

1°) si $\theta_1 = \omega t$, $\theta_2 \uparrow \Rightarrow \Phi_B \uparrow \Rightarrow e = -\frac{d\Phi_B}{dt} \neq 0 \Rightarrow \vec{F}_{\text{Laplace}} \text{ apparaît sur } (OA)$

2°) \vec{F}_L sur (OA) : Laplace: $\vec{F}_L = i \vec{OA} \wedge \vec{B} = i l B \vec{u}_1$.

a- $\int \frac{d^2 \theta_1}{dt^2} \vec{u}_2 = \vec{OG}_1 \wedge \vec{F}_L = -\frac{l}{2} \times i l B \vec{u}_2 \Rightarrow \int \ddot{\theta}_1 = -\frac{i l^2 B}{2}$ (*)

Faraday: $\Phi_B = BS = B \frac{l^2}{2} (\theta_2 - \theta_1) \Rightarrow e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{B l^2}{2} (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) = R i$

$\vec{v}_1 = \frac{B l^2}{2} (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) \xrightarrow{(*)} \frac{d\omega_1 \tau + \omega_1 = \omega_0}{dt} \text{ avec } \tau = \frac{4 R J}{B^2 l^4}$ et $\omega_1 = \dot{\theta}_1$

b- $\Rightarrow \omega_1 = \omega_0 (1 - e^{-t/\tau}) \Rightarrow \theta_1 = \omega_0 t - \omega_0 \tau (1 - e^{-t/\tau})$

3°) • Énergie cinétique $\left. \begin{array}{l} \omega_1(0) = 0 \Rightarrow \mathcal{E}_{c1} = \frac{1}{2} \mathcal{E}_{c2} = \frac{1}{2} J \omega_0^2 \\ \omega_1(\infty) = \omega_0 \Rightarrow \mathcal{E}_{cf} = \mathcal{E}_{c2} + \mathcal{E}_{c1} = J \omega_0^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta \mathcal{E}_c = \frac{1}{2} J \omega_0^2$

• Énergie perdue par effet Joule:

$\frac{d\mathcal{E}_J}{dt} = P_J = R i^2$ avec $i = \frac{B l^2}{2R} (-\omega_2 + \omega_1) = \frac{B l^2}{2R} (\omega_1 - \omega_0) = \frac{B l^2}{2R} \omega_0 e^{-t/\tau}$

$\Rightarrow \mathcal{E}_J = \int_{t=0}^{\infty} R \times \frac{B^2 l^4}{4 R^2} \omega_0^2 e^{-2t/\tau} dt = R \times \frac{B^2 l^4}{4 R^2} \omega_0^2 \times \frac{2 R J}{B^2 l^4} \Rightarrow \mathcal{E}_J = \frac{1}{2} J \omega_0^2$

• Travail de l'opérateur sur OB : (\vec{F}_{op})

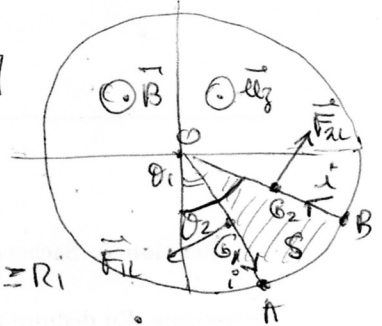
$\vec{F}_{L2} = i l B \vec{u}_1 \Rightarrow \vec{C}_{G_2}(\vec{F}_{L2}) = \frac{1}{2} \vec{OG}_2 \wedge \vec{F}_{L2} = \frac{l^2}{2} \times i l B \vec{u}_2$

• THC: $\int \frac{d\omega_2}{dt} \vec{u}_3 = \vec{0} \Rightarrow \vec{C}_{G_2}(\vec{F}_{op} + \vec{F}_{L2}) = \vec{0} \Rightarrow \vec{C}_{G_2}(\vec{F}_{op}) = -\frac{i l^2 B}{2} \vec{u}_2$

• Puissance: $P_{op} = \vec{C}_{G_2}(\vec{F}_{op}) \cdot \vec{\omega}_2 = \frac{l^2 B^2}{4 R} \omega_0^2 e^{-t/\tau} = \frac{dW_{op}}{dt}$

$\Rightarrow W_{op} = \frac{l^2 B^2}{4 R} \omega_0^2 \int_0^{\infty} e^{-t/\tau} dt = \frac{l^2 B^2}{4 R} \omega_0^2 \times \frac{4 R J}{B^2 l^4} \Rightarrow W_{op} = J \omega_0^2$

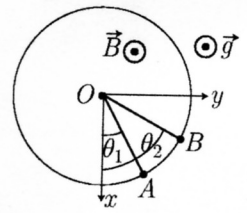
• Bilan $W_{op} = \Delta \mathcal{E}_c + \mathcal{E}_J$



II- Centrale (2023)

13- Deux barres conductrices dans un champ magnétique (2023)

On considère deux barres (OA et OB) de même longueur l et de résistance totale R , attachées à un pivot parfait. On note θ_1 et θ_2 les angles formés par les barres avec l'axe (Ox) . On suppose que les points A et B sont reliés par un conducteur extensible, de résistance nulle. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme \vec{B} .

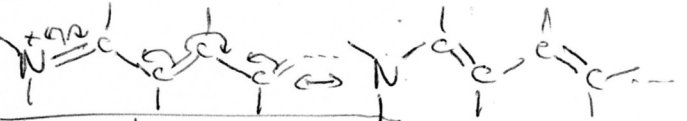


1. On met en mouvement la barre 2, de façon à ce que $\theta_2 = \omega_0 t + \theta_{2,0}$. On pose $\theta_1(t=0) = 0$ et $\dot{\theta}_1(t=0) = 0$. Sans calcul, expliquer ce qui se produit.
2. a- Déterminer l'équation différentielle vérifiée par θ_1 .
b- Déterminer l'expression de $\theta_1(t)$.
3. Faire le bilan énergétique.
4. Une dernière question que je n'ai pas eu le temps de traiter.

1) Conditions limites: $|\psi(x=0) = \psi(x=L) = 0|$

* Corde de Melde: $\psi(x,t) = \psi_0 \sin(kx) \cos(\omega t + \phi_0) \Rightarrow kL = n\pi \Rightarrow \boxed{k = \frac{n\pi}{L}} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Rightarrow \boxed{\lambda_0 = \frac{2L}{n}}$

$\boxed{\omega = kc}$ et $\boxed{E_n = \hbar\omega = \hbar \frac{n\pi c}{L}}$

2) Délocalisation des e^- sur doubles liaisons: 

$a^- \Rightarrow 9e^-$ délocalisés par double-liaison $\Rightarrow \boxed{N = 2d e^- \text{ délocalisés}}$

↳ Règles de remplissage:

- Principe de stabilité: e^- occupent les niveaux d'énergie les plus basses.
- Principe de Pauli: Pas plus de 2 e^- par niveau.
- Règle de Hund: si possible, déseparier les e^- .

b- $\boxed{\Delta E = E_{n+1} - E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2 c}{L}} = \frac{\hbar c}{\lambda_{abs}} \Rightarrow \lambda_{abs} = \frac{\hbar c \lambda}{\hbar c} \Rightarrow \boxed{\lambda_{abs} = 2L}$

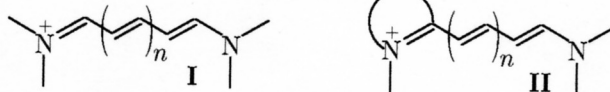
3) Longueur d'une liaison: $l_0 \Rightarrow L = (2d+2) l_0 = \frac{\lambda_0}{2}$ pour $n=1$

$\Rightarrow \boxed{l_0 = \frac{\lambda_0}{4(d+1)}}$

II- Centrale (2023)

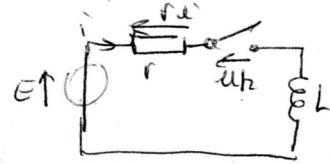
14- Étude de la cyanine (2023)

- On s'intéresse à un électron délocalisé sur une molécule de longueur L . Déterminer les conditions limites. À l'aide du modèle de la corde de Melde, donner les longueurs d'onde λ_n et états d'énergie E_n .
- On étudie les molécules de cyanine-d constituées de d liaisons doubles; voici quelques exemples:



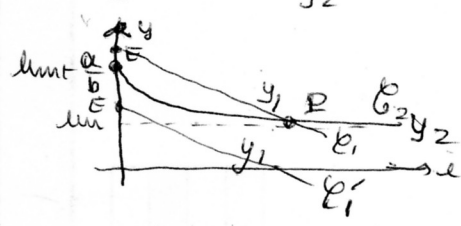
- Combien d'électrons délocalisés contient une telle molécule? Comment se répartissent les électrons dans les niveaux d'énergie?
 - Déterminer l'énergie nécessaire pour passer à un niveau d'énergie plus élevé ΔE . En déduire la longueur d'onde d'absorption de la molécule de cyanine-d.
- Calculer, pour des longueurs d'onde données et un nombre de liaisons doubles d , la longueur des liaisons.

10/ $E = r i + L \frac{di}{dt} \Rightarrow \tau \frac{di}{dt} + i = \frac{E}{r} \Rightarrow i = \frac{E}{r} (1 - e^{-t/\tau})$ ou $\tau = \frac{L}{r}$
 → Régime permanent $i = \frac{E}{r}$



20/ Avec arc, en régime stationnaire: $E = r i + (u_m + \frac{a}{i+b}) \Rightarrow \frac{E - r i}{y_1} = \frac{u_m + \frac{a}{i+b}}{y_2}$

30/ Pour existence d'un arc, existence d'un point P d'intersection des courbes \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 : Impossible sur \mathcal{C}_1' mais possible sur $\mathcal{C}_1 \Rightarrow E > u_m + \frac{a}{b} = 40,1V$



40/ Régime quelconque: $E = r i + u_m + \frac{a}{i+b} + L \frac{di}{dt}$

• Au point P: $E = r i_p + u_m + \frac{a}{i_p+b}$

$\Rightarrow r i + u_m + \frac{a}{i+b} + L \frac{di}{dt} = r i_p + u_m + \frac{a}{i_p+b}$ on cherche $i = i_p + \varepsilon$

$\Rightarrow L \frac{d\varepsilon}{dt} + r \varepsilon + \frac{a}{i_p+b} - \frac{a}{i_p+b} = 0$ où $f(i_p) = \frac{a}{i_p+b} \Rightarrow f(i_p + \varepsilon) = f(i_p) + \varepsilon \frac{df}{di} \Big|_{i_p}$
 $= \frac{a}{i_p+b} - \frac{\varepsilon a}{(i_p+b)^2}$

$\Rightarrow \left[L \frac{d\varepsilon}{dt} + \varepsilon \left[r - \frac{a}{(i_p+b)^2} \right] = 0 \right] \Rightarrow \left[\frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{1}{\tau} \varepsilon = 0 \right]$

avec $\tau = \frac{1}{\frac{1}{L} \left[r - \frac{a}{(i_p+b)^2} \right]}$

$\Rightarrow \left[\varepsilon = \varepsilon_0 e^{-t/\tau} \right]$ ne diverge pas si $\tau > 0$

$\Rightarrow \left[\text{stable si } r > \frac{a}{(i_p+b)^2} \right]$

II- Centrale (2023)

15- Modélisation d'un arc électrique (2023)

On étudie un circuit série comportant, avec un générateur E , une résistance r , une bobine L et un interrupteur K .

1. On ferme K à $t = 0$. Déterminer $i(t)$.
Après l'établissement d'un régime permanent, on ouvre K . On observe alors la formation d'un arc électrique. K se comporte alors comme un dipôle de caractéristique :

$$u = u_m + \frac{a}{i+b}$$

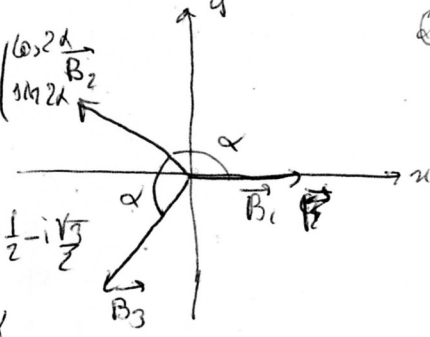
avec $u_m = 40 \text{ V}$, $a = 40 \text{ W}$ et $b = 4,0 \cdot 10^2 \text{ A}$.

2. Déterminer les équations régissant le circuit en régime stationnaire avec et sans arc (interrupteur ouvert).
3. Tracer la caractéristique du dipôle puis, sur le même graphe, la droite $\Delta : y = E - r x \forall E$.
À quelle condition sur E peut-on observer un arc ?
Faire l'application numérique (commentaire).
4. Peut-on observer un arc stable ?

1°) $\vec{B}_1 = k I_m e^{i\omega t} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\vec{B}_2 = k I_m e^{i\omega t} e^{-i\alpha} \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix}$; $\vec{B}_3 = k I_m e^{i\omega t} e^{i2\alpha} \begin{pmatrix} \cos 2\alpha \\ \sin 2\alpha \end{pmatrix}$

$$\begin{cases} \cos(\alpha) = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow \cos \alpha = -1/2 \\ \cos(2\alpha) = \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow \cos 2\alpha = -1/2 \\ \sin \alpha = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{3}/2 \\ \sin(2\alpha) = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow \sin(2\alpha) = -\sqrt{3}/2 \end{cases}$$

eV) $\vec{e}^{i\alpha} = \cos \alpha - i \sin \alpha = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$
 $\vec{e}^{i2\alpha} = \cos 2\alpha - i \sin 2\alpha = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$



• $\vec{B}_x = k I_m e^{i\omega t} \left[1 + \cos \alpha e^{-i\alpha} + \cos(2\alpha) e^{i2\alpha} \right] = k I_m e^{i\omega t} \left[1 - \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \right) - \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right]$
 $= k I_m e^{i\omega t} \times \left(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right) \Rightarrow \boxed{B_x = \frac{3}{2} k I_m e^{i\omega t}}$

• $\vec{B}_y = k I_m e^{i\omega t} \left[\sin \alpha e^{-i\alpha} + \sin(2\alpha) e^{i2\alpha} \right] = k I_m e^{i\omega t} \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \right) - \frac{\sqrt{3}}{2} \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right]$
 $\Rightarrow \boxed{B_y = -\frac{3i}{2} k I_m e^{i\omega t} e^{i\pi/2} = \frac{3}{2} k I_m e^{i\omega t} e^{-i\pi/2}}$
 $\Rightarrow \boxed{B_x = \frac{3}{2} k I_m \cos(\omega t)} \quad \text{et} \quad \boxed{B_y = \frac{3}{2} k I_m \sin(\omega t)} \Rightarrow \text{champ tournant}$

2°) $\vec{\Gamma} = \vec{M} \wedge \vec{B} = \begin{pmatrix} M \cos \theta \\ M \sin \theta \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ M \cos \theta B_y - M \sin \theta B_x \end{pmatrix}$

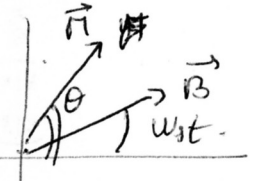
$\Rightarrow \Gamma_z = \frac{3}{2} k I_m \left[\sin(\omega t) \cos \theta - \cos(\omega t) \sin \theta \right]$

$\Rightarrow \Gamma_z = \frac{3}{2} k I_m \sin(\omega t - \theta) \Rightarrow \boxed{\Gamma_z = \frac{3}{2} k I_m \sin \left[(\omega_s - \omega) t + \theta_0 \right]}$ $\theta = \omega t - \theta_0$

• si $\Delta \omega \neq 0 \Rightarrow \langle \Gamma_z \rangle = 0$

• si $\Delta \omega = 0, \langle \Gamma_z \rangle = \frac{3}{2} k I_m \sin \theta_0 \neq 0 \Rightarrow \text{machine synchrone (car } \omega = \omega_s)$

• moteur si $\theta_0 > 0$ et alternateur si $\theta_0 < 0$.



II- Centrale (2023)

16- Boussole dans un champ magnétique tournant (2023)

On considère le montage suivant où les rectangles sont des solénoïdes constitués de N spires.

Il s'agit donc du schéma d'un moteur électrique triphasé.

On pose : $\alpha = \frac{2\pi}{3}$.

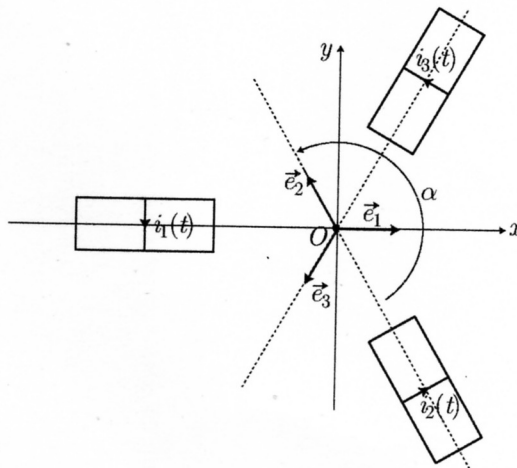
Le stator est constitué par les trois solénoïdes $p \in \{1, 2, 3\}$.

Le champ électrique en O créé par la bobine p est de la forme :

$$\vec{B}_p(O, t) = K i_p(t) \vec{e}_p$$

avec :

$$\begin{cases} i_1(t) = I_m \cos(\omega_s t) \\ i_2(t) = I_m \cos(\omega_s t - 2\pi/3) \\ i_3(t) = I_m \cos(\omega_s t - 4\pi/3) \end{cases}$$



1. Calculer $\vec{B}(O, t)$. Commenter.

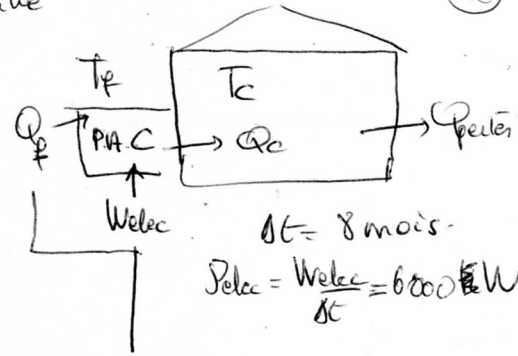
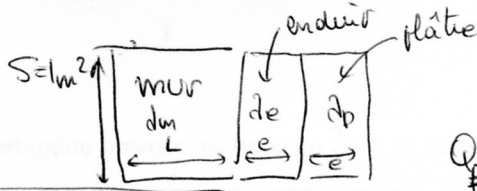
2. On place une boussole en O . L'aiguille de la boussole, de moment \vec{M} , tourne à la pulsation constante ω . Quel est le couple magnétique $\langle \vec{\Gamma} \rangle$, en moyenne temporelle, subi par l'aiguille?

Ce champ est-il forcément celui d'un moteur ?

1°) cf cours -

2°) $R_{th} = R_{mur} + R_{enduit} + R_{plâtre}$

$$R_{th} = \frac{1}{S} \left[\frac{L}{\lambda_{mur}} + \frac{e}{\lambda_{enduit}} + \frac{e}{\lambda_{plâtre}} \right] = 2,55 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1} \text{ par m}^2$$



3°) • 1°e principe $\Rightarrow |W_{elec}| = |Q_c| - |Q_p|$

• Clapeyron $\Rightarrow \frac{|Q_c|}{T_c} = \frac{|Q_p|}{T_f} \Rightarrow |W_{elec}| = |Q_c| \times \left(1 - \frac{T_f}{T_c}\right)$
 $\Rightarrow P_{elec} = \frac{|Q_c|}{\Delta t} \times \left(1 - \frac{T_f}{T_c}\right)$

• Schéma $\Rightarrow |Q_c| = |Q_{perles}| \Rightarrow \frac{|Q_c|}{\Delta t} = \frac{|Q_{perles}|}{\Delta t} = \frac{|Q_{perles}|}{\Delta t} \Rightarrow P_{elec} = |Q_{perles}| \times \frac{T_c - T_f}{T_c}$

• Résistance thermique : $T_c - T_f = |Q_{perles}| R_{th} \Rightarrow P_{elec} = \frac{|Q_{perles}|^2 R_{th}}{T_c} \Rightarrow |Q_{perles}| = \sqrt{\frac{P_{elec} \times T_c}{R_{th}}}$

II- Centrale (2023)

17- Chauffage d'une habitation (2023)

On étudie un mur avec une épaisseur de 30 cm, recouvert à l'extérieur d'un enduit d'épaisseur $e = 3$ cm et de plâtre d'épaisseur e .

On se place en régime stationnaire.

1. Rappeler le concept de résistance thermique.
Établir l'expression de la résistance thermique.
2. Déterminer la résistance équivalente de l'ensemble pour une surface de 1 m^2 .
Est-on en accord avec la réglementation ?
3. Pendant 8 mois, on utilise une pompe à chaleur pour chauffer la maison avec une puissance électrique de 6000 W.
En déduire la puissance thermique des pertes.
4. Une dernière question non traitée.

Annexe :

- $\lambda_{mur} = 0,12 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
- $\lambda_{plâtre} = \lambda_{enduit} = 0,4 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$