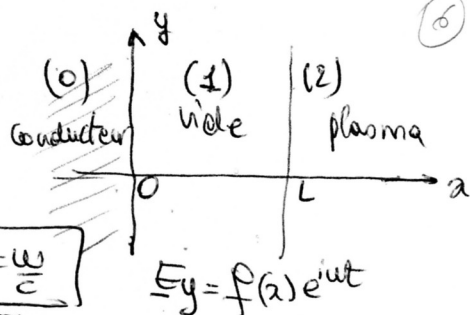


1°) Vide: $\Delta \underline{E}_x = -\frac{\omega^2}{c^2} \underline{E}_x$ Plasma: $\Delta \underline{E}_x = \frac{\omega_p^2 - \omega^2}{c^2} \underline{E}_x$



2°) Milieu (1): $\frac{d^2 f_1}{dx^2} + \frac{\omega^2}{c^2} f_1 = 0 \Rightarrow f_1(x) = A_1 \cos(kx) + B_1 \sin(kx)$ et $k = \frac{\omega}{c}$

Milieu (2): $\frac{d^2 f_2}{dx^2} = q^2 f_2$ où $q^2 = \frac{\omega_p^2 - \omega^2}{c^2} > 0$
 $\Rightarrow f_2(x) = A_2 e^{-q^2 x} + B_2 e^{q^2 x}$ car $B_2 = 0$ sinon $\lim_{x \rightarrow \infty} f_2 = \infty!$

rot $\underline{E} = -\frac{\partial \underline{B}}{\partial t} = \begin{pmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ 0/\partial z \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ E_y \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \partial B_z / \partial x \end{pmatrix} \Rightarrow -\frac{\partial B_z}{\partial t} = \frac{\partial E_y}{\partial x} \Rightarrow B_z = \frac{1}{\omega} \frac{\partial E_y}{\partial x}$

Milieu (1): $B_{z1} = \frac{i}{\omega} [-A_1 k \sin(kx) + B_1 k \cos(kx)] e^{i\omega t} \Rightarrow B_{z1} = -\frac{k}{\omega} [-A_1 \sin(kx) + B_1 \cos(kx)] \sin(\omega t)$

Milieu (2): $B_{z2} = \frac{i}{\omega} [-q A_2 e^{-q^2 x}] e^{i\omega t} \Rightarrow B_{z2} = -\frac{q}{\omega} [-A_2 e^{-q^2 x}] \sin(\omega t)$

3°) Continuité, avec $E_y = 0$ dans le conducteur parfait:

en $x=0$: $0 = E_1(x=0) \Rightarrow A_1 = 0 \Rightarrow f_1(x) = B_1 \sin(kx) \Rightarrow E_1 = B_1 \sin(kx) e^{i\omega t}$

en $x=L$: $E_1(L) = E_2(L) \Rightarrow B_1 \sin(kL) = A_2 e^{-qL} \Rightarrow A_2 = B_1 \sin(kL) e^{qL}$
 $\Rightarrow E_2(x) = B_1 \sin(kL) e^{-q(x-L)} e^{i\omega t}$

I- Mines-Ponts (2024)

26- Électromagnétisme, optique (Duval-Decaix, 2024)

a- Exercice 1 : Onde stationnaire (15 min de préparation)

Dans l'espace $Oxyz$, on suppose que :

- la zone $x < 0$ est occupée par un conducteur parfait
- la zone $0 \leq x \leq L$ est vide
- la zone $x > L$ est un plasma de pulsation de coupure ω_p .

On considère alors un champ électrique monochromatique de pulsation ω , en notation complexe :

$$\underline{E}(x, t) = f(x) e^{i\omega t} \underline{e}_y \text{ avec } \omega < \omega_p$$

1. Rappeler l'équation de propagation de \underline{E} dans le vide et dans le plasma.
2. En déduire les expressions de \underline{E} et \underline{B} dans chaque milieu.
3. On suppose que le champ \underline{E} est continu entre les différents milieux. En déduire les conditions sur les expressions trouvées précédemment.
4. Comparer le résultat avec le cas d'une onde électromagnétique piégée entre deux conducteurs parfaits.

Hypothèses : • appareil réglé à l'infini \Rightarrow pellicule dans le plan focal F' !

• A' image de $A \Rightarrow r$: rayon de la tache sur la pellicule

• Pellicule de $32 \text{ mm} \times 26 \text{ mm}$ -

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{OA'} = \frac{1}{OA} + \frac{1}{f'} = -\frac{1}{D} + \frac{1}{f'} \Rightarrow \overline{OA'} = \frac{Df'}{D-f'}$$

• La 2^e photo donne la taille maximale acceptable de la tache pour $n=16 = \frac{f'}{\Phi}$, c'est-à-dire le rayon r d'un pixel.

• $\tan \alpha = \frac{\Phi/2}{\overline{OA'}} = \frac{r}{F'A'}$ où $F'A' = \overline{OA'} - f' = \frac{Df'}{D-f'} - f' = \frac{f'^2}{D-f'}$

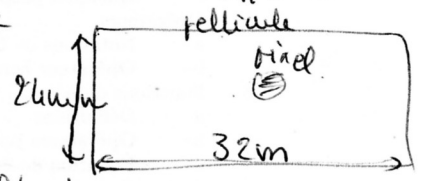
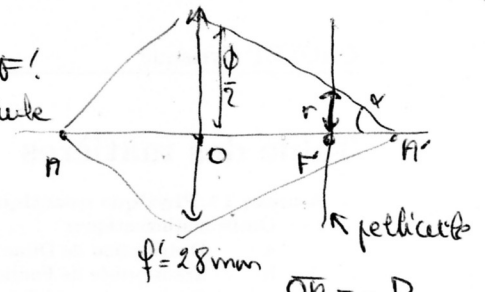
$$\Rightarrow \frac{\Phi/2}{\overline{OA'}} = r = \frac{\Phi}{2} \times \frac{F'A'}{\overline{OA'}} = \frac{\Phi}{2} \times \frac{f'^2}{D-f'} \times \frac{D-f'}{Df'} \Rightarrow r = \frac{f'}{D} \times \frac{\Phi}{2} = \frac{f'}{D} \times \frac{f'}{n} = \frac{(28 \cdot 10^{-3})^2}{16 \cdot 2}$$

$$\Rightarrow r = 2,45 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

• $S = \pi r^2 =$ surface d'un pixel

• $S = 24 \cdot 10^{-3} \times 32 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

• Nombre de pixels : $N = \frac{S_{\text{pellicule}}}{S} = \frac{26 \times 32 \cdot 10^{-6}}{\pi \times (2,45 \cdot 10^{-5})^2} \Rightarrow \boxed{N = 6 \cdot 10^5 \text{ pixels}}$



I- Mines-Ponts (2024)

b- Exercice 2 : Appareil photographique

On considère un appareil photo réglé à l'infini, de distance focale $f' = 28 \text{ mm}$ et possédant un diaphragme de diamètre Φ réglable.

On pose : $n = \frac{f'}{\Phi}$.

On a photographié un paquet de mouchoirs à une distance $D = 2 \text{ m}$ pour différentes valeurs de n . L'examineur me montre 3 photos :

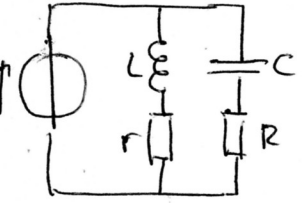
- la première, pour $n = 32$, est très nette ;
- la deuxième, pour $n = 16$, est floue mais on distingue le paquet de mouchoirs ;
- la dernière, pour $n = 8$, est très floue et on ne distingue aucune forme.

Déterminer le nombre de pixels de l'appareil photo.

Données : les formules de conjugaison de Descartes et de Newton :

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{OF'} = \frac{1}{f'} \quad \overline{FA} \times \overline{F'A'} = -f'^2$$

$$1^o) \frac{1}{Z} = \frac{1}{\omega_j r} + \frac{1}{R + \frac{1}{\omega_j C}} = \frac{1}{\omega_j r} + \frac{\omega_j C}{1 + R\omega_j C} = \frac{1 + R\omega_j C + r\omega_j C + LC(\omega_j)^2}{\omega_j r + RLC(\omega_j)^2 + rR\omega_j C}$$



$$\Rightarrow Z = \frac{E}{i} \Rightarrow i = \frac{E}{Z} \Rightarrow r\dot{i} + (L + rRC)\frac{di}{dt} + RLC\frac{d^2i}{dt^2} = E$$

$$\Rightarrow \left[\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{di}{dt} + \omega_0^2 i = \frac{E}{RLC} \right] \text{ avec } \left[\omega_0^2 = \frac{r}{RLC} \right] \text{ et } \frac{\omega_0}{Q} = \frac{L + rRC}{RLC} \Rightarrow \left[Q = \frac{RLC\omega_0}{L + rRC} \right]$$

• solution particulière $\omega_0^2 i_p = \frac{E}{RLC} \Rightarrow i_p = \frac{E}{r}$

• solution homogène: $X^2 + \frac{\omega_0}{Q}X + \omega_0^2 = 0 \Rightarrow \Delta = \frac{\omega_0^2}{Q^2} - 4\omega_0^2$

$$\Rightarrow i(t) = \frac{E}{r} + (Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t})$$

$$\Rightarrow \lambda_1 = -\frac{\omega_0 + \sqrt{\Delta}}{2Q}$$

$$\lambda_2 = -\frac{\omega_0 - \sqrt{\Delta}}{2Q}$$

Hypothèse $\Delta > 0$

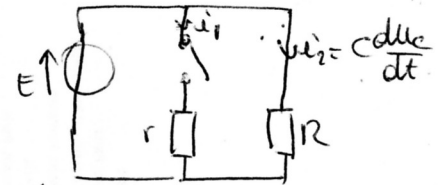
~~*~~

À $t=0$:

$$E = u_c + Ri_2 \Rightarrow 0 = \frac{i_2}{C} + R\frac{di_2}{dt} \Rightarrow \frac{di_2}{dt} = -\frac{1}{RC}i_2$$

$$t=0 \Rightarrow E = Ri_2 \Rightarrow i(0) = i_2(0) = \frac{E}{R}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_2}{dt} \Big|_0 &= -\frac{1}{RC} \frac{E}{R} = -\frac{E}{R^2C} \\ E &= L\frac{di}{dt} + ri_1 \Rightarrow \frac{di}{dt} \Big|_0 = \frac{E}{L} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{di}{dt} \Big|_0 = \left[E \left(\frac{1}{L} - \frac{1}{R^2C} \right) \right]$$



$$2^o) \frac{di}{dt} = 0 \forall t \text{ pour } [L = R^2C]$$

I- Mines-Ponts (2024)

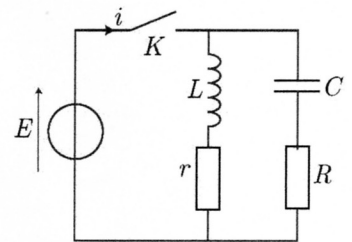
27- Électrocinétique, optique (Kahi, 2024)

a- Exercice 1 : Circuit électronique

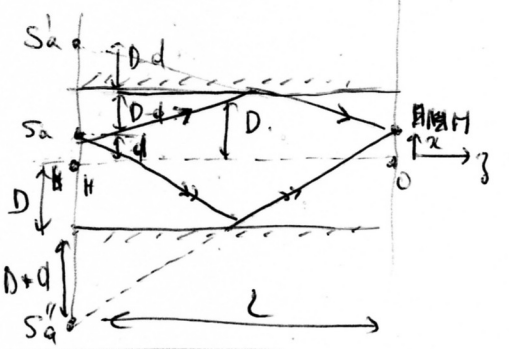
On considère le circuit suivant :

À $t = 0$ on ferme K .

1. Déterminer $t \mapsto i(t)$ en résolvant l'équation différentielle.
2. À quelle condition i est-elle indépendante de t ?



$$\begin{aligned}
 \bullet HS'_a &= d + 2(D-d) = 2D-d \\
 \bullet HS''_a &= D + (D+d) = 2D+d \\
 \bullet \delta &= S''_aM - S'_aM \\
 \bullet S''_aM^2 - S'_aM^2 &= (S''_aM - S'_aM)(S''_aM + S'_aM) = (\vec{S''_aM} - \vec{S'_aM}) \cdot (\vec{S''_aM} + \vec{S'_aM})
 \end{aligned}$$



$$\Rightarrow \delta \approx 2L = \begin{pmatrix} -2d \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2x-2D \\ 2L \end{pmatrix} = -4d(x-D) \Rightarrow \delta_a = \frac{2D(D-2d(D-x))}{L}$$

$$\delta_b = S''_bM - S'_bM = \frac{2d(D+x)}{L}$$

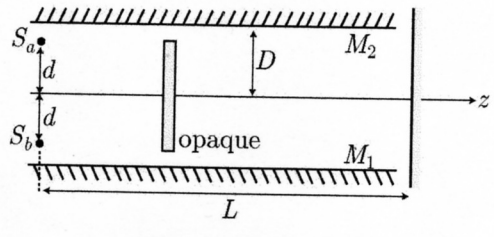
Fresnel \Rightarrow

$$\begin{cases} I_a = 2I_0 [1 + \cos(k\delta_a)] \\ I_b = 2I_0 [1 + \cos(k\delta_b)] \end{cases}$$

I- Mines-Ponts (2024)

b- Exercice 2 : Variante des trous d'Young

On considère le dispositif suivant :



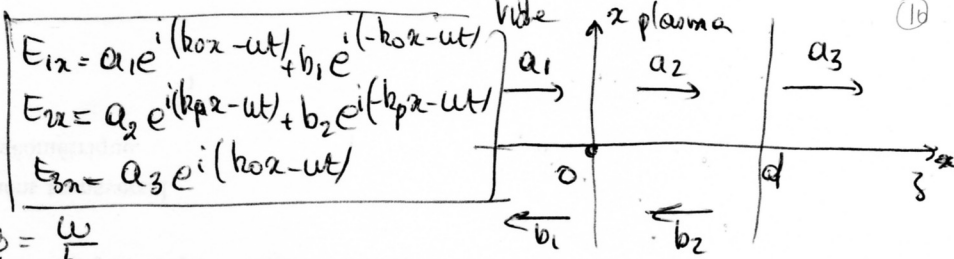
où M_1 et M_2 sont des miroirs, S_a et S_b sont des sources ponctuelles monochromatiques incohérentes, qui émettent à la longueur d'onde λ .

On néglige les rayons ayant été réfléchis plus d'une fois.

1. Expliquer, sans faire de calcul, comment obtenir la longueur du cache.
2. Expliquer qualitativement ce qui se passe et déterminer l'intensité en un point M de l'écran.
3. Déterminer le contraste et la longueur ΔD qui sépare deux annulations du contraste.

Exo 28 - a p 17 - 25072 SI

Champs \vec{E} :



1°) Champ \vec{B} :

• Indice de réfraction du plasma:

$$n_p = \frac{c}{v_p} \text{ car } \omega = k_p v_p \Rightarrow v_p = \frac{\omega}{k_p}$$

$$= \frac{c}{\omega} k_p = \frac{c}{\omega} \sqrt{\frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}} \Rightarrow n_p = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}$$

vide: $\omega = k_0 c$
 plasma: $k_p = \frac{\sqrt{\omega^2 - \omega_p^2}}{c}$

• Relation de structure:

rot $\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Rightarrow k \wedge \vec{E} = \omega \vec{B} \Rightarrow \vec{B} = \frac{1}{\omega} k \wedge \vec{E} = \frac{1}{\omega} \frac{1}{c} \vec{E}$

$$\Rightarrow B_y = \frac{1}{c} E_x \Rightarrow \begin{cases} B_{1y} = \frac{a_1}{c} e^{i(k_0 x - \omega t)} - \frac{b_1}{c} e^{i(-k_0 x - \omega t)} \\ B_{2y} = \frac{a_2}{c} n_p e^{i(k_p x - \omega t)} - \frac{b_2}{c} n_p e^{i(-k_p x - \omega t)} \\ B_{3y} = \frac{a_3}{c} e^{i(k_0 x - \omega t)} \end{cases}$$

2°) Continuité de E_x et B_y :

• En $x=0$: $\begin{cases} a_1 + b_1 = a_2 + b_2 \\ a_1 - b_1 = a_2 n_p - b_2 n_p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a_1 = (n_p + 1)a_2 + (1 - n_p)b_2 \quad (d) \\ 2b_1 = (1 - n_p)a_2 + (1 + n_p)b_2 \end{cases}$

• En $x=d$: $\begin{cases} a_2 e^{i k_p d} + b_2 e^{-i k_p d} = a_3 e^{i k_0 d} \\ n_p a_2 e^{i k_p d} - n_p b_2 e^{-i k_p d} = a_3 e^{i k_0 d} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n_p a_2 e^{i k_p d} + n_p b_2 e^{-i k_p d} = n_p a_3 e^{i k_0 d} \\ n_p a_2 e^{i k_p d} - n_p b_2 e^{-i k_p d} = a_3 e^{i k_0 d} \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2 n_p a_2 e^{i k_p d} = a_3 (n_p + 1) e^{i k_0 d} \\ 2 n_p b_2 e^{-i k_p d} = a_3 (n_p - 1) e^{i k_0 d} \end{cases}$$

(d) $\Rightarrow 2a_1 = \frac{(n_p + 1)^2 a_3 e^{i k_0 d}}{2 n_p e^{i k_p d}} - \frac{(1 - n_p)^2 a_3 e^{i k_0 d}}{2 n_p e^{-i k_p d}}$

$$\Rightarrow \left| \frac{a_3}{a_1} = \frac{4 n_p e^{i k_0 d}}{(n_p + 1)^2 e^{-i k_p d} - (n_p - 1)^2 e^{i k_p d}} \right| \text{ et } |T| = \left| \frac{a_3}{a_1} \right|^2$$

I- Mines-Ponts (2024)

28- Électromagnétisme, électrostatique (Kasperski, 2024)

a- Exercice 1 : Transmission d'une lame de plasma

On considère un plasma occupant le domaine $0 < z < d$, de pulsation plasma ω_p . Pour $z < 0$ et $z > d$, le milieu est vide de charges et de courants. Une longueur plane progressive monochromatique, se propageant selon les z croissants, polarisée rectilignement, arrive sur le plasma. Sa pulsation est $\omega > \omega_p$.

- Déterminer l'expression du champ électromagnétique dans les 3 zones de l'espace.
- Déterminer l'expression du coefficient de transmission $T(\omega)$ en intensité, en fonction de l'indice de réfraction du plasma n_a à la pulsation ω .