

### Exercice 1

Le rang des matrices suivantes est égal à 1. Donner un vecteur directeur de leur image et retrouver une équation cartésienne de leur noyau.

$$A = \begin{pmatrix} -8 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 6 & -3 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{Ker } A = [2x - y = 0]$$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -12 & 0 \\ -4 & 12 & 0 \\ 2 & -6 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{Ker } A = [x - 3y = 0]$$

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 4 & 2 \\ 8 & -8 & -4 \\ -6 & 6 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{Ker } A = [-2x + 2y + z = 0]$$

$$A = \begin{pmatrix} 15 & -12 & 0 \\ -20 & 16 & 0 \\ -15 & 12 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{Ker } A = [-5x + 4y = 0]$$

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 4 & 4 \\ 12 & 6 & 6 \\ -16 & -8 & -8 \end{pmatrix} \quad \text{Ker } A = [4x + 2y + 2z = 0]$$

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 12 & 20 \\ 12 & 12 & 20 \\ 9 & 9 & 15 \end{pmatrix} \quad \text{Ker } A = [-3x - 3y - 5z = 0]$$

### Exercice 2

Le rang des matrices suivantes est égal à 2. Donner une base de leur image ; retrouver une équation cartésienne de leur image et un vecteur directeur de leur noyau.

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 7 & -6 \\ -6 & -4 & 6 \\ 12 & -4 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{Im } A = [12x + 12y + 9z = 0] \quad \text{Ker } A = \mathbb{R} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & -9 \\ 22 & 18 & 18 \\ 1 & 3 & -5 \end{pmatrix} \quad \text{Im } A = [-16x - 3y + 18z = 0] \quad \text{Ker } A = \mathbb{R} \cdot \begin{pmatrix} 9 \\ -8 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 12 & -10 \\ 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix} \quad \text{Im } A = [-18y + 18z = 0] \quad \text{Ker } A = \mathbb{R} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -8 \\ 14 & -1 & 10 \\ 20 & 2 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{Im } A = [12x + 14y - 11z = 0] \quad \text{Ker } A = \mathbb{R} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 12 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ -4 & 17 & 5 \\ -5 & 13 & 7 \end{pmatrix} \quad \text{Im } A = [-3x + 3y - 3z = 0] \quad \text{Ker } A = \mathbb{R} \cdot \begin{pmatrix} -18 \\ -1 \\ -11 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} -13 & 7 & -12 \\ -11 & 0 & -8 \\ 12 & 2 & 8 \end{pmatrix} \quad \text{Im } A = [2x - 10y - 7z = 0] \quad \text{Ker } A = \mathbb{R} \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \\ -11 \end{pmatrix}$$

### Exercice 3

Démontrer, avec le moins de calculs possible, que les matrices suivantes sont inversibles.

$$\begin{pmatrix} 5 & 4 & -4 \\ -2 & -2 & 2 \\ 10 & 11 & -6 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 8 & 16 \\ 5 & 4 & -8 \\ 5 & -10 & 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 14 & 1 & 17 \\ 10 & -2 & 14 \\ -6 & -16 & -8 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 6 & 5 & 7 \\ 5 & 1 & -19 \\ -5 & -5 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -2 & 8 & 4 \\ -14 & 3 & 4 \\ -10 & -6 & -4 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -2 & 1 & -15 \\ 10 & -12 & 2 \\ -13 & 26 & 4 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 8 & -10 & 2 \\ 9 & -12 & 0 \\ -14 & 6 & -8 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & -9 & -18 \\ -7 & 5 & 0 \\ -3 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$