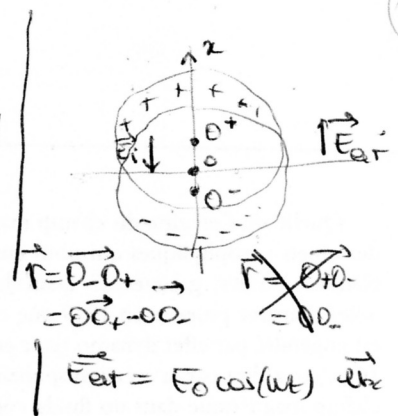


1) Théorème de Gauss: $\Phi_E = E \times 4\pi r^2 \Rightarrow E \times 4\pi r^2 = \frac{4\pi \rho r^3}{3\epsilon_0}$
 $Q_{int} = \rho \times \frac{4}{3}\pi r^3$



2) $\vec{E}_+ = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{O_+M}$
 $\vec{E}_- = -\frac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{O_-M}$
 $\Rightarrow \vec{E}_{induit} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- = -\frac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{r}$

3) $m_+ \frac{d^2 \vec{O_+O_-}}{dt^2} = N_e \vec{E}_{ext} + N_e \vec{E}_{ind} - \frac{Nm_+}{\tau} \frac{d\vec{r}}{dt}$
 $\Rightarrow \begin{cases} \frac{d^2 \vec{O_+O_-}}{dt^2} = \frac{N_e}{m_+} \vec{E}_{ext} + \frac{N_e}{m_+} \vec{E}_{ind} - \frac{N}{\tau} \frac{d\vec{r}}{dt} \\ \frac{d^2 \vec{O_-O_+}}{dt^2} = -\frac{N_e}{m_-} \vec{E}_{ext} - \frac{N_e}{m_-} \vec{E}_{ind} - \frac{N}{\tau} \frac{d\vec{r}}{dt} \end{cases}$ avec $\vec{r} = \vec{O_+O_-} - \vec{O_-O_+}$
 $\Rightarrow \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = +\frac{N_e}{\mu} \vec{E}_{ext} + \frac{N_e}{\mu} \vec{E}_{ind} - \frac{2N}{\tau} \frac{d\vec{r}}{dt}$ où $\frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_+} + \frac{1}{m_-}$

$\Rightarrow \left[\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + \frac{2N}{\tau} \frac{d\vec{r}}{dt} + \frac{N_e \rho}{3\mu \epsilon_0} \vec{r} \right] = \frac{N_e}{\mu} E_0 \cos(\omega t) \vec{e}_x$

$\omega_0^2 = \frac{N_e \rho}{3\mu \epsilon_0}$
 $\frac{\omega_0}{\alpha} = \frac{2N}{\tau}$

4) Notations complexes: $(\omega_0^2 - \omega^2 + i \frac{\omega \omega_0}{Q}) \vec{r} = \frac{N_e}{\mu} E_0 e^{i\omega t}$ avec

$\Rightarrow \vec{r} = r_0 \cos(\omega t - \varphi) \vec{e}_x$ où $r_0 = \frac{N_e}{\mu \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \frac{\omega^2 \omega_0^2}{Q^2}}}$ et $\tan \varphi = \frac{\omega \omega_0}{Q(\omega_0^2 - \omega^2)}$

$\Rightarrow \vec{p} = e \vec{O_-O_+} = e \vec{r} = \frac{N_e e E_0}{\mu \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \frac{\omega^2 \omega_0^2}{Q^2}}} e^{i\omega t} \vec{e}_x$
 $\Rightarrow \vec{p} = \frac{N_e^2 E_0}{\mu \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \frac{\omega^2 \omega_0^2}{Q^2}}} \vec{E}$

II- Centrale (2021)

7- Nanoparticule (2021)

On s'intéresse à une nanoparticule (sphérique) de rayon $a \simeq 10$ nm.
 La sphère contient N électrons.
 Elle est placée dans un champ extérieur localement uniforme et non stationnaire :

$\vec{E}_{ext} = E_0 \cos(\omega t) \vec{u}_x$

On va voir apparaître deux sphères de centres O_- et O_+ distincts, qui contiennent respectivement les électrons et les charges positives (oscillations).

1. Montrer que le champ \vec{E} , en un point M à l'intérieur d'une sphère de centre O , de charge volumique ρ uniforme, vaut :

$\vec{E}(M) = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{OM}$

Question supplémentaire : Pourquoi applique-t-on le théorème de Gauss à une sphère et pas à un autre volume ? par exemple un parallélépipède passant par M .

2. Calculer maintenant le champ en un point de la nanoparticule. On note $\vec{r} = \vec{O_-O_+}$.
 Indice supplémentaire : vous pouvez introduire n , densité particulaire d'électrons.
3. Pourquoi peut-on faire cette étude en électrostatique ?
 Trouver l'équation différentielle vérifiée par \vec{E} , sachant qu'en plus des forces dues au champ électrostatique, on a une force $\vec{F} = -\frac{Nm}{\tau} \frac{d\vec{r}}{dt}$, qui s'applique sur le nuage.
4. Exprimer le moment dipolaire $\vec{p} = \epsilon_0 \alpha(\omega) \vec{E}$.

10) PFD = $m(\ddot{r} - r\omega^2)\vec{e}_r = -\frac{GMm}{r^2}\vec{e}_r$ avec $r = R+h$ et $v = r\omega$

$$\Rightarrow \frac{v^2}{r} = \frac{GM}{r^2} \Rightarrow \left[v = \sqrt{\frac{gR^2}{r}} \right] \left[\omega = \frac{v}{r} = \sqrt{\frac{gR^2}{r^3}} \right]$$

$$E_{\text{mech}} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} = \frac{GMm}{2r} - \frac{GMm}{r} \Rightarrow \left[E_{\text{mech}} = -\frac{GMm}{2r} \right]$$

20) 3^e loi de Kepler: $\frac{r^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} \Rightarrow (R+H)^3 = \frac{gR^2T^2}{4\pi^2} \Rightarrow \left[H = \sqrt[3]{\frac{gR^2T^2}{4\pi^2}} - R \right]$

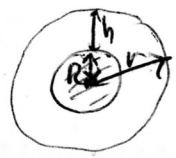
30) $E_{\text{mech}}(A) = \frac{1}{2}mv_A^2 - \frac{GMm}{R} = \text{au} \cdot v_A = 2\pi R \cos \lambda \cdot \frac{2\pi R}{T_0}$ et $T_0 = 1j$

$$E_{\text{mech}}(A) = \frac{2\pi m R^2 \cos^2 \lambda}{T_0} - mgR \quad \text{or} \quad E_{\text{mech}}(B) = -\frac{mgR^2}{2r} \text{ au } r = \sqrt[3]{\frac{GM T^2}{4\pi^2}}$$

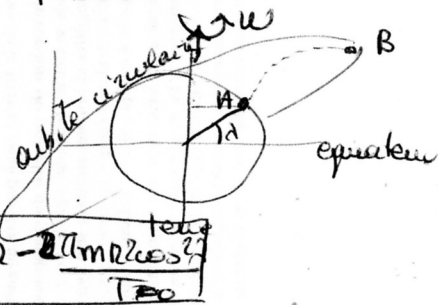
$$E_{\text{mech}}(B) = -\frac{mgR^2}{2} \times \sqrt[3]{\frac{4\pi^2}{T_0^2 g R^2}} \Rightarrow \Delta E_{\text{mech}} = E_{\text{mech}}(B) - E_{\text{mech}}(A) = -\frac{mgR^2}{2} \left(\frac{4\pi^2}{T_0^2 g R} \right)^{1/3} + mgR - \frac{2\pi m R^2 \cos^2 \lambda}{T_0}$$

40) ΔE_{mech} minimum pour $\lambda = 0$

$$50) \left| \Delta E_{\text{mech}1} - \Delta E_{\text{mech}2} = \frac{2\pi m R^2}{T_0} (\cos^2 \lambda_1 - \cos^2 \lambda_2) \right|$$



M : masse de la Terre
 $r = R+h$
 $g = \frac{GM}{R^2}$



1212 241

II- Centrale (2021)

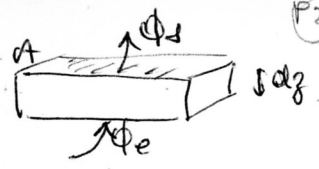
8- Navette spatiale (2021)

On considère une navette spatiale en orbite circulaire autour de la Terre.

Données :

- g , le champ de pesanteur terrestre ;
- R , le rayon terrestre ;
- m , la masse de la navette ;
- h , l'altitude de la navette.

1. Donner la vitesse, la vitesse angulaire et l'énergie mécanique de la navette.
2. Soit T la période du mouvement de la navette en orbite circulaire à une latitude H . Donner H .
3. On considère la navette, moteurs éteints, sur un site de lancement à une latitude donnée. Donner la variation d'énergie mécanique de la navette pour qu'elle rejoigne son orbite circulaire.
4. Choisir la latitude pour minimiser l'énergie dépensée par les moteurs.
5. Quantifier le gain d'énergie entre deux sites de lancement de latitudes différentes données.



a- $dH = \delta Q + V dp$ car $dH = C_p dT = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} dT$ et $\delta Q = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \rho A dz dT - V dp$

er $m = nM = \rho A dz$
 $\Rightarrow n = \frac{\rho A dz}{M}$
 $V = A dz$

$\Rightarrow \left[\frac{\delta Q}{A dz} = \frac{\gamma R}{M(\gamma - 1)} \rho dT - dp \right]$

$\Phi_e = j_a(z) A$
 $\Phi_s = j_a(z + dz) A$

b- $\frac{\delta Q}{dt} = \Phi_e - \Phi_s = - \frac{\partial j_a}{\partial z} dz \times A = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} A dz$

$\Rightarrow \frac{\delta Q}{A dz dt} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{\gamma R}{M(\gamma - 1)} \rho \frac{dT}{dt} - \frac{dp}{dt}$

avec $pV = nRT \Rightarrow \rho = \frac{pM}{RT}$

$\left. \begin{aligned} \cdot \frac{dT}{dt} &= \frac{\partial T}{\partial t} \\ \cdot \frac{dp}{dt} &= \frac{\partial p}{\partial t} \times \frac{\partial T}{\partial t} \end{aligned} \right\}$

$\Rightarrow \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{\gamma R}{M(\gamma - 1)} \times \frac{pM}{RT} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} \frac{\partial T}{\partial t}$

$\Rightarrow \left[\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{\partial T}{\partial t} \times \left[\frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p}{T} - \frac{\partial p}{\partial T} \right] \right]$

c- Par un $\lambda = 0$: $\frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p}{T} = \frac{\partial p}{\partial T} \Rightarrow \frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial T} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \times \frac{1}{T} \Rightarrow \frac{\partial \ln p}{\partial T} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{\partial \ln T}{\partial T}$

$\Rightarrow \ln p = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \ln T + C_0 \quad (\alpha)$

• Equation de la statique des fluides :

$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$ avec $pV = nRT = \frac{mRT}{M} \Rightarrow \rho = \frac{pM}{RT} \Rightarrow \frac{\partial p}{\partial z} = - \frac{pMg}{RT}$

• Equation (α) : $\frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \times \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial z} = - \frac{Mg}{RT}$

$\Rightarrow \frac{\partial T}{\partial z} \times \frac{\gamma}{\gamma - 1} = - \frac{Mg}{R} \Rightarrow \left[G_a = \frac{\partial T}{\partial z} = - \frac{Mg}{R} \times \frac{\gamma - 1}{\gamma} \right]$

1212262

II- Centrale (2021)

9- Modèle d'atmosphère (2021)

1. On considère une parcelle d'atmosphère de section A , située entre z et $z + dz$.
 On suppose que le gaz est parfait, de masse volumique $\rho(z)$, de pression $P(z)$ à la cote z et de masse molaire M .
 On suppose que le champ de pesanteur $\vec{g} = -g\vec{e}_z$ est uniforme.
 On suppose également que les transferts thermiques sont essentiellement conductifs et on introduit la conductivité thermique λ .

a- Montrer que :

$$\frac{\delta Q}{A dz} = \frac{\gamma R}{M(\gamma - 1)} \rho dT - dp$$

b- Établir que :

$$\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{\partial T}{\partial t} \left[\frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p}{T} - \frac{\partial p}{\partial T} \right]$$

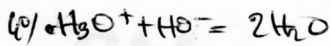
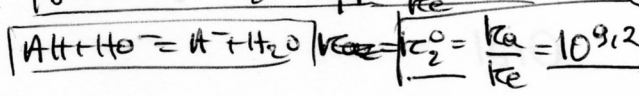
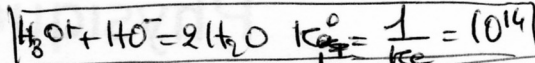
c- On se place dans le cas supposé réversible, c'est-à-dire que formellement λ tend vers zéro. Déterminer alors l'expression du gradient adiabatique G_a en fonction de ρ , M , γ et g

2. On suppose que l'atmosphère « ordinaire » possède un gradient thermique $G_a = 6,5 \text{ } ^\circ\text{C.km}^{-1}$. Est-il stable ?

1°) cf. cours.

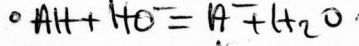
2°) cf. cours.

3°) Réaction de dosage:



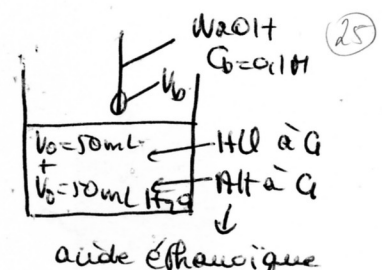
$$(A) \begin{cases} G V_0 & G_b V_b & 0 \\ G V_0 - G_b V_b & G_b V_b - G V_0 & 0 \end{cases}$$

à l'équivalence: $G V_0 = G_b V_{eq1} \Rightarrow G = \frac{G_b V_{eq1}}{V_0} = \frac{0,1 \times 10}{25} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ M}$



$$(B) \begin{pmatrix} G V_0 & G_b V_b - G V_0 & 0 \\ G_b V_b - G V_0 & G_b V_b - G V_0 & 0 \end{pmatrix}$$

à l'équivalence: $G_b V_{eq2} - G V_0 = G V_0 \Rightarrow C_2 = \frac{G_b V_{eq2} - G V_0}{V_0} = \frac{0,1 \times 27,6 - 10}{25} = 7,04 \cdot 10^{-2} \text{ M}$



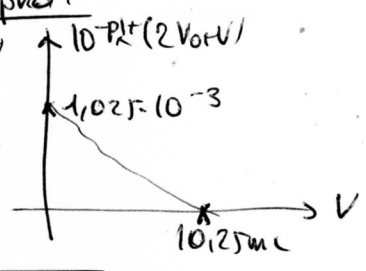
5°) A la ~~1/2~~ demi-équivalence ($V_{eq} = \frac{2 \cdot 10 + 10}{2} = 15 \text{ mL}$) $\text{pH} = \text{p}K_a$

6°) a) Réaction (A) : avant l'équivalence: $[\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{G V_0 - G_b V}{V + V_0 + V} = 10^{-\text{pH}}$

$$\Rightarrow 10^{-\text{pH}} \times (2V_0 + V) = G V_0 - G_b V$$

\Rightarrow droite d'ordonnée à l'origine $G V_0 = 1,025 \cdot 10^{-3} \Rightarrow G = \frac{1,025 \cdot 10^{-3}}{25 \cdot 10^{-3}}$

coupe l'axe des abscisses en $V = 10,25 \cdot 10^{-3} = \frac{G V_0}{G_b} = V_{eq1} = 10,25 \text{ mL}$



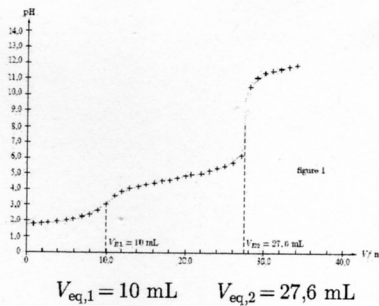
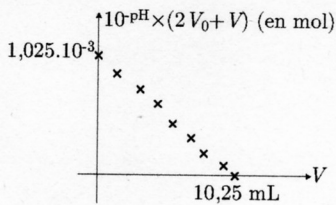
b) Réaction (B) avant l'équivalence:

$$K_a = \frac{[\text{A}^-]}{[\text{AH}]} [\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{G_b V - G V_0}{G V_0 - G_b V} \times 10^{-\text{pH}} \text{ au } G V_0 = G_b V_{eq1} \Rightarrow [\text{A}^-] = \frac{G_b V - G V_0}{G V_0 - G_b V_{eq1}}$$

$$= \frac{G_b V - G_b V_{eq1}}{G_b V - G_b V_{eq1}} \times 10^{-\text{pH}} \text{ au } C_2 V_0 - G = C_2 V_0 - G_b V - G_b V_{eq1} = C_2 V_0 - G_b V'$$

$$\Rightarrow \frac{G_b V' \times 10^{-\text{pH}}}{C_2 V_0 - G_b V'}$$

10- Double dosage (2021)



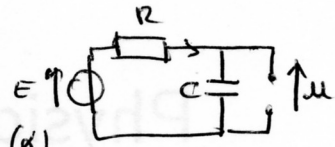
On souhaite réaliser un dosage d'acide chlorhydrique de concentration c_1 et d'acide éthanique ($K_a = 10^{-4,8}$) de concentration c_2 par une solution de soude, de concentration $c_b = 0,1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

On prend un volume $V_0 = 25 \text{ mL}$ de solution que l'on dilue avec un volume V_0 d'eau.

1. Faire un schéma clair et précis du montage à réaliser pour ce dosage et indiquer précisément les électrodes à utiliser.
2. Expliquer pourquoi il est nécessaire d'étalonner le pH-mètre.
3. Donner les réactions de dosage et calculer leur constante d'équilibre.
4. Écrire les relations à l'équivalence et déterminer c_1 et c_2 .
5. Comment retrouver la constante $\text{p}K_a$ de réaction ?
6. Le premier saut présent sur le graphe étant léger, la valeur du premier volume équivalent n'est pas très précise. On va donc chercher à la préciser en utilisant la méthode de Gran.
 - a- On note V le volume de soude versé. À l'aide d'un tableau d'avancement de la première réaction, exprimer $10^{-\text{pH}} \times (2V_0 + V)$ en fonction de V . Retrouver $V_{eq,1}$ et c_1 .
 - b- On note $V' = V - V_{eq,1}$. À l'aide d'un tableau d'avancement de la seconde réaction, exprimer $10^{-\text{pH}} \times V'$ en fonction de V' .

Donnée : $K_e = 1,0 \cdot 10^{-14}$.

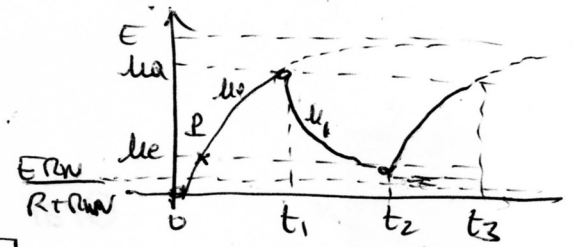
2°) $t < t_1$: lampe éteinte:



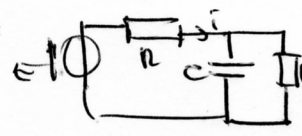
$\tau \frac{du}{dt} = E$ avec $(\tau = RC)$ (d)

$\Rightarrow u_0(t) = E \times (1 - e^{-t/\tau})$ jusqu'à U_a

à $t = t_1, u_0 = U_a \Rightarrow e^{-t_1/\tau} = \frac{E - U_a}{E} \Rightarrow t_1 = \tau \ln\left(\frac{E}{E - U_a}\right)$



3°) $t_1 < t < t_2$:



$H(z) = \frac{Z_u}{Z_u + R} = \frac{1}{1 + R \times (\frac{1}{RN} + C \cdot s)}$ $\Rightarrow \frac{du}{dt} = \left(1 + \frac{R}{RN}\right) u + \tau \frac{du}{dt} = E$

$\Rightarrow \frac{du}{dt} + \tau \frac{du}{dt} = \frac{ERN}{R+RN}$ ou $\left(\tau' = \frac{RN}{R+RN} \tau\right)$

$\Rightarrow u_1(t) = \frac{ERN}{R+RN} + \left(\frac{U_a - ERN}{R+RN}\right) e^{-(t-t_1)/\tau'}$

$u_1(t_2) = U_e \Rightarrow e^{-(t_2-t_1)/\tau'} = \frac{U_e(R+RN) - ERN}{U_a(R+RN) - ERN} \Rightarrow t_2 - t_1 = \tau' \ln\left[\frac{U_a(R+RN) - ERN}{U_e(R+RN) - ERN}\right]$

$t_2 \neq T$ car à $t=0$ u_1 démarre au point 0 et non au point P.

$t > t_2$: Equation différentielle (d) $\Rightarrow u_2(t) = E + (U_e - E) e^{-(t-t_2)/\tau}$

$u_2(t_3) = U_a \Rightarrow e^{-(t_3-t_2)/\tau} = \frac{U_a - E}{U_e - E} \Rightarrow t_3 - t_2 = \tau \ln\left(\frac{E - U_e}{E - U_a}\right)$

6°) $T = t_3 - t_1 = (t_3 - t_2) + (t_2 - t_1) \Rightarrow T = RC \ln\left(\frac{E - U_e}{E - U_a}\right) + \frac{RN}{R+RN} RC \ln\left[\frac{U_a(R+RN) - ERN}{U_e(R+RN) - ERN}\right]$

1512242

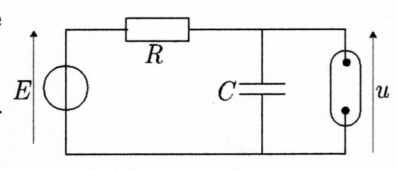
II- Centrale (2021)

11- Lampe à néon (2021)

On s'intéresse aux oscillations d'une lampe à Néon. Lorsque la lampe est éteinte, sa résistance est infinie; lorsqu'elle est allumée, on note R_N sa résistance.

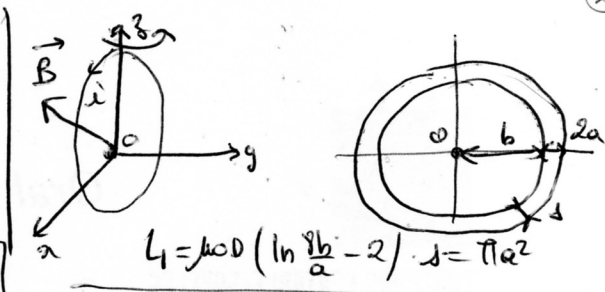
- Si la lampe est éteinte et que la tension u augmente, la lampe s'allume si $u > U_a$.
- Si la lampe est allumée, elle s'éteint lorsque $u < U_e$.

À $t = 0$, la lampe est éteinte, on ferme l'interrupteur, le condensateur est déchargé.



1. Pourquoi parlons-nous d'oscillations de relaxation?
2. Connaissez-vous d'autres oscillateurs du même type? d'autres types d'oscillateurs? Comment évolue $t \mapsto u(t)$? Déterminer t_1 , date à laquelle la lampe s'allume.
3. Déterminer la nouvelle expression de $u(t)$. Exprimer la date t_2 pour laquelle la lampe s'éteint. Pourquoi t_2 n'est-elle pas la période d'oscillations? Déterminer la nouvelle expression de $u(t)$ et la date t_3 pour laquelle la lampe s'allume de nouveau.
4. Quelle est l'expression de la période T des oscillations?

1) a- $\Phi = Li$ où $\begin{cases} i = Ni \\ \Phi = N\Phi_1 \end{cases} \Rightarrow L = N^2 L_1$
 $R = \frac{l}{\gamma s} = \frac{N}{\delta} \times \frac{2\pi b}{\pi a^2} \Rightarrow R = \frac{2Nb}{\delta a^2}$
 b- $m = N \times \rho \times 2\pi b \times \pi a^2 = 2\pi^2 N b a^2 \rho \Rightarrow J = \frac{1}{2} m b^2 = N \pi^2 b^3 a^2 \rho$



$L = \mu_0 D \left(\ln \frac{8b}{a} - 2 \right) \cdot J = \pi a^2$

2) a- Dissipation par effet Joule

b- $\Phi_{ext} = B_z S \cos \theta = B_z \pi b^2 \cos \theta \Rightarrow \frac{d\Phi_{ext}}{dt} = -\omega B_z \pi b^2 \sin \theta$

$\Phi = \Phi_{ext} + \Phi_{auto} = \Phi_{ext} + Li$
 $\Rightarrow e = - \frac{d\Phi}{dt} = \omega B_z \pi b^2 \sin \theta - L \frac{di}{dt} = Ri$

$\Rightarrow Ri + L \frac{di}{dt} = \omega B_z \pi b^2 \sin \theta \Rightarrow i \approx \frac{\omega B_z \pi b^2 \sin \theta}{R}$ (d)

(Vue de dessus)

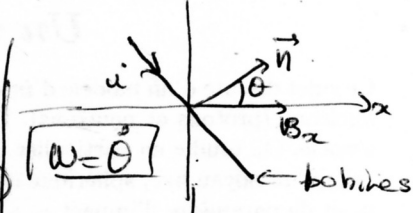
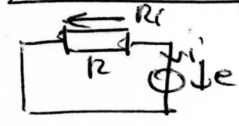


schéma électrique



si on néglige $\left| \frac{L di}{dt} \right| \ll Ri \Rightarrow L\omega \ll R \Rightarrow N^2 L_1 \omega \ll \frac{2Nb}{\delta a^2}$

c- Moment magnétique: $\vec{m} = i \pi b^2 \vec{n} \Rightarrow N \ll \frac{2b}{2\delta a^2 L \omega}$

$\frac{d\vec{J}}{dt} = \vec{m} \wedge \vec{B} \Rightarrow J \ddot{\theta} \vec{e}_3 = i \pi b^2 \vec{n} \wedge (B_x \vec{e}_x + B_z \vec{e}_z)$
 $\Rightarrow J \ddot{\theta} = i \pi b^2 B_x (\vec{n} \wedge \vec{e}_x) \cdot \vec{e}_3 + i \pi b^2 B_z (\vec{n} \wedge \vec{e}_z) \cdot \vec{e}_3 = -i \pi b^2 B_z \sin \theta$

avec néglige (d): $J \ddot{\theta} = -\frac{\pi^2 b^4 B_z^2}{R} \dot{\theta} \sin^2 \theta \Rightarrow \left[\dot{\theta} + \frac{\pi^2 b^4 B_z^2}{2RJ} \dot{\theta} (1 - \cos 2\theta) = 0 \right]$

Piste de révolution: $\frac{d}{dt} \left[\dot{\theta} + \frac{\pi^2 b^4 B_z^2}{2RJ} \left(\theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta \right) \right] = 0 \Rightarrow \left[\dot{\theta} + \frac{\pi^2 b^4 B_z^2}{2RJ} \left(\theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta \right) = Cte = \Omega \right]$

et $\dot{\theta} = 0$ pour $\theta = N \times 2\pi \Rightarrow \frac{\pi^2 b^4 B_z^2}{2RJ} \times 2N\pi = \Omega$

II- Centrale (2021)

(71224)

12- Bobine mobile autour de Oz (2021)

On considère une bobine, libre de tourner sans frottements selon l'axe (Oz), plongée dans un champ magnétique stationnaire et uniforme extérieur :

$\vec{B} = B_x \vec{e}_x + B_z \vec{e}_z$

On suppose que la bobine est formée de N spires concentriques de centre O, toriques de rayon moyen b et de rayon intérieur $a \ll b$.

On admet alors que chaque spire a un coefficient d'auto-inductance donnée par :

$L_1 = \mu_0 D \left(\ln \frac{8b}{a} - 2 \right)$

dans l'hypothèse où la densité volumique de courant est quasi uniforme sur une section de fil.

Le fil qui constitue la bobine est de section $s = \pi a^2$ et de conductivité électrique notée γ .

On donne, de plus :

- la masse volumique ρ du fil ;
- le moment d'inertie $J = \frac{1}{2} m b^2$ de la bobine par rapport à l'axe (Oz).

1. a- Déterminer les caractéristiques électriques du système (inductance et résistance).
 b- Déterminer les caractéristiques mécaniques du système (moment d'inertie)
2. On lance la bobine avec une vitesse angulaire initiale Ω et on observe que la bobine s'arrête au bout de N tours.
 - a- Faire un schéma du système. Expliquer la dissipation d'énergie.
 - b- Donner une condition sur N pour pouvoir négliger l'inductance propre du système (on fera apparaître a et b dans la condition).
 - c- Donner l'équation différentielle vérifiée par l'angle $\theta = (\vec{e}_x, \vec{n}_+)$ formé par le vecteur surface de la bobine et la composante du champ magnétique extérieur, orthogonale à (Oz).