Exo 166 p 44 – 1609252

$E_x = f(z)e^{-\alpha t}$

$B_y = g(z)e^{-\alpha t}$

1°) • MT : $\text{div}\,\vec{B} = \cancel{\frac{\partial B_x}{\partial x}} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \cancel{\frac{\partial B_z}{\partial z}} = 0 \Rightarrow \boxed{\text{div}\,\vec{B} = 0}$

• MG : $\text{div}\,\vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \cancel{\frac{\partial E_y}{\partial y}} + \cancel{\frac{\partial E_z}{\partial z}} = 0 \Rightarrow \boxed{\text{div}\,\vec{E} = 0}$

2°) $\vec{\text{rot}}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \begin{pmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} E_x(z,t) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \partial E_x/\partial z \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \frac{\partial E_x}{\partial z} = -\frac{\partial B_y}{\partial t} \Rightarrow f' e^{-\alpha t} = \alpha g e^{-\alpha t}$

$\Rightarrow \boxed{f' = \alpha g}$

3°) $\vec{\text{rot}}\,\vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \begin{pmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ B_y(z,t) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\partial B_y/\partial z \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow -\frac{\partial B_y}{\partial z} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial E}{\partial t} \Rightarrow -g' e^{-\alpha t} = \frac{1}{c^2} \times (-\alpha f e^{-\alpha t})$

$\Rightarrow \boxed{g' = \frac{\alpha}{c^2} f}$

4°) $f'' = \alpha g' = \frac{\alpha^2}{c^2} f \Rightarrow f'' - \frac{\alpha^2}{c^2} f = 0 \Rightarrow f(z) = A\cosh\left(\frac{\alpha z}{c}\right) + B\sinh\left(\frac{\alpha z}{c}\right)$

• f est paire $\Rightarrow B = 0 \Rightarrow f(z) = A\cosh\left(\frac{\alpha z}{c}\right)$ $\Rightarrow \boxed{f(z) = E_0 \cosh\left(\frac{\alpha z}{c}\right)}$

• $E_x(0,0) = E_0 \Rightarrow f(0) = E_0 \Rightarrow A = E_0$

III- CCINP (2025)

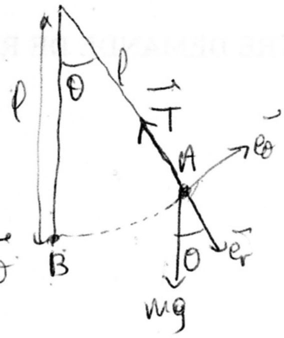
b– Exercice 2 : Ondes stationnaires

Dans le vide :

$$\vec{E}(M,t) = f(z)\,\mathrm{e}^{-\alpha t}\,\vec{u}_x \qquad \vec{B}(M,t) = g(z)\,\mathrm{e}^{-\alpha t}\,\vec{u}_y$$

1. Est-ce que les équations de Maxwell-Thomson et de Maxwell-Gauss sont bien vérifiées ?
2. À l'aide de l'équation de Maxwell-Faraday, trouver une expression liant f' et g.
3. À l'aide de l'équation de Maxwell-Ampère, trouver une relation entre g' et f.
4. Trouver $f(z)$, sachant que f est paire et $\vec{E}(O,0) = E_0\,\vec{u}_x$.

Exo 17a P44-1809251 (16)



• $E_m(B) = E_m(A) \Rightarrow \frac{1}{2} m v_B^2 - mg\ell = \frac{1}{2} m \underbrace{v_A^2}_{=0} - mg\ell\cos\theta_A$

$\Rightarrow \boxed{v_B^2 = 2g\ell(1-\cos\theta_A)}$

• PFD $\Rightarrow m\left[(\underbrace{\ddot{\ell}}_{=0} - \ell\omega^2)\vec{e_r} + (2\dot{\ell}\omega + \ell\dot{\omega})\vec{e_\theta}\right] = m\vec{g} + \vec{T}$ avec $\vec{v} = \ell\dot{\theta}\vec{e_\theta}$

$/\vec{e_r} \Rightarrow -m\frac{v^2}{\ell} = mg\cos\theta - T \Rightarrow T = mg\cos\theta + \frac{mv^2}{\ell}$

$\Rightarrow T_B = mg + m\frac{v_B^2}{\ell} = mg + m\times 2g(1-\cos\theta_A) \Rightarrow \boxed{T_B = mg(3-2\cos\theta_A)}$

• la fixation ne casse pas si :

$T_B < T_{lim} = m_\ell g \Rightarrow mg(3-2\cos\theta_A) < m_\ell g \Rightarrow \boxed{\cos\theta_A > \frac{1}{2}\times\left(3-\frac{m_\ell}{m}\right)} = \frac{1}{2}\left(3-\frac{100}{85}\right)$

$\Rightarrow$ $\boxed{\text{Pas de casse si } \theta_A < 24°}$

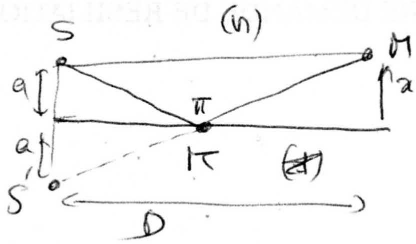
III- CCINP (2025)

17– Mécanique, optique (Boudiaf, 2025)

a– Exercice 1 : Pendule

Un super-héros, de masse $m_h = 80$ kg, décide de se harponner à la fixation d'un chandelier ($m_c = 5$ kg) pour descendre les escaliers plus vite. Il va se penduler jusqu'au sol.
La masse limite de la fixation du chandelier est $m_\ell = 100$ kg.
Que va-t-il se passer ?

Exo 17b p44 - 1809252 (18)



2°) On sait que $S'M - SM = \frac{2ax}{D}$.

$\delta = (SKM) - (SM)$ où :

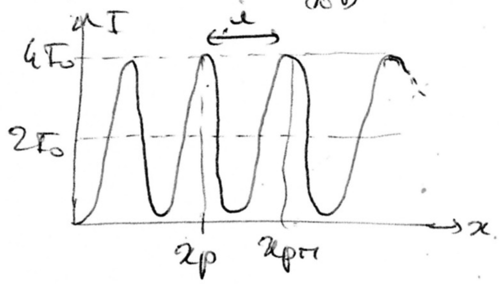
• $(SKM) = (SK) + \frac{\lambda_0}{2} + (KM) = n\,SK + \frac{\lambda_0}{2} + n\,KM$

$= n\,S'K + n\,KM + \frac{\lambda_0}{2} = n\,S'M + \frac{\lambda_0}{2}$.

• $(SM) = n\,SM$.

$\Rightarrow \delta = n(S'M - SM) + \frac{\lambda_0}{2} = \frac{2anx}{D} + \frac{\lambda_0}{2} \Rightarrow k_0\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0}\left(\frac{2anx}{D} + \frac{\lambda_0}{2}\right) = \frac{4\pi a n x}{\lambda_0 D} + \pi$.

3°) $I = 2I_0\left[1+\cos(k_0\delta)\right] \Rightarrow \boxed{I = 2I_0\left[1-\cos\left(\frac{4\pi a n x}{\lambda_0 D}\right)\right]}$



• $\frac{4\pi a n x_p}{\lambda_0 D} = \pi + p2\pi$

• $\frac{4\pi a n x_{p+1}}{\lambda_0 D} = \pi + (p+1)2\pi$ $\Rightarrow \frac{4\pi a n}{\lambda_0 D} \times i = 2\pi$

$\Rightarrow \boxed{i = \frac{\lambda_0 D}{2an}}$

4°) $p = \frac{\delta}{\lambda_0} = \frac{1}{\lambda_0}\left[\frac{2anx}{D} + \frac{\lambda_0}{2}\right] \Rightarrow$ frange centrale en x_c tel que :

$p = 0 \Rightarrow \frac{2anx_c}{D} = -\frac{\lambda_0}{2} \Rightarrow x_c = -\frac{\lambda_0 D}{4an}$

• Dans ~~le vide~~ l'air : frange centrale en $x'_c = -\frac{\lambda_0 D}{4a}$

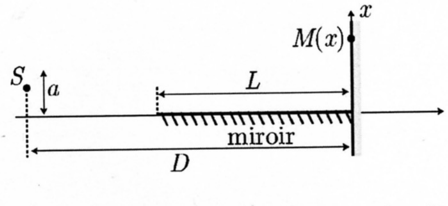
• $\Delta x = x'_c + x_c = -\frac{\lambda_0 D}{4a}\left(\frac{1}{n} - 1\right) \Rightarrow \frac{1}{n} - 1 = -\frac{4a\Delta x}{\lambda_0 D} \Rightarrow \frac{1}{n} = 1 - \frac{4a\Delta x}{\lambda_0 D}$

$\Rightarrow \boxed{n = \left(1 - \frac{4a\Delta x}{\lambda_0 D}\right)^{-1}}$

III- CCINP (2025)

b **Exercice 2 : Interférences lumineuses**

Une source S monochromatique éclaire le dispositif ci-dessous, dans un liquide d'indice n :



1. Montrer qu'on peut assimiler le dispositif à des trous d'Young ; localiser la deuxième source S'.
2. Trouver l'expression de la différence de marche δ (le miroir introduit un déphasage de π).
3. Exprimer l'intensité I et en déduire l'interfrange i.
4. On place le dispositif dans l'air. La figure d'interférence se translate de Δx. Trouver l'expression de n.