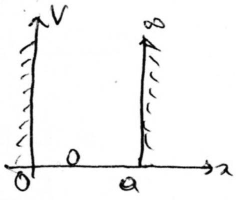
Exo 9-1 p39-3008251 (1)

1°) a- $\boxed{\varphi(x)=0 \text{ pour } x\leq 0 \text{ et } x\geq a}$

b- $\varphi(0)=0 \Rightarrow \boxed{\phi=0}$ et $\varphi(a)=0 \Rightarrow ka=n\pi \Rightarrow \boxed{k=\frac{n\pi}{a},\ n\in\mathbb{N}^*}$

c- $\underbrace{-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\varphi}{dx^2}}_{E_c} + \underbrace{V\varphi}_{=0} = E\varphi \Rightarrow \frac{\hbar^2}{2m}k^2=\varepsilon \Rightarrow \varepsilon=\frac{\hbar^2}{2m}\times\frac{n^2\pi^2}{a^2} \Rightarrow \boxed{\varepsilon=n^2\varepsilon_1 / \varepsilon_1=\frac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}}$



$\varphi(x)=A\sin(kx+\phi)$

2°/ a- $\varepsilon(a)=\underbrace{\frac{\hbar^2}{2ma^2}}_{E_c}-\underbrace{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a}}_{E_p}$

b- $\frac{\partial\varepsilon}{\partial a}=-\frac{\hbar^2}{ma_m^3}+\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a_m^2}=0 \Rightarrow \boxed{a_m=\frac{\hbar^2}{m}\times\frac{4\pi\varepsilon_0}{e^2}} = \boxed{0{,}53.10^{-10}\,m}$

$\Rightarrow \boxed{\varepsilon_m=\frac{-e^2}{8\pi\varepsilon_0 a_m}=-2{,}17.10^{-18}\,J=-13{,}6\,eV}$

III- CCINP (2024)

9– Physique quantique, chimie (Minoletti, 2024)

a– Exercice 1 : Électron dans un puits de potentiel

On considère un électron de masse m, de charge $-e$, dans un puits de potentiel tel que le potentiel soit infini pour $x < 0$ et $x > a$.
L'amplitude de la fonction d'onde $\Psi(x,t)$ est donnée $\forall x \in]0,a[$ par :

$$\varphi(x) = A\,\sin(kx+\phi)$$

1. a- Que vaut φ pour $x < 0$ et $x > a$?
   b- Déterminer ϕ et les valeurs possibles pour k.
   c- Démontrer que l'électron ne peut atteindre que certaines énergies et :

$$\varepsilon_n = n^2\,\varepsilon_1\ \forall n \in \mathbb{N}$$

   où ε_1 devra être explicité.

2. On considère alors un atome d'hydrogène de taille caractéristique a. L'énergie de l'électron est donnée par :

$$\varepsilon(a) = \frac{\hbar^2}{2ma^2} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a}$$

   a- À quoi correspondent les termes qui composent l'énergie ?
   b- Déterminer a_{min}, valeur de a qui minimise l'énergie de l'électron. Application numérique.

Données :

$$\varepsilon_0 = 8,85.10\text{–}12 \text{ F.m}\text{–}1 \qquad e = 1,6.10^{-19}\text{ C}$$
$$m = 9,1.10^{-31}\text{ kg} \qquad \hbar = 1,05.10^{-34}\text{ J.s}$$

Exo 9-b- p40 3008252

$Ni(CO)_4 = Ni + 4CO_{(g)}$

$n_0 \quad 0 \quad 0$

$n_0(1-\alpha) \quad \alpha n_0 \quad 4\alpha n_0$

$n_{gaz} = n_0(1+3\alpha)$.

1°) $\boxed{\Delta_r H^0 = 158 \text{ kJ.mol}^{-1}}$ $\boxed{\Delta_r S^0 = 767,7 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}}$

2°) $\Delta_r G^0 = 158.10^3 - 298 \times 767,7 \Rightarrow \boxed{\Delta_r G^0 = -70,775 \text{ kJ.mol}^{-1}}$

3°) $a_{CO} = \frac{4\alpha}{1+3\alpha}\frac{P}{P_0}$ avec $PV = n_{gaz}RT \Rightarrow \boxed{PV = n_0(1+3\alpha)RT}$

$a_{Ni(CO)_4} = \frac{1-\alpha}{1+3\alpha}\frac{P}{P_0}$

$$\boxed{K^0 = \frac{a_{CO}^4}{a_{Ni(CO)_4}} = \left(\frac{4\alpha}{1+3\alpha}\frac{P}{P_0}\right)^4 \times \left(\frac{1+3\alpha}{1-\alpha}\frac{P_0}{P}\right)}$$

III- CCINP (2024)

b — Exercice 2 : Décomposition de $Ni(CO)_{4(liq)}$

On s'intéresse à la décomposition du tetracarbonyle de Nickel $Ni(CO)_4$:

$$Ni(CO)_{4(gaz)} = Ni_{(sol)} + 4\,CO_{(gaz)}$$

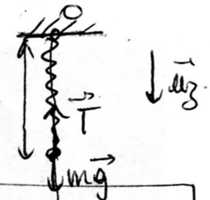
On a :

	$Ni(CO)_{4(gaz)}$	$Ni_{(sol)}$	$CO_{(gaz)}$
$\Delta_f H^0_{298\text{ K}}$ (KJ.mol^{-1})	-602	0	-111
S^0_m (J.K^{-1}.mol^{-1})	53,0	29,9	197,7

1. Déterminer, pour 298 K, l'enthalpie standard de la réaction $\Delta_r H^0$ et l'entropie standard de la réaction $\Delta_r S^0$.
2. Que vaut, dans l'approximation d'Ellingham, l'enthalpie libre standard de réaction standard de réaction $\Delta_r G^0$?
3. On note α le taux de décomposition à l'équilibre. Sachant qu'on a initialement que du $Ni(CO)_{4(gaz)}$, montrer qu'il existe une relation entre α, la pression totale p, la température T.
   Expliciter une relation entre α, la pression p et la constante d'équilibre de la réaction étudiée K^0.
   Il restait une question...

Exo 10-a pho - 1110251

• $m\frac{d^2\ell}{dt^2} = -k(\ell-\ell_0)+gm \Rightarrow \frac{d^2z}{dt^2}+\omega_0^2 z = g$ où $\boxed{\omega_0^2=\frac{k}{m}}$ et $\boxed{z=\ell-\ell_0}$



$\boxed{\omega_0=\sqrt{\frac{17}{85}}=0{,}45\ \text{rad.s}^{-1}}$

• Solution particulière : $\omega_0^2 z_p = g \Rightarrow \boxed{z_p=\frac{gm}{k}}$

• Solution homogène : $\ddot{z}_h+\omega_0^2 z_h=0 \Rightarrow z_h = A\cos(\omega_0 t)+B\sin(\omega_0 t)$

$\Rightarrow z = \frac{mg}{k}+A\cos(\omega_0 t)+B\sin(\omega_0 t)=\ell-\ell_0 \Rightarrow \dot{\ell} = -A\omega_0\sin(\omega_0 t)+B\omega_0\cos(\omega_0 t)$

$\dot{\ell}(t=0)=0\Rightarrow B=0$

$\Rightarrow \ell=\ell_0+\frac{mg}{k}+A\cos(\omega_0 t)$ avec $\ell(0)=0 \Rightarrow \boxed{\ell(t)=\underbrace{\left(\ell_0+\frac{mg}{k}\right)}_{=30+\frac{85\times9{,}8}{17}=79\text{ m}=L_0}(1-\cos\omega_0 t)}$

- Si oscillation totale, $\ell = L_0\times[1-\cos(\omega_0 t)] \Rightarrow \boxed{\ell_{max}=79\times2=158\text{ m}}$ → impossible.
- La corde s'arrête à la date τ qui correspond à $\ell_{max}=5\ell_0=150\text{ m}$.

$\Rightarrow L_0(1-\cos\omega_0\tau)=\ell_{max} \Rightarrow \cos\omega_0\tau = 1-\frac{\ell_{max}}{L_0} \Rightarrow \omega_0\tau=\arccos\left(1-\frac{\ell_{max}}{L_0}\right)$.

$\Rightarrow \boxed{\tau=\sqrt{\frac{85}{17}}\times\arccos\left(1-\frac{150}{79}\right)=6\text{ s}}$

III- CCINP (2024)

10– Mécanique, électromagnétisme (Weiss, 2024)

a– Exercice 1 : Saut à l'élastique - *problème ouvert*

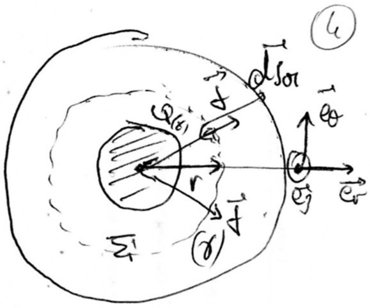
Kévin fait du saut à l'élastique pour fêter ses concours. Déterminer la durée de la première chute.

<u>Données</u> :

$$k = 17\ \text{N.m}^{-1} \qquad m = 85\ \text{kg} \qquad \ell_0 = 30\ \text{m}$$

Longueur maximale de la corde : $5 \times \ell_0$.

Exo 10-b p40 - 1110252.



1°) Deux plans de symétrie orthogonaux : $(\vec{e_r},\vec{e_z})$ et $(\vec{e_r},\vec{e_\theta}) \Rightarrow \boxed{\vec{B}=\vec{0}}$

2°) $\vec{rot}\,\vec{B}=\vec{0} \Rightarrow \cancel{\mu_0}\varepsilon_0\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}+\cancel{\mu_0}\gamma\vec{E}=\vec{0} \Rightarrow \boxed{\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}+\frac{\gamma}{\varepsilon_0}\vec{E}=\vec{0}}$

3°) $\vec{E}(r,t)=E(r,t)\vec{e_r} \Rightarrow \frac{1}{E}\frac{\partial E}{\partial t}=-\frac{1}{\tau} \Rightarrow \frac{\partial \ln E}{\partial t}=-\frac{1}{\tau} \Rightarrow \cancel{\ln\left[\frac{E(r,t)}{E(r,0)}\right]}$ - $\boxed{\tau=\frac{\varepsilon_0}{\gamma}}$

$\Rightarrow E(r,t)=f(r)\,e^{-t/\tau} \Rightarrow f(r)=E(r,0)$

. Gauss $\Rightarrow \Phi_E=E(r,0)\,4\pi r^2=\frac{Q_0}{\varepsilon_0} \Rightarrow E(r,0)=\frac{Q_0}{4\pi r^2\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{E(r,t)=\frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2}e^{-t/\tau}}$.

$Q_0=Q(t=0)$.

4°) $\vec{j}=\gamma\vec{E} \Rightarrow P_v=\frac{\delta P_J}{d\tau}=\vec{j}\cdot\vec{E}=\gamma E^2=\frac{\gamma Q_0^2}{16\pi^2\varepsilon_0^2 r^4}e^{-2t/\tau}$

$\Rightarrow P_J(t)=\iiint P_v\,d\tau=\frac{\gamma Q_0^2}{16\pi^2\varepsilon_0^2}\times 4\pi\,e^{-2t/\tau}\int_{r=a}^{b}\frac{r^2dr}{r^4} \Rightarrow \boxed{P_J(t)=\frac{\gamma Q_0^2}{4\pi\varepsilon_0^2}e^{-2t/\tau}\times\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)}$

5°) $I=\iint_{\Sigma'}\vec{j}(M)\cdot\vec{dS_M}=j\times\iint_{\Sigma}dS_M=\gamma E\times 4\pi r^2=\frac{\gamma Q_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2}e^{-t/\tau}\times\cancel{4\pi r^2} \Rightarrow \boxed{I(t)=\frac{\gamma Q_0}{\varepsilon_0}e^{-t/\tau}}$

$P_J=RI^2 \Rightarrow R=\frac{P_J}{I^2}=\frac{\gamma Q_0^2}{4\pi\varepsilon_0^2}e^{-2t/\tau}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)\times\frac{\varepsilon_0^2}{\cancel{\gamma^2 Q_0^2 e^{-2t/\tau}}} \Rightarrow \boxed{R=\frac{1}{4\pi\gamma}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)}$

6°) $I=-\frac{dQ}{dt} \Rightarrow \frac{dQ}{dt}=-\frac{\gamma Q_0}{\varepsilon_0}e^{-t/\tau} \Rightarrow \int_{Q_0}^{Q(t)}dQ=-\frac{\gamma Q_0}{\varepsilon_0}\times\frac{\varepsilon_0}{\gamma}\left[-e^{-t/\tau}\right]_0^t \Rightarrow \cancel{Q(t)=Q_0}$

$\Rightarrow Q-Q_0=Q_0\left(e^{-t/\tau}-Q_0\right) \Rightarrow \boxed{Q(t)=Q_0\,e^{-t/\tau}}$

III- CCINP (2024)

b– Exercice 2 : Condensateur sphérique

Soit un condensateur sphérique constitué de deux armatres de rayons a et $b > a$, séparé d'un conducteur ohmique de conductivité γ.

1. Montrer que $\vec{B}$ est nul dans le condensateur.
2. Rappeler les équations de Maxwell puis établir l'équation différentielle de $\vec{E}$ dans le condensateur.
3. Dans le condensateur, déterminer $\vec{E}(r, t = 0)$ et en déduire $\vec{E}(r, t)$.
4. À partir la puissance volumique P_v, déterminer la puissance dissipée par effet Joule.
5. Calculer $I(t)$ et en déduire la résistance intermédiaire des plaques.
6. Calculer Q, charge de l'armature interne.

COMMENTAIRES

Examinateur sympathique qui discutait pour donner des pistes et évaluer la cohérence des résultats.