightarrow \boxed{\vec{g} = -\frac{GM}{R^3} z \vec{e}_3}$

2°) $\vec{F} = -\frac{GMm}{R^3} z \vec{e}_3 = -\vec{grad}\, \mathcal{E}_p \Rightarrow \frac{\partial \mathcal{E}_p}{\partial z} = \frac{GMm}{R^3} z \Rightarrow \boxed{\mathcal{E}_{p} = \frac{GMm}{2R^3} z^2}$

$\mathcal{E}_c + \mathcal{E}_{pp} = \mathcal{E}_m \Rightarrow \frac{1}{2} m \dot{z}^2 + \frac{GMm}{2R^3} z^2 = \mathcal{E}_m \Rightarrow \boxed{\ddot{z} + \frac{GM}{R^3} z = 0}$ avec $z_A = R$ et $\dot{z}_A = 0$

$\Rightarrow \boxed{z = R\cos(\omega_0 t)}$ où $\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{GM}{R^3}}}$

3°) $z_B = -R \Rightarrow \cos(\omega_0 t_B) = -1 \Rightarrow \omega_0 t_B = \pi \Rightarrow \boxed{t_B = \pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}} = \boxed{13{,}5 \text{ min}}$ ~~avec~~ R

4°) • Force d'entraînement $\Rightarrow \mathcal{E}_{p\,ent} = -\frac{1}{2} m r^2 \Omega^2 = -\frac{1}{2} m z^2 \sin^2\alpha\, \Omega^2$.

• Force de Coriolis : ~~$\mathcal{E}_p$~~ Pas d'énergie potentielle car $W = 0$.

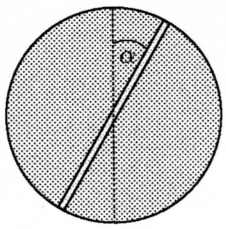
$\mathcal{E}_c + \mathcal{E}_p = \mathcal{E}_m \Rightarrow \frac{1}{2} m \dot{z}^2 + \frac{GMm}{2R^3} z^2 - m\frac{\Omega^2 \sin^2\alpha}{2} z^2 = 0 \Rightarrow \boxed{\ddot{z} + \left(\frac{GM}{R^3} - \Omega^2 \sin^2\alpha\right) z = 0}$

avec $\frac{GM}{R^3 \Omega^2 \sin^2\alpha} = \frac{288}{\sin^2\alpha} > 1\ \forall \alpha \Rightarrow \boxed{\omega_0'^2 = \frac{GM}{R^3} - \Omega^2 \sin^2\alpha > 0\ \forall \alpha}$ et $\boxed{\Omega = \frac{2\pi}{T_0} = 7{,}3 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}}$

$\Rightarrow \boxed{z = R \times \cos(\omega_0' t)}$ et $\boxed{t_B' = \frac{\pi}{\omega_0'} < t_B = \frac{\pi}{\omega_0}}$ car $\omega_0' < \omega_0$.

III- CCINP (2023)

b– Exercice 2 : Wagon dans un tunnel



Dans un film, un tunnel permet de relier, par un wagon sans moteur, l'Angleterre et une île de l'autre côté du globe, en passant par le centre de la Terre. Ce trajet se fait en 17 min dans le film.

On considère ici que le wagon n'est pas soumis à des forces de frottement et qu'il ne possède pas de vitesse initiale.

La masse de la Terre est supposée uniforme et on note M sa masse totale.

Le référentiel terrestre est supposé galiléen.

1. Exprimer le champ gravitationnel à l'intérieur de la Terre.
2. Donner une équation différentielle sur z (distance au centre de la Terre) et la résoudre.
3. Calculer le temps de parcours.
4. Que se passe-t-il si on ne considère plus le référentiel terrestre comme galiléen ?

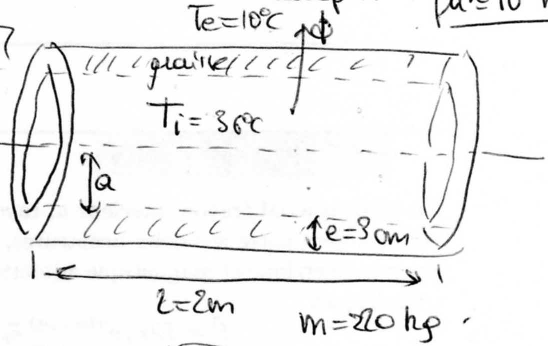
Données :

- Masse de la Terre : $M = 6.10^{24}$ kg ;
- Rayon de la Terre : $R = 6\,400$ km ;
- Constante de gravitation : $G = 6,67.10^{-11}$ u.s.i.

Exo 6.a P28 ref {1102251}

(33)

Modèle du dauphin : $\boxed{\mu \simeq 10^3\ kg/m^3}$



• $\mu = \frac{m}{V} = \frac{m}{\pi a^2 L} \Rightarrow a^2 = \frac{m}{\pi L \mu} \Rightarrow a \simeq \sqrt{\frac{220}{\pi \times 2 \times 10^3}} = \boxed{a \simeq 0{,}19\ m}$

$\boxed{R_{th} = \frac{1}{\lambda_g}\frac{e}{S_{lat}}} = \frac{3.10^{-2}}{0{,}2 \times 2\pi a L} = \frac{3.10^{-2}}{0{,}2 \times 2\pi \times 0{,}19 \times 2}$

$\Rightarrow \boxed{R_{th} = 6.10^{-2}\ K.W^{-1}}$

• $\Delta T = T_i - T_e = R_{th}\Phi \Rightarrow R_{th}\frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{Q = \frac{\Delta T \times \Delta t}{R_{th}}} = \frac{26 \times 86400}{6.10^{-2}} \Rightarrow \boxed{Q = 3{,}7.10^7\ J}$

. Il faut compenser la perte quotidienne de Q.

100 g de poisson $\longleftrightarrow$ ~~154~~ $154 \times 4{,}18.10^3$ J

m $\longleftrightarrow$ Q $\Rightarrow$ ~~$m = \frac{154 \times 4{,}18.10^3}{100}$~~

$\Rightarrow m = \frac{100 \times 3{,}7.10^7}{154 \times 4{,}18.10^3} \Rightarrow \boxed{m = 5{,}7\ 10^3 g = 5{,}7\ kg}$

III- CCINP (2023)

6– Thermodynamique, chimie (2023)

a– Exercice 1 : Bilan thermique d'un dauphin

Soit un dauphin de masse 220 kg, de longueur 2 m, de température interne 36°C, se nourrissant de poisson. 100 g de poisson apportent 154 kCal (1 kCal = 4, 18 kJ).
Dans un parc animalier, on donne environ 5 à 10 kg de poisson par jour à un dauphin. Il a une couche de graisse d'épaisseur $e = 3$ cm et de conductivité $\lambda_g = 0,2\ W.m^{-1}.K^{-1}$.
Sachant que la température de l'eau du bassin est de 10°C, quelle masse de poisson le dauphin doit-il manger par jour pour survivre ?