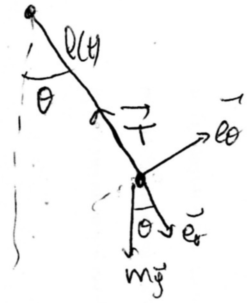
$\ell(t) = \ell_0 + kt \Rightarrow \dot{\ell} = k \Rightarrow \ddot{\ell} = 0$ (5)

Exo 11 p 41 - 0209251



1°) PFD : $m\left[(\ddot{\ell} - \ell\dot{\theta}^2)\vec{e_r} + (2\dot{\ell}\dot{\theta} + \ell\ddot{\theta})\vec{e_\theta}\right] = m\vec{g} + \vec{T}$

$/\vec{e_r} : -m\ell\dot{\theta}^2 = mg\cos\theta - T \Rightarrow \boxed{T = mg\cos\theta + m\ell\dot{\theta}^2}$

2°) $/\vec{e_\theta} \Rightarrow \boxed{2k\dot{\theta} + \ell\ddot{\theta} = -\cancel{m}g\sin\theta} \Rightarrow \cancel{mg}$

3°) $\dfrac{dT}{dt} = -mg\sin\theta \times \dot{\theta} + m(\dot{\ell}\dot{\theta}^2 + 2\ell\dot{\theta}\ddot{\theta})$

$= m(2k\dot{\theta}^2 + \ell\dot{\theta}\ddot{\theta}) + m(\cancel{\ell_0}\, k\dot{\theta}^2 + 2\ell\dot{\theta}\ddot{\theta}) \Rightarrow \boxed{\dfrac{dT}{dt} = 3(k\dot{\theta}^2 + \ell\dot{\theta}\ddot{\theta}) \times m}$

III- CCINP (2025)

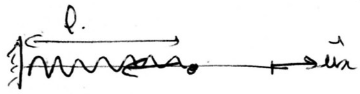
11– Mécanique (Gallet, 2025)

Engin de chantier (pendule) avec la longueur du câble variable selon la loi : $\ell(t) = \ell_0 + kt$, qui s'enroule à vitesse constante. On néglige les frottements et la masse du câble.

1. Déterminer une expression de la tension T du fil.
2. Trouver l'équation différentielle que vérifie θ (on se placera dans l'hypothèse des petits angles).
3. Vérifier que $\dfrac{dT}{dt} = 3m \times (k\,\dot{\theta} + \ell\,\dot{\theta}\,\ddot{\theta})$.

Exo 12-a p 41 - 3108251

⑥



$\vec{F}_{el} = -k(\ell-\ell_0)\vec{u}_x = -k\underbrace{x}\,\vec{u}_x$

$\vec{f} = -\frac{m}{\tau}\dot{x}\,\vec{u}_x$

1°/ $m\ddot{x} = -kx - \frac{m}{\tau}\dot{x} \Rightarrow \ddot{x} + \frac{1}{\tau}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \Rightarrow \boxed{\ddot{x} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{x} + \omega_0^2 x = 0}$

avec $\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}}$ et $\boxed{Q = \omega_0\tau}$

2°/ $X^2 + \frac{\omega_0}{Q}X + \omega_0^2 = 0 \Rightarrow \Delta = \frac{\omega_0^2}{Q^2} - 4\omega_0^2 = \omega_0^2\left(\frac{1}{Q^2} - 4\right) < 0$ (Régime pseudo-périodique)

$\Rightarrow Q^2 > \frac{1}{4} \Rightarrow \boxed{\tau > \frac{1}{2\omega_0}}$ $\Rightarrow \Delta = \omega_0^2 (j)^2\left(4 - \frac{1}{Q^2}\right) = \left(\frac{j\omega_0}{Q}\right)^2 \cdot \sqrt{4Q^2-1}$

3°/ $X = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{2} = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm \frac{j\omega_0}{2Q}\sqrt{4Q^2-1} \rightarrow \begin{cases} X_1 = -\frac{1}{2\tau} + j\Omega \\ X_2 = -\frac{1}{2\tau} - j\Omega \end{cases}$ où $\boxed{\Omega = \frac{\omega_0}{2Q}\sqrt{4Q^2-1}}$

$\Rightarrow x(t) = Ae^{X_1 t} + Be^{X_2 t} = e^{-t/2\tau}(A\cos\Omega t + B\sin\Omega t) \Rightarrow \boxed{x(t) = X_0 e^{-t/2\tau} \times \cos(\Omega t + \varphi_0)}$

$\Rightarrow \dot{x} = X_0 e^{-t/2\tau} \times \left[-\frac{1}{2\tau}\cos(\Omega t + \varphi_0) - \Omega\sin(\Omega t + \varphi_0)\right]$ $\Rightarrow \boxed{x(t+T) = x(t)}$ où $\Omega T = 2\pi$

$\boxed{\dot{x} = X_0 e^{-t/2\tau} \times \psi(t)}$ où $\boxed{\psi(t+T) = \psi(t)}$

4°/ $E_m = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2 \Rightarrow E_m(t) = \frac{1}{2}kX_0^2 e^{-t/\tau}\cos^2(\Omega t + \varphi_0) + \frac{1}{2}mX_0^2 e^{-t/\tau}\psi^2(t)$

$\Rightarrow \boxed{E_m(t) = e^{-t/\tau} \times F(t)}$ où $F(t+T) = F(T)$.

$\Rightarrow E_m(t+T) = e^{-T/\tau}e^{-t/\tau} \times F(t)$

$\Rightarrow \eta = \frac{E_m(t+T)}{E_m(t)} - 1 = \frac{e^{-T/\tau}\cancel{e^{-t/\tau}}\cancel{F(t)}}{\cancel{e^{-t/\tau}} \times \cancel{F(t)}} - 1 \Rightarrow \boxed{\eta = e^{-T/\tau} - 1}$

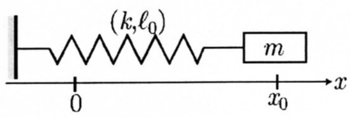
III- CCINP (2025)

12– Mécanique, physique statistique (Melchio-Linale, 2025)

a– Exercice 1 : Oscillateur amorti

$k = 10$ N.m^{-1} $\quad m = 300$ g $\quad \dot{x}(0) = 0 \quad x(0) = X_0$

Force de frottement : $\vec{f} = -\frac{m}{\tau}\vec{v}$.



1. Montrer que l'équation du mouvement s'écrit : $\ddot{x} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$ et exprimer ω_0 et Q.
2. Quelle est la valeur limite de τ pour que le régime reste pseudo-périodique ?
3. Résoudre l'équation différentielle dans le cadre du régime pseudo-périodique.
4. Exprimer et calculer $\eta = \frac{E_m(t+T) - E_m(t)}{E_m(t)}$ où E_m désigne l'énergie mécanique et T la pseudo-période.

Exo 12b-p 4| 3108252.

(7)

$\uparrow \vec{B}$ $\uparrow \vec{e_z}$

$\uparrow \vec{\mu_1} = \mu \vec{e_z}$

$\downarrow \vec{\mu_2} = -\mu \vec{e_z}$

1°) $\mathcal{E}_p = -\vec{\mu}\cdot\vec{B} \Rightarrow \boxed{\mathcal{E}_{p_1} = -\mu B \text{ et } \mathcal{E}_{p_2} = +\mu B}$

2°) $\frac{N_1}{N} = \frac{1}{Z} e^{-\beta \mathcal{E}_{p_1}} \Rightarrow \boxed{N_1 = \frac{N}{Z} e^{\beta\mu B} \text{ et } N_2 = \frac{N}{N} e^{-\beta\mu B}}$

avec $\boxed{Z = e^{\beta\mu B} + e^{-\beta\mu B}}$

3°) $\vec{M} = \frac{1}{2}\left[\frac{N}{Z} e^{\alpha}\mu\vec{e_z} + \frac{N}{Z} e^{-\alpha} \times (-\mu\vec{e_z})\right]$ où $\alpha = \beta\mu B$.

$\Rightarrow \vec{M} = M\vec{e_z}$ avec $M = \frac{\mu N}{2Z}(e^{\alpha} - e^{-\alpha}) = \frac{\mu N}{2} \times \frac{e^{\alpha} - e^{-\alpha}}{e^{\alpha} + e^{-\alpha}} \Rightarrow \boxed{M = \frac{N\mu}{2} \operatorname{th}(\beta\mu B)}$

III- CCINP (2025)

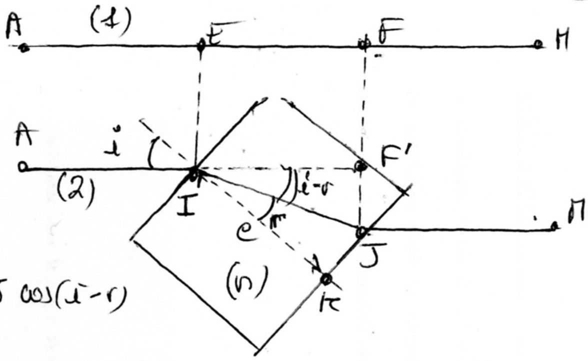
b– Exercice 2 : Aimantation moyenne

N moments magnétiques $\vec{\mu}$ sont contenus dans un volume V et plongés dans un champ $\vec{B} = B\,\vec{e}_z$ constant et uniforme ($B > 0$).

Les moments peuvent occuper deux positions : $\vec{\mu}_1 = +\mu\,\vec{e}_z$ et $\vec{\mu}_2 = -\mu\,\vec{e}_z$.

1. Rappeler l'expression de l'énergie potentielle d'un dipôle magnétique dans $\vec{B}$.
2. Déterminer les populations N_1 et N_2 de μ_1 et μ_2.
3. Exprimer $\vec{M}$ avec $\vec{M} = \dfrac{N_1\,\vec{\mu}_1 + N_2\,\vec{\mu}_2}{2}$ en fonction de $\beta = \dfrac{1}{kT}$, μ, B et N.

Exo 13 a phl - 0309251



1°) $\boxed{n\sin r=\sin i} \Rightarrow \boxed{i\simeq nr}$

2°) $\delta=(AM)_2-(AM)_1$ / $(AM)_2=(A\cancel{I})+nIJ+(J\cancel{M})$

$(AM)_1=(\cancel{AE})+EF+(\cancel{FM})$

$\Rightarrow \boxed{\delta = nIJ - EF}$

3°) • $\cos(i-r)=\frac{IF'}{IJ}=\frac{EF}{IJ} \Rightarrow IJ=\frac{EF}{\cos(i-r)} \Rightarrow EF=IJ\cos(i-r)$

• $\cos r=\frac{IK}{IJ}=\frac{e}{IJ} \Rightarrow IJ=\frac{e}{\cos r}$.

$\Rightarrow \delta = nIJ - IJ\cos(i-r)=\frac{e}{\cos r}\left[n-\cos(i-r)\right]$.

$=\frac{e}{\cos r}\left[n-\cos i\cos r-\sin i\sin r\right]=\frac{e}{\cos r}\left[n-\cos i\cos r-n\sin^2 r\right]$

$=\frac{e}{\cos r}\left[n\cos^2 r-\cos i\cos r\right] \Rightarrow \boxed{\delta=e(n\cos r-\cos i)}$

4°) a- $i=0 \Rightarrow \boxed{\delta=e(n-1)}$

b- • $\cos i\simeq 1-\frac{i^2}{2}$

• $\cos r\simeq 1-\frac{r^2}{2}\simeq 1-\frac{i^2}{2n^2}$

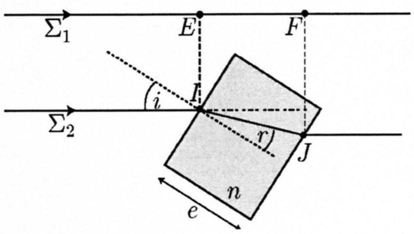
$\Rightarrow \delta=e\left[n-\frac{i^2}{2n}-1+\frac{i^2}{2}\right]=e\left[(n-1)+\frac{i^2}{2}\left(1-\frac{1}{n}\right)\right]$

$=e\left[(n-1)+\frac{i^2}{2}\left(\frac{n-1}{n}\right)\right] \Rightarrow \boxed{\delta\simeq e(n-1)\left(1+\frac{i^2}{2n}\right)}$.

III- CCINP (2025)

13– Optique, chimie (Gibert, 2025)

a– Exercice 1 : Différence de marche



1. Donner la relation de Descartes en I.
2. Donner la différence de marche δ entre le rayon 1 et le rayon 2, en fonction de IJ, EF et n.
3. En déduire que $\delta = e\,(n\,\cos r - \cos i)$, en utilisant :

$$\cos(i-r) = \cos i\,\cos r + \sin i\,\sin r$$

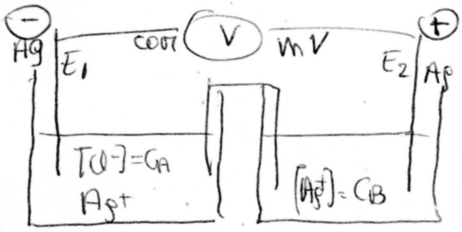
4. a- Que retrouve-t-on lorsque $i=0$?

   b- Pour i petit, montrer que :

$$\delta(i) = e \times (n-1) \times \left(1+\frac{i^2}{2n}\right)$$

Exo 13 b pa2-0309 252.

9



2°) Br^- ~~pa~~ du pont salin pourrait précipiter avec Ag^+ : $\boxed{Br^- + Ag^+ = AgBr_{(s)}}$

4°) • $Ag^+ + e^- = Ag \Rightarrow E_2 = E^0 + 0{,}06 \log[Ag^+] \Rightarrow \boxed{E^0 + 0{,}06 \log C_B = E_2}$ où $E^0 = E^0(Ag^+/Ag)$

• $AgCl = Ag^+ + Cl^- \Rightarrow [Ag^+][Cl^-] = K_s \Rightarrow [Ag^+] = \frac{K_s}{C_A} \Rightarrow \boxed{E_1 = E^0 + 0{,}06 \log \frac{K_s}{C_A}}$

$\Rightarrow \boxed{e = E_2 - E_1 = 0{,}06 \log \frac{C_A C_B}{K_s}}$

III- CCINP (2025)

b– Exercice 2 : Pile électrochimique

On dispose de deux béchers :

- Bécher (1) :
  Solution de ($K^+ + Cl^-$) à la concentration C_A + quelques gouttes de ($Ag^+NO_3^-$) à la concentration C_A
- Bécher (2) :
  Solution de ($Ag^+ + NO_3^-$) à la concentration C_B

Les deux béchers sont reliés par un point salin.
On place une électrode d'argent dans chaque bécher.
On mesure une tension $e = E_2 - E_1 = 1,3$ V.

1. Faire un schéma du montage de la pile, avec voltmètre, en précisant les bornes **mV** et **COM**.
2. Quelle est l'utilité du pont salin et pourquoi n'utilise-t-on pas un pont salin au bromure de potassium (K^+, Br^-) ?
3. Représenter les bornes ⊖ et ⊕ et indiquer l'anode et la cathode sur le schéma.
4. Retrouver E_1 et E_2 en fonction de C_B, C_A et K_s(AgCl).

Données :

- Potentiel standard : $E^0(Ag^+/Ag) = 0,80$ V ;
- Produit de solubilité : $pK_s(AgBr) = 12,3$