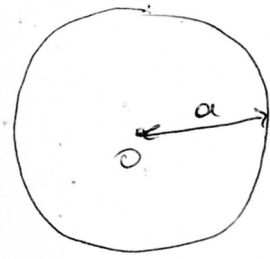


• Orbite géostationnaire  $r = a = R_E \rightarrow$  circulaire.

$$\Rightarrow \frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} \Rightarrow a^3 = \frac{GM T^2}{4\pi^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \times 6 \cdot 10^{24}}{4\pi^2} (24 \times 3600)^2$$

$$\Rightarrow a = 4,2 \cdot 10^7 \text{ m}$$

$$E_p = - \frac{GMm}{a} = 19 \text{ kJ}$$



**IV- MINES-TELECOMS (2025)**

**1- Mécanique, électrostatique (Meulmans, 2025)**

**a- Exercice 1 : Gravitation**

Quelle énergie faut-il à un satellite géostationnaire pour atteindre son orbite?

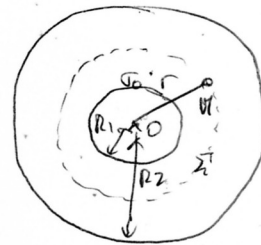
Question pendant l'exercice sur la position du satellite (sur l'équateur) et est-ce que tous les satellite ont un mouvement en 2D ?

Données :

- Masse du satellite :  $m = 500 \text{ kg}$
- Masse de la Terre :  $M = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
- Constante de gravitation :  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ usi}$ .

1) Th. de Gauss:  $\Phi_E = \oint_{\Sigma} \vec{E}(r) \cdot d\vec{S}_M = E \times 4\pi r^2 = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} = \sigma_0 \times 4\pi r^2$

$$\Rightarrow E \times 4\pi r^2 = \frac{\sigma_0 4\pi R_1^2}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma_0 R_1^2}{\epsilon_0 r^2}$$



2)  $\oint \frac{dE}{dt} = u = \epsilon_0 \frac{E^2}{2}$  ou  $dt = 4\pi r^2 dr$

$$\Rightarrow \mathcal{E} = \int_{r=R_1}^{R_2} \frac{\epsilon_0}{2} \times \left( \frac{\sigma_0^2 R_1^4}{\epsilon_0^2 r^4} \right) \times 4\pi r^2 dr = \frac{\sigma_0^2 R_1^4 2\pi}{\epsilon_0} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{2\pi \sigma_0^2 R_1^4}{\epsilon_0} \times \frac{1}{R_1}$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathcal{E} = \frac{2\pi \sigma_0^2 R_1^3}{\epsilon_0}}$$

#### IV- MINES-TELECOMS (2025)

##### b- Exercice 2 : Décharge entre deux sphères

Une sphère  $S_1$  (de rayon  $R_1$ ), dans une sphère  $S_2$  (de rayon  $R_2$ ), porte seule la charge de densité surfacique  $\sigma_0$  à  $t < 0$ .

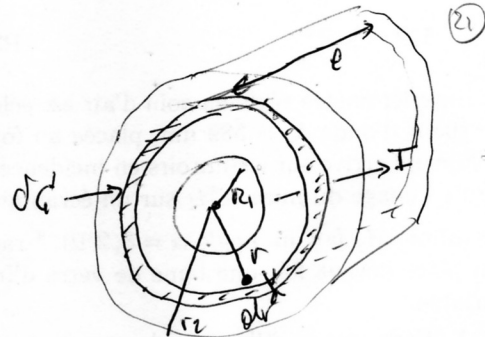
À  $t = 0$ , le gaz isolant entre les deux sphères est ionisé; la densité  $\sigma_1$  de  $S_1$  et la densité  $\sigma_2$  de  $S_2$  changent.

1. Calculer le champ  $E$  à  $t < 0$ .
2. Calculer l'énergie.
3. Il y avait au moins 5 ou 6 questions au total, mais je ne m'en rappelle plus.

$$\delta C = \epsilon_0 \int \frac{dS}{dr} = \epsilon_0 \times 2\pi r l$$

Condensateurs en série  $\Rightarrow \frac{1}{C_{eq}} = \sum_i \frac{1}{C_i}$

$$\Rightarrow \frac{1}{C_{eq}} = \int_{r=R_1}^{R_2} \frac{dr}{2\pi \epsilon_0 l r} = \frac{1}{2\pi \epsilon_0 l} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \Rightarrow \boxed{C_{eq} = \frac{2\pi \epsilon_0 l}{\ln(R_2/R_1)}}$$

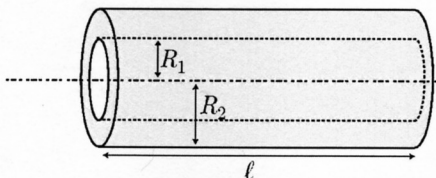


### IV- MINES-TELECOMS (2025)

#### 2- Électromagnétisme, mécanique (Bennour, 2025)

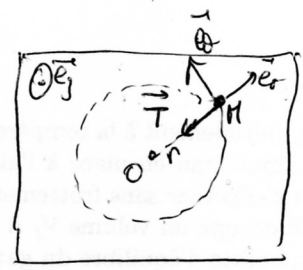
##### a- Exercice 1 : Capacité d'un câble coaxial

Un cylindre évidé conducteur, compris entre les rayons  $R_1$  et  $R_2 > R_1$ , forme un condensateur :



Exprimer sa capacité pour un courant radial (dirigé de l'axe vers l'extérieur).

1) à  $r=r_0$  :  $\mathcal{E}_0 = \frac{1}{2} m v_0^2$   
 $\vec{\sigma}_0 = \vec{\sigma} \times m \vec{v}_0 = r_0 \times m v_0 \vec{e}_3$  où  $\vec{v} = r \omega$   
 $\Rightarrow \vec{\sigma}_0 = m r_0^2 \omega_0 \vec{e}_3$



2)  $|\vec{T} = cte \Rightarrow (\text{force centrale})| \Rightarrow m r_0^2 \omega_0 = m r_1^2 \omega_1 \Rightarrow \omega_1 = \frac{r_0^2}{r_1^2} \omega_0$

3) 1<sup>re</sup> méthode :  $\Delta \mathcal{E} = W_T$  avec  $\mathcal{E}_1 = \frac{1}{2} m v_1^2$  et  $\sigma = cte \Rightarrow m r_0 v_0 = m r_1 v_1 \Rightarrow v_1 = \frac{r_0}{r_1} v_0$   
 $\Rightarrow \mathcal{E}_1 = \frac{1}{2} m \frac{r_0^2}{r_1^2} v_0^2$

$\Rightarrow W_T = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_0 = \frac{1}{2} m v_0^2 \left( \frac{r_0^2}{r_1^2} - 1 \right)$

2<sup>e</sup> méthode :  $dW_T = \vec{T} \cdot d\vec{r}$  avec  $\begin{cases} \vec{T} = -T \vec{e}_r \\ d\vec{r} = dr \vec{e}_r \end{cases} \Rightarrow dW_T = -T dr$

• PFD  $\Rightarrow m(\dot{r}^2 - r\omega^2) \vec{e}_r = -T \vec{e}_r \Rightarrow T = m r \omega^2$

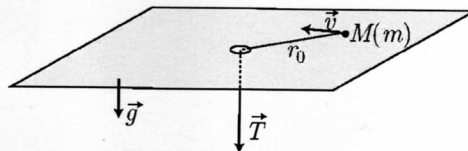
• Conservation de  $\sigma = \sigma_0 = \sigma \Rightarrow m r_0 v_0 = m r^2 \omega = m v_0 \frac{r_0 v_0}{r^2} \Rightarrow \omega = \frac{r_0 v_0}{r^2}$

$\Rightarrow W_T = - \int_{r_0}^{r_1} T dr = - \int_{r_0}^{r_1} m r \times \left( \frac{r_0^2 v_0^2}{r^4} \right) dr = m v_0^2 r_0^2 \int_{r_0}^{r_1} -\frac{dr}{r^3} = m v_0^2 r_0^2 \left[ \frac{1}{2} \times \frac{1}{r^2} \right]_{r_0}^{r_1}$   
 $= \frac{1}{2} m v_0^2 \times r_0^2 \left( \frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_0^2} \right) \Rightarrow W_T = \frac{1}{2} m v_0^2 \left( \frac{r_0^2}{r_1^2} - 1 \right)$

### IV- MINES-TELECOMS (2025)

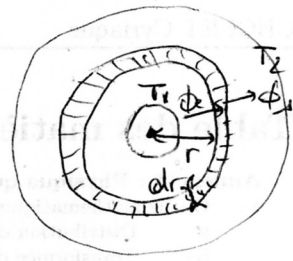
#### b- Exercice 2 : Étude d'une force centrale

On considère une bille accrochée à un fil, en mouvement circulaire uniforme sur un plan, avec une vitesse initiale  $\vec{v}_0$  et une vitesse angulaire initiale  $\omega_0$ .



1. Donner l'énergie cinétique et le moment cinétique en O de la bille située en M.
2. Quelles sont les grandeurs qui se conservent, en tirant sur le fil de sorte à avoir une longueur  $r_1 < r_0$ . Exprimer  $\omega_1$ .
3. Exprimer le travail de  $\vec{T}$  lors de l'opération.

1)  $\Phi_e = \frac{dQ_e}{dt} = \int j(r,t) \times 4\pi r^2 = 4\pi r^2 j(r,t) \Rightarrow \rho(r,t) = r^2 j(r,t)$   
 $\Phi_0 = \int j(r,rdt) \times 4\pi(r+dr)^2 = 4\pi \times j(r,rdt) = 4\pi \left[ j(r,t) + dr \frac{\partial j}{\partial r} \right]$   
 $\Rightarrow \Phi_e - \Phi_0 = -4\pi dr \frac{\partial}{\partial r} [r^2 j] \Rightarrow j(r,t) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial r}$   
 $\Rightarrow \Phi_e - \Phi_0 = 4\pi \lambda dr \frac{\partial}{\partial r} \left[ r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right]$



c  $\frac{du}{dt} = \Phi_e - \Phi_0 = 0$  en régime permanent.

$\Rightarrow \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dT}{dr} \right) = 0 \Rightarrow \frac{dT}{dr} = \frac{a}{r^2} \Rightarrow T(r) = \frac{a}{r} + b \Rightarrow T_1 = \frac{a}{R_1} + b \Rightarrow b = T_1 - \frac{a}{R_1}$

$\Rightarrow T(r) = T_1 + a \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R_1} \right)$

$T(R_2) = T_2 \Rightarrow T_2 = T_1 + a \left( \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) \Rightarrow a = (T_2 - T_1) \times \frac{R_1 R_2}{R_1 - R_2} \Rightarrow T(r) = T_1 + (T_2 - T_1) \frac{R_1 R_2}{R_1 - R_2} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R_1} \right)$

2)  $R_{th} = \frac{1}{\lambda} \frac{dr}{4\pi r^2} \Rightarrow R_{th} = \frac{1}{4\pi \lambda} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^2} \Rightarrow \frac{1}{4\pi \lambda} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = R_{th}$

3) Régime permanent  $\Rightarrow \frac{dS}{dt} = 0 \Rightarrow S_{cr} = -S_{ch}$ , avec  $\frac{dS_{ch}}{dt} = \frac{\Phi_1}{T_1} - \frac{\Phi_2}{T_2}$

où  $\Phi_1 = \Phi_2 = Cte$  (notée  $\Phi$ ) et  $T_1 - T_2 = R_{th} \Phi \Rightarrow \Phi = \frac{T_1 - T_2}{R_{th}}$

$\Rightarrow \frac{S_{ch}}{dt} = \Phi \times \left( \frac{T_2 - T_1}{T_1 T_2} \right) \times \frac{T_1 - T_2}{R_{th}} \Rightarrow \frac{S_{ch}}{dt} = \frac{(T_1 - T_2)^2}{R_{th} T_1 T_2}$

**IV- MINES-TELECOMS (2025)**

**3- Thermodynamique, mécanique (Izelfanane, 2025)**

**a- Exercice 1 : Diffusion thermique dans une sphère**

Un conducteur thermique homogène est compris entre deux sphères de rayons  $R_1$  et  $R_2 > R_1$ .

1. Établir l'expression de  $T(r)$  en régime permanent.
2. Trouver l'expression de la résistance thermique  $R_{th}$ .
3. Trouver l'entropie créée par le système.

