I

Filière MP

I.1 Commentaires généraux

Mathématiques 1

1. L'épreuve consiste en un oral de 30 minutes sans préparation. Le sujet est généralement composé de trois questions.
1.1 La première consiste, le plus souvent, en une question de cours (rappeler une définition, l'énoncé d'un théorème, une courte démonstration) ou en un calcul simple et classique. C'est une question de mise en confiance, les candidats ne doivent pas y chercher un quelconque piège.
1.2 La deuxième question entre dans le vif du sujet, mais met en oeuvre des mécanismes de difficulté raisonnable.
1.3 La dernière question est plus ardue et nécessite une réflexion mathématique plus profonde. Compte tenu du niveau de difficulté de certaines questions, l'examinateur propose des indications, sans que les candidats en soient pénalisés.

2. Les sujets diffusés par les candidats en sortie d'épreuve sont transmis sous forme brute, sans indication, ce qui peut donner une vue déformée du déroulement de l'oral.

Mathématiques 2

3. Cette épreuve consiste en un exercice unique, en général volontairement long. Signalons cependant qu'il n'est nullement nécessaire de résoudre l'exercice en totalité pour obtenir une excellente note.
3.1 Les candidats disposent d'une demi-heure de préparation pendant laquelle ils ont un accès libre à Python.
3.2 Pendant la demi-heure suivante, les résultats obtenus sur ordinateur sont discutés, tandis que la résolution des questions théoriques se fait au tableau.
3.3 L'usage des outils informatiques est présent dans la totalité des sujets et une question est systématiquement placée vers le début de l'énoncé à cet effet.

4. Les seules connaissances exigibles sont celles du programme officiel d'informatique des classes préparatoires.
4.1 Des documents d'aide (sous forme papier), fournis à tous les candidats et librement téléchargeables sur le site du concours Centrale-Supélec, présentent les fonctions des bibliothèques numpy, scipy et matplotlib qui pourront être utiles sans pour autant être exigibles.
4.2 L'évaluation tient alors compte de la capacité des candidats à s'approprier ces éléments, puis d'en analyser les résultats.
4.3 Dans tous les cas, outre la maitrise des connaissances théoriques, l'examinateur prend grandement en compte dans son évaluation la qualité de communication du candidat.

5. Il est à noter qu'il s'agit avant tout d'une épreuve de mathématiques et non d'informatique. L'outil informatique n'est présent que pour conjecturer ou illustrer des résultats. La maitrise de cet outil est évidemment prise en compte dans l'évaluation globale des candidats mais dans une part moindre que celle des compétences mathématiques.
Néanmoins, un candidat ne faisant pas le moindre effort pour traiter les questions de programmation sera fortement pénalisé.

Analyse globale des résultats

6. Pour commencer cette analyse, signalons que les candidats sont souvent très agréables et soucieux de bien faire malgré un stress parfois perceptible et compréhensible. Ils sont aussi bien préparés quant au format des deux oraux : rares sont les candidats pensant que l'épreuve 1 se fait avec préparation. Si ce rapport se focalise sur les erreurs les plus fréquentes, il ne faut pas y voir une critique du travail considérable fourni par ces candidats et leurs professeurs.

Constat unanime sur les deux épreuves

7. Les questions de cours ne sont pas maitrisées par une relativement grande proportion des candidats (environ 20 %).
7.1 Il est à noter que paradoxalement, certains candidats sont capables de réexposer des solutions d'exercices difficiles vus pendant leur préparation, mais montrent de grandes lacunes quand l'examinateur demande de définir un objet ou d'énoncer les hypothèses d'un théorème intervenant dans leur discours.
7.2 L'aisance dans les calculs :
– dérivation d'une composée,
– simplification d'expressions,
– résolution de systèmes linéaires,
– manipulation d'inégalités, etc...
n'est toujours pas satisfaisante.
Cette compétence continuera d'être évaluée dans les sujets futurs.
7.3 Les questions qui concernent le programme de première année posent toujours de grands problèmes aux candidats.
Le jury note toutefois une amélioration des points ciblés dans les rapports précédents, comme, par exemple, la démonstration de la description du rang d'une matrice par la relation d'équivalence dans $\mathfrak{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.

I.2 Conseils aux futurs candidats

Qualité de l'oral

8. Le jury est sensible aux prestations soignant la qualité de l'oral. On entend par là plusieurs choses.
8.1 **La gestion de la parole**
Un candidat mutique, qui écrit ses réponses au tableau, dos tourné, ne saurait laisser une bonne impression sur les compétences attendues.
À l'inverse, un candidat trop volubile n'écrivant aucune étape dans ses raisonnements a vite fait de noyer l'examinateur.
8.2 La réactivité est une compétence attendue lors de l'oral. Il s'agit d'écouter les remarques et conseils de l'examinateur et de savoir rebondir sur ceux-ci.
Le fait de couper la parole à l'examinateur dès que ce dernier tente de mettre sur la voie un candidat en difficulté n'est pas évalué de façon positive.
8.3 **Le niveau de langue**
Certains candidats se permettent des « Okay, ça marche », des « Ouais » ou s'expriment en parlant de « C'te fonction ».
Dans un autre registre, l'utilisation abusive (plus de cent fois en moins de 10 minutes !) de l'expression familière « du coup » (ou pire, « donc du coup ») est à proscrire.
Nous invitons les candidats à s'exprimer de manière plus adaptée à une épreuve orale de concours.

8.4 Précision du vocabulaire employé
Le pronom démonstratif « ça », par exemple, est vague, l'examinateur n'est pas censé deviner ce qu'il recouvre quand le candidat énonce que « ça converge ».
De plus, dire qu'une série de fonctions converge n'a pas beaucoup de sens, vu qu'il existe plusieurs modes de convergence.
Enfin, nous rappelons
– qu'une fonction continue sur un intervalle ne possède pas une, mais des primitives,
– qu'une fonction bornée n'a pas un seul majorant
– et qu'une matrice carrée n'est pas annulée par un seul polynôme.

Stratégies pour un oral

9. On attend des candidats autonomie, réactivité, vivacité et interaction avec l'examinateur.
9.1 À connaissances équivalentes, il va de soi que la préférence du jury ira vers un candidat dynamique et réactif plutôt que vers un candidat taciturne qui ne recherche pas l'interaction et ne suit pas les indications.
9.2 S'il est bon de placer le sujet dans son contexte, il n'est pas pertinent de le lire intégralement, voire de le recopier au tableau. L'examinateur a le sujet sous les yeux, il s'agit donc de ne pas perdre de temps inutilement.
9.3 Lorsque l'examinateur émet un doute sur une partie d'un raisonnement en demandant « en êtes-vous sûr ? », c'est qu'il y a une erreur dans la plupart des cas.
Pourtant, la réponse qui arrive le plus souvent chez de nombreux candidats est un « oui, je suis sûr » sans même avoir pris le temps de la réflexion.
Il est même arrivé qu'un candidat réponde « ça, c'est vous qui le dites » à un examinateur tentant de le mettre sur la voie. Ce genre d'attitude est totalement rédhibitoire.
9.4 Ajoutons qu'une erreur relevée ne fait pas nécessairement baisser la note, à condition de prendre le temps de la rectifier convenablement : le droit à l'erreur existe, surtout pendant l'épreuve sans préparation.

10. Le tableau est un outil essentiel de l'oral. Il ne doit pas s'agir d'un brouillon (nombre de candidats écrivent dans tous les sens possibles !). Il ne doit pas non plus s'agir d'une copie.
Il est en revanche apprécié que les éléments essentiels de logique s'y retrouvent (introduction des variables, symboles d'implication ou d'équivalence, quantificateurs, prédicat des récurrences).
Par ailleurs, les candidats doivent éviter de rester devant ce qui est écrit afin de ne pas gêner la lecture du tableau par l'examinateur.

11. Les candidats lisent parfois trop vite les sujets, surtout ceux de l'épreuve 1. Ne pas avoir lu que la première question était indépendante de la deuxième, se tromper sur ce qu'il faut démontrer, confondre une notation présentée dans le sujet avec une autre vue pendant l'année, sont des causes de perte de temps fâcheuses.

12. Le temps de préparation doit être mis à profit pour préparer aussi les questions de mathématiques : le candidat ne doit pas passer 30 minutes à programmer.

Le hors programme

13. Les examinateurs mettent beaucoup d'énergie à élaborer des sujets calibrés et conformes au programme officiel.
13.1 Il n'est donc pas souhaitable que le candidat fasse appel à des notions hors programme pour tenter de faciliter la résolution d'une question, ce qui serait de toute façon mal considéré : l'oral est avant tout une évaluation de réactivité et de réflexion, pas un sondage de connaissances encyclopédiques.
13.2 Le jury confirme son impression pour la session 2018 et constate encore en 2019 une nette amélioration du comportement des candidats face à ces questions de hors programme.
En particulier, il est devenu moins fréquent qu'un candidat veuille utiliser une « norme d'algèbre » pour établir la convergence de la série

$$\sum \frac{1}{k!} M^k$$

dans $\mathfrak{M}_n(\mathbb{C})$. Attention toutefois à maitriser ce vocabulaire s'il est employé !
13.3 Certains sujets peuvent présenter des notions disparues des nouveaux programmes.
Tout professeur reconnaitra ici une matrice symétrique définie positive, ou là une réduction de Jordan déguisée. Soyons clair : strictement aucune connaissance n'est attendue sur ces notions.
Par exemple, un énoncé tel que

> *Soit M une matrice symétrique réelle de taille $n \in \mathbb{N}^*$. On dit que M est positive quand ${}^tXMX \geqslant 0$ pour tout $X \in \mathfrak{M}_{n,1}(\mathbb{R})$. Montrer que cela équivaut à dire que $\mathrm{Sp}_{\mathbb{R}}(M) \subset \mathbb{R}_+$.*

n'est pas un énoncé hors programme : il introduit tout le vocabulaire nécessaire [1] et n'attend aucune connaissance du candidat si ce n'est celle qui consiste à mettre en place les théorèmes de réduction au programme.
Ce genre de question n'est donc pas considéré par le jury comme une question de cours.

Les grands classiques

14. Le jury constate, sans aucun jugement, que les grands classiques ne le sont plus vraiment. Il s'agit, de façon non exhaustive,
– du polynôme caractéristique d'une matrice compagnon,
– des sous-groupes de $(\mathbb{R}, +)$,
– des éléments propres de la matrice ne comportant que des 1, etc.
Ces résultats n'étant pas au programme officiel, le jury ne saurait sanctionner leur méconnaissance [2].

15. Il ne peut que constater un manque de réflexes et d'idées sur ces questions certainement rencontrées lors des deux (ou trois) années de préparation du candidat :
– manipulation d'une borne supérieure,
– opérations sur des lignes ou des colonnes d'une matrices, etc.

I.3 Compétences mathématiques

16. Le jury interroge systématiquement sur les définitions des objets rencontrés. Il s'agit donc d'être irréprochable sur les points basiques de cours. Il peut s'avérer fatal pour un candidat d'être incapable de donner la définition d'un groupe après en avoir parlé pendant un quart d'heure.

Algèbre et géométrie

17. Le cours d'algèbre linéaire de deuxième année est généralement bien maitrisé.
On note toutefois une gêne persistante sur les polynômes d'endomorphisme : il n'est pas rare de voir passer des $P(u(x))$ en lieu et place de $P(u)(x)$ et l'endomorphisme $(PQ)(u)$ laisse souvent les candidats dans l'embarras.

18. Faute d'une vision géométrique suffisante, les candidats traitent souvent de manière laborieuse les exercices sur les espaces euclidiens ou préhilbertiens réels.
18.1 En particulier, de nombreux candidats ne savent pas ce qu'est une rotation (vectorielle) de $\mathbb{R}^3$.

1. Quelle hypocrisie !
2. Il ne manquerait plus que ça !

18.2 Pour cette session 2019 comme pour la précédente, le groupe spécial orthogonal $SO_n(\mathbb{R})$ a été souvent source de confusion.
Il peut devenir « l'espace » des matrices symétriques de déterminant 1, ou plus simplement, l'ensemble des matrices de symétries orthogonales.
Autant dire que le déroulement de l'interrogation est alors périlleux.

19. La structure de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ est mal connue.
Certains parlent de « $\mathbb{N}$-espace vectoriel » et beaucoup pensent que c'est un groupe multiplicatif ; ils en déduisent donc une version erronée du petit théorème de Fermat, pourtant vu en première année.

Analyse

20. Les techniques sur les inégalités sont souvent mal maitrisées.
Il y a trop de confusions entre majoré et borné ou entre borné et fini.
Les candidats qui feraient un effort dans cette direction en tireraient certainement bénéfice à l'oral.

21. Les candidats connaissent généralement bien les théorèmes importants d'analyse (convergence dominée, régularité des intégrales à paramètre, etc.) mais ont des difficultés à les appliquer (voir remarque précédente).

22. Les relations asymptotiques posent souvent des difficultés ; par exemple, pour se ramener à des cas usuels de croissances comparées afin de montrer que

$$\exp(tx - t^2) \underset{t\to+\infty}{=} o\left(\frac{1}{t^2}\right).$$

Rappelons aussi qu'en général, $f(x) \sim g(x)$ n'entraine pas $e^{f(x)} \sim e^{g(x)}$ et que $u_n \sim v_n$ n'implique pas $u_n^n \sim v_n^n$.

23. Le calcul différentiel est toujours une source d'angoisse pour les candidats, qui ne le voient désormais qu'en deuxième année depuis la réforme de 2014.

Probabilités

24. En général, les prestations des candidats en probabilités sont plutôt de bonne qualité. Les sujets de probabilités forment un pourcentage non négligeable des sujets d'une session.

I.4 Compétences informatiques

25. Les candidats ont en général une assez bonne maitrise du langage Python.
25.1 Quelques candidats ne sont pas au courant des différentes fonctions Python mises à leur disposition dans les documents d'aide.
On voit par exemple des candidats reprogrammer la méthode des rectangles pour le calcul approché d'intégrales ou la recherche de solutions d'équations par dichotomie.
25.2 Nombre de candidats ne testent pas leurs fonctions au cours de la préparation.
Il faut réfléchir aux résultats obtenus avec Python : bien souvent, ils donnent des indications sur la manière de conduire l'exercice.
25.3 Il y a souvent des difficultés avec l'utilisation des polynômes en Python. Les candidats devraient lire attentivement les documentations disponibles sur le site du concours Centrale-Supélec avant de passer l'oral.
25.4 Il faut se servir de l'ordinateur pendant la préparation et non écrire les programmes au brouillon !

I.5 Conclusion

26. Nous espérons que ces quelques conseils permettront aux candidats d'aborder ces épreuves en ayant clairement conscience des erreurs à éviter et de cerner ce qui leur permettra de se mettre en valeur.

II

Filière PC

27. Les planches sont un support permettant au jury d'évaluer les compétences des candidats.
27.1 La résolution complète de l'exercice n'est en aucun cas un objectif.
27.2 Pour l'épreuve de mathématiques 2, certains candidats souhaitent parfois aborder les questions dans le désordre, en fonction de ce qu'ils ont pu aborder en préparation.
Ce n'est pas toujours pertinent pour l'évaluation et l'examinateur peut tout à fait imposer aux candidats de suivre la trame prévue.
27.3 Comme les années passées, le calcul reste un point faible chez de nombreux candidats par manque de rigueur et d'efficacité.
27.4 Les notions de première année sont globalement moins bien maitrisées, alors qu'elles font pleinement partie du champ d'évaluation.
27.5 Le jury est sensible à la rigueur manifestée dans les raisonnements classiques (récurrences, absurde...).

28. De manière générale, la connaissance du cours est primordiale, ainsi que le travail d'articulation entre cours et exercices. Ainsi, en cas de blocage à une question, le jury attend des candidats que ceux-ci puissent néanmoins présenter quelques méthodes standard de résolution liées au thème traité.

II.1 Algèbre, algèbre linéaire

29. Le jury souhaite attirer l'attention des futurs candidats sur des thèmes fréquemment abordés et erreurs souvent commises :
29.1 différentes caractérisations du groupe orthogonal ;
29.2 clarté du lien entre inversibilité et déterminant ;
29.3 formulaire sur la trace et le déterminant ;
29.4 différents critères de diagonasibilité et méthodes de diagonalisation (autres que par le polynôme caractéristique) ;
29.5 lien entre trace et valeurs propres ;
29.6 déterminants des matrices triangulaires ;
29.7 dimensions mises en jeu dans le théorème du rang appliqué à l'endomorphisme canoniquement associé ;
29.8 pleine exploitation de la théorie de la dimension dans les problèmes de bijectivité ou de bases ;
29.9 mention parfois nécessaire du cadre de dimension finie ;
29.10 différence entre projection orthogonale et endomorphisme orthogonal ;
29.11 liens entre matrices symétriques, endomorphismes symétriques et symétries ;
29.12 différence entre matrices équivalentes (par opérations sur les lignes et les colonnes) et matrices semblables.

II.2 Analyse

30. Lors des planches d'analyse, le jury a souvent constaté d'importants manques de rigueur :
30.1 oubli de la positivité dans des théorèmes de convergence,
30.2 inégalités fantaisistes en présence de signes alternés ou sans valeur absolue,
30.3 formules incorrectes (somme des termes d'une suite géométrique, expression développée du produit de deux sommes),
30.4 rédaction imprécise pour montrer qu'une série ou intégrale converge ou encore pour appliquer la règle de d'Alembert.
30.5 Le jury attend des candidats qui recherchent une solution développable en série entière d'une équation différentielle une rédaction rigoureuse et la capacité de justifier leurs calculs par les modes de convergence des séries entières.

31. Des erreurs persistent dans l'esprit de certains candidats :
31.1 une suite réelle positive décroissante convergerait nécessairement vers 0,

31.2 le théorème d'intégration terme à terme d'une série de fonctions sous hypothèse de convergence uniforme pourrait s'appliquer sur un intervalle quelconque,
31.3 une série entière convergerait normalement sur tout son intervalle ouvert de convergence...
31.4 Pour une fonction de la variable réelle définie par morceaux, l'étude de la continuité de la fonction se résume parfois à l'étude évidente de la continuité sur chaque morceau sans observer les limites à gauche et à droite aux bords.
31.5 Enfin, beaucoup de candidats pensent que la suite $(u_n^n)_{n\in\mathbb{N}}$ tend vers 0 dès lors que $0 < u_n < 1$.

32. En ce qui concerne le cours et ses applications directes, les candidats doivent maitriser tout particulièrement
– les définitions de convergence (suites, séries, intégrales),
– normes,
– produits scalaires
– et convergence uniforme,
– s'engager de manière autonome dans un plan d'étude de suite récurrente linéaire d'ordre un ou une comparaison série-intégrale,
– connaitre mieux les propriétés des fonctions usuelles
– ainsi que les propriétés des fonctions continues strictement monotones sur un intervalle.

33. L'étude de la convergence normale d'une série de fonctions devrait être en général menée avant l'étude souvent plus délicate de sa convergence uniforme.

34. Plutôt que de se ramener au théorème de convergence dominée systématiquement et parfois laborieusement, l'application directe des théorèmes d'intégration terme à terme d'une série de fonctions devrait être privilégiée.

35. Enfin, le calcul différentiel reste difficile pour la majorité.
35.1 Très peu de candidats parviennent à justifier qu'une fonction est de classe $\mathscr{C}^1$.
35.2 La notion d'extremum global ou local reste floue et le théorème relatif aux fonctions continues sur une partie fermée bornée est mal restitué dans ses hypothèses.
35.3 Montrer qu'une fonction de deux variables n'est pas majorée sur $\mathbb{R}^2$ pose parfois de grandes difficultés chez certains candidats.
35.4 Le lien entre point critique et extremum n'est pas clair (ni dans un sens ni dans l'autre, les hypothèses topologiques étant souvent oubliées).
35.5 La règle de la chaine n'est pas toujours maitrisée.

II.3 Probabilités

36. Le jury incite les candidats
36.1 à mieux connaitre les formules des probabilités totales et composées (énoncés avec les hypothèses),
36.2 à savoir identifier un système complet d'événements adapté à une situation donnée,
36.3 à ne pas confondre événements incompatibles et indépendants,
36.4 à savoir décrire les événements de manière ensembliste,
36.5 à mieux reconnaitre les lois de probabilité classiques dans les situations concrètes d'exercices,
36.6 à mieux comprendre l'usage du théorème de transfert.

II.4 L'outil informatique

37. Les candidats doivent s'efforcer d'écrire des programmes où leurs notations sont aussi conformes que possible à celles du sujet afin d'en faciliter la relecture et éventuellement la correction.

38. Trop peu de candidats parviennent par eux-mêmes à corriger un programme syntaxiquement incorrect alors que dans une majorité de cas, il s'agit simplement d'une parenthèse ou d'un crochet oublié.

39. Certains candidats écrivent systématiquement une fonction, même si la question consiste simplement à produire un graphique ce qui occasionne une certaine lourdeur lors de la présentation.

40. Même si l'épreuve de mathématiques 2 est un oral de mathématiques, il est attendu des candidats qu'ils aient quelques connaissances précises en Python, notamment sur le format flottant :
40.1 tester la nullité d'un flottant, interpréter un résultat de l'ordre de 10^{-15} comme vraisemblablement nul,
40.2 être conscient des erreurs liées au format lors de divisions de très grands nombres.

41. L'interprétation graphique est souvent malaisée : observer une limite nulle ou égale à 1 est parfois tâche impossible ce qui est bien regrettable.

42. Des fonctions très classiques comme par exemple le calcul des coefficients binomiaux doivent être programmées efficacement par les candidats, sans repasser par l'utilisation d'une fonction factorielle.

III

Filière PSI

43. On distingue assez nettement trois groupes de candidats.
43.1 Le premier est constitué d'étudiants très faibles, qui à la fois ignorent le cours et — conséquence inévitable — peinent à produire le moindre raisonnement. Leur nombre est limité et moindre que l'an passé.
43.2 Le deuxième, de loin le plus nombreux, offre un échantillon varié de candidats qui tous partagent une bonne et solide connaissance du cours mais qui, à des degré divers, ont besoin d'être guidés par l'interrogateur.
C'est précisément l'utilisation qu'ils font de l'aide offerte par l'examinateur et la façon dont ils interagissent avec lui qui permettent leur évaluation.
43.3 Enfin, le troisième groupe révèle un nombre non négligeable de candidats extrêmement brillants, maitrisant parfaitement et le cours et les subtilités de son utilisation. Autonomes ils viennent à bout de l'exercice presque seuls. Il convient de saluer leur talent.

44. Il nous faut tout de même déplorer des lacunes fréquentes et persistantes dans les domaines suivants.
44.1 Les candidats ont du mal à représenter les situations qu'ils rencontrent ; ils ne font quasiment jamais spontanément de dessins ou schémas, pourtant une figure claire peut résumer les hypothèses du problème, exposer rapidement les notations introduites et aider à résoudre l'exercice.
44.2 Le calcul asymptotique, l'appréciation des ordres de grandeur n'est pas toujours maitrisé, en tout cas pas avec l'efficacité attendue chez ceux qui se destinent à une profession scientifique.
44.3 Le calcul différentiel et la géométrie différentielle élémentaires sont souvent très mal connus au point que des questions aussi simples que le calcul des dérivées partielles en coordonnées polaires ou le lien entre le vecteur gradient et les ensembles de niveau d'une fonction font chuter des candidats.
44.4 Or si ces trois points ne relèvent que de compétences parmi d'autres, celles-ci dépassent le cadre des seules mathématiques pour constituer une partie du bagage de l'« honnête homme scientifique ». Voilà pourquoi nous nous attacherons l'an prochain à les évaluer et les contrôler, par le choix des sujets et les questions annexes posées.

III.1 Conseils aux futurs candidats

45. Pour bien préparer ces épreuves, il faut tout d'abord travailler son cours puis les techniques usuelles.
45.1 Un candidat qui connait son cours et sait comment aborder les problèmes classiques est assuré d'avoir une note fort convenable.

45.2 Toutes les notions du cours de deuxième année, mais aussi du cours de première année, doivent être connues.
45.3 Certains candidats utilisent des notions qui ne sont pas au programme alors même qu'ils en ignorent d'autres au programme.
45.4 Le jury remarque que certains candidats sont parfois bloqués par la méconnaissance de résultats élémentaires de première année voire de terminale.
En voici quelques exemples :
- un polynôme réel de degré impair admet une racine réelle,
- l'expression des racines n-ièmes de l'unité,
- reconnaitre une primitive simple,
- écrire correctement une hypothèse de récurrence,
- utiliser une formule trigonométrique.

46.1 Il faut faire preuve de rigueur lors de l'application d'un théorème : il faut en citer et en vérifier toutes les hypothèses.
46.2 Au niveau des raisonnements, il faut bien distinguer les hypothèses, le résultat à démontrer et indiquer la méthode employée pour y arriver.
46.3 La démonstration d'une propriété valable pour tout entier naturel peut parfois se faire directement, sans recours à un raisonnement par récurrence.

47. D'une manière générale, les candidats n'illustrent pas assez leur propos par des dessins, des figures ou des schémas. Le jury encourage et apprécie le recours spontané à des illustrations graphiques.

48. En début d'épreuve, la lecture, la copie quasi intégrale au tableau de l'énoncé, la présentation générale trop détaillée et creuse du sujet sont une perte de temps, les membres du jury interrogent toujours en ayant l'énoncé de l'exercice et le candidat est invité à entrer d'emblée dans le vif du sujet.

III.2 Utilisation de l'informatique

49. Dans l'ensemble, la syntaxe de base du langage Python est bien maitrisée ainsi que les rudiments d'algorithmique nécessaires pour l'épreuve, ce qui est un point positif. C'est moins vrai pour l'utilisation des outils d'ingénierie numérique.

50. Voici quelques conseils qui pourront aider les candidats dans leur préparation.
50.1 Il convient de se familiariser avec l'environnement Pyzo ou Anaconda avant de passer l'épreuve : télécharger le logiciel, repérer où sont l'éditeur et la console, comment les utiliser.
50.2 Il est souvent préférable de n'exécuter qu'une partie de son script pour corriger une erreur ou obtenir de nouveaux résultats. On peut bien sûr faire des aller-retour dans l'emploi de l'éditeur et de la console.
50.3 Il est recommandé aux futurs candidats d'être plus vigilants aux messages d'erreur renvoyés par le logiciel lors de l'exécution d'un script : ils peuvent permettre de corriger de nombreuses fautes de syntaxe ou de mieux comprendre l'utilisation des fonctions proposés dans l'aide Python.
Il convient de prêter une attention toute particulière aux parenthèses.
50.4 Il faut faire attention à ne pas commettre de fautes de frappe dans les imports si on emploie ceux mentionnées dans l'aide.
50.5 Il faut aussi se méfier car des fonctions qui portent le même nom mais qui sont définies dans des bibliothèques différentes ne renvoient pas le même résultat.

51. Les feuilles d'aide sont disponibles sur le site du concours et peuvent permettre tout au long de l'année de préparation d'illustrer de manière concrète le cours de mathématiques.
La différence est nette entre les candidats ayant bien préparé leur oral et connaissant les fiches d'aide proposée par le concours et ceux les découvrant pendant la demi-heure de préparation.

52.1 Il faut être vigilant sur les bornes dans les `range`, sur les initialisations des variables avant les boucles ainsi que les terminaisons des boucles `while`.
52.2 Il faut aussi faire attention aux indentations et à la façon de tester une égalité.
52.3 D'une manière générale, les candidats doivent avoir une idée de la complexité de leurs calculs et ne pas attendre de longues minutes qu'une boucle interminable donne un résultat hypothétique.
52.4 Comme les années précédentes, les candidats restent peu sensibilisés aux problèmes liés à l'utilisation de nombres à virgule flottante, en particulier les problèmes de précision et de tests d'égalité. Trop de candidats ignorent qu'il y a des erreurs de calcul dont il faut tenir compte dans l'interprétation des résultats.

53. La programmation des suites définies par une relation de récurrence est généralement bien menée.
Il y a eu notamment beaucoup moins de candidats qui ont utilisé des fonctions récursives alors qu'une simple boucle permet d'obtenir les résultats demandés. C'est un point positif dont le jury est très satisfait.

54. Quand on demande une valeur numérique avec une certaine précision, il faut être capable de justifier que le résultat proposé respecte cette précision.
C'est notamment le cas si on emploie une méthode de dichotomie ou si on essaie de donner une estimation de la somme d'une série numérique (ce qui implique alors de majorer un reste).

55. Les fonctions `quad` et `solve` ne s'emploient qu'avec des fonctions d'une seule variable.
Si on veut les employer avec des fonctions dépendant d'autres paramètres, il faut alors les utiliser en définissant une fonction à l'intérieur d'une fonction. Cela a pu surprendre certains candidats, mais un exemple — qui concerne une intégrale à paramètre — est donné dans l'aide.

56. Les tracés sont globalement maitrisés. Les erreurs les plus fréquentes sur ce point sont d'employer la fonction `plot` avec des listes n'ayant pas le même nombre de termes ou de confondre abscisse et ordonnée.

57. La fonction `show` permet de faire afficher plusieurs tracés sur une même figure : attention le résultat peut être affiché dans une fenêtre en arrière-plan et bloquer le reste de l'exécution d'un script.

58. Le jury regrette que les commentaires sur les graphiques obtenus soit aussi pauvres : c'est dommage car l'interprétation d'un graphique peut donner lieu à de nombreuses conjectures.
Il faut que les candidats pensent à regarder les échelles sur les axes lors des sorties graphiques et à les utiliser.

59. Le jury est globalement satisfait de l'utilisation de la fonction `odeint` pour les tracés de solution d'équation différentielle.
Cependant, de nombreux candidats n'ont pas compris que le premier élément du tableau de temps `T` est celui sur lequel porte la condition initiale. Cela peut poser des difficultés quand on demande d'effectuer le tracé d'une solution d'une équation différentielle sur un intervalle I lorsque la condition initiale est prise en un temps situé à l'intérieur de I.

60. La manipulation des tableaux `numpy` est globalement satisfaisante.
60.1 Il est recommandé de savoir extraire des lignes ou des colonnes de tels tableaux.
60.2 Certains candidats ignorent que le produit matriciel ne s'effectue pas grâce à l'opérateur `*` et que l'opérateur `**` n'effectue pas l'élévation à la puissance d'une matrice.
60.3 L'utilisation du logiciel en algèbre linéaire demeure souvent délicate. Le rang d'une matrice n'est pas souvent utilisé alors qu'il permet de répondre simplement à de nombreuses questions.

61. Trop de candidats n'ont pas compris ce que renvoie la fonction `eig` du module `numpy.linalg` et en particulier ne savent pas extraire un vecteur propre associée à une valeur propre donnée.
61.1 Rappelons que ces vecteurs se lisent dans les colonnes de la seconde matrice renvoyée par la commande mentionnée ci-dessus et qu'un exemple montrant comment extraire un tel vecteur figure dans l'aide.

61.2 Rappelons que cette fonction renvoie toujours un résultat, même lorsqu'une matrice n'est pas diagonalisable.
61.3 La fonction `eig` ne permet pas donc de répondre simplement à la question de la diagonalisabilité d'une matrice connaissant ses valeurs propres, il faut en plus étudier la dimension des sous-espaces propres (ce qui est assez simple en utilisant des rangs) ou encore utiliser un polynôme annulateur scindé à racines simples (et là encore, le logiciel peut faire le calcul).

62. Le procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt pose problème à une proportion non négligeable de candidats.
Certains se lancent dans des calculs au tableau ou sur feuille, forcément fastidieux, alors que l'outil informatique est particulièrement indiqué dans ce cas.
On peut conseiller au candidat pour arriver au résultat de bien décomposer les étapes de l'algorithme et d'avoir défini au préalable des fonctions calculant le produit scalaire et de la norme euclidienne associée.

63. En probabilités, les simulations numériques sont généralement bien menées.
Cependant, quasiment aucun candidat ne cite la loi faible des grands nombres (ou Bienaymé-Tchebychev) pour justifier le fait qu'une moyenne de variables aléatoires indépendantes de même loi donne un résultat proche de l'espérance avec une grande probabilité.
On entend trop souvent que la moyenne est « plus ou moins » la définition de l'espérance.

III.3 Analyse

64. Le chapitre qui a le moins de succès auprès des candidats est, cette année encore, celui sur les fonctions de plusieurs variables.
64.1 La règle de la chaine, formule assez incontournable non seulement des mathématiques, mais encore des sciences physiques ou de l'ingénieur est ignorée des candidats.
64.2 Montrer qu'une application f de deux variables x et y est de classe $\mathscr{C}^1$, au moyen des théorèmes de composition, s'avère être une tâche insurmontable pour certains candidats, qui en particulier ne semblent pas comprendre que la décomposition de f utilisée doit commencer par une application du couple (x, y).
64.3 La partie *d) Applications géométriques du calcul différentiel* du programme de CPGE est ignorée ou mal connue de la grande majorité des candidats. Ceci est dommage puisque les exercices portant sur cette partie sont souvent simples et proches du cours et devraient permettre aux candidats d'avoir une bonne note.

65. La recherche de primitives usuelles ne relève pas toujours de calculs naturels pour les étudiants.

66. La maitrise des développements limités est loin d'être acquise pour tous les candidats.
Rappelons que pour donner le développement limité d'une composée $f \circ g$ de deux applications, on commence par celui de g.
Peu d'étudiants utilisent des développements limités au sens fort (avec des grands $\mathcal{O}$), c'est dommage car plus économique. Pire, certains ignorent la définition d'un grand $\mathcal{O}$.

67. La formule de Taylor avec reste intégral est toujours mal maitrisée, et cette année encore les formes fautives n'ont eu de limite que l'imagination sans borne de quelques candidats.
Il serait sage de comprendre l'efficacité de cette formule pour obtenir des résultats globaux (par exemple des inégalités).

68.1 Pour les équations différentielles on déplore l'utilisation inappropriée de l'équation caractéristique dans la résolution de l'équation différentielle

$$y'' = \pm y,$$

ce qui reste toutefois moins grave que son utilisation dans le cas d'une équation à coefficients non constants.

68.2 La méthode dite de « variation de la constante », utile (entre autre) à la résolution des équations différentielles linéaires du premier ordre avec second membre, s'apparente pour les candidats fort souvent à une recette, présentée sans rigueur, et sans que l'on sache si l'on procède par condition nécessaire ou suffisante.
Rappelons que l'oxymore cache un simple changement de fonction inconnue qui permet de donner par équivalence la solution générale l'équation avec second membre.
68.3 Les étudiants ne sont pas familiers avec les techniques de recollement des solutions d'une équation différentielle.
68.4 La structure de l'ensemble des solutions d'une équation différentielle linéaire est parfois ignorée.

69. Les séries entières posent encore de grosses difficultés.
69.1 Le jury rappelle aux candidats que la règle de d'Alembert pour les séries numériques n'est pas le seul outil pour déterminer le rayon de convergence d'une série entière.
69.2 Très peu d'étudiants ont par exemple le réflexe de dire : $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est borné donc le rayon est supérieur ou égal à 1.

70. Il est à noter des confusions fréquentes sur le vocabulaire : majorée, majorée en valeur absolue, bornée.
Du reste les candidats omettent souvent les valeurs absolues, pourtant nécessaires lorsqu'il s'agit de montrer la convergence d'intégrales ou de séries. Dans $\mathbb{C}$, l'omission du module conduit à des inégalités entre complexes.

71. Pour étudier une intégrale impropre, les étudiants ne regardent souvent que les bornes (même si c'est inutile) sans d'abord se demander sur quel domaine la fonction est continue (par morceaux).

72. En analyse, il est essentiel de comprendre la différence entre deux exercices : démontrer qu'une limite existe, et démontrer qu'une limite existe et vaut ℓ.
Rappelons que l'on ne peut écrire les symboles

$$\lim_{x\to+ooo} \qquad \int_a^{+\infty} \qquad \sum_{k=0}^{+\infty}$$

qu'après avoir justifié leur existence (sauf exception précisée dans le programme : intégration par parties, changement de variables).

73. Enfin, quand il faut vérifier une hypothèse de domination, la fonction dominante doit avoir deux propriétés : l'une de convergence, l'autre d'indépendance par rapport à une variable, il faut que le candidat vérifie et énonce au moins oralement ces deux propriétés.

III.4 Algèbre

74. Il ne faut pas confondre somme directe et supplémentaire et il convient de maîtriser la définition de

$$E_1 \oplus E_2 \oplus \cdots \oplus E_k$$

souvent utilisée mais rarement comprise.
75.1 Il est parfois difficile d'étudier le caractère diagonalisable d'une matrice 2×2.
75.2 Le fait que les valeurs propres d'une matrice triangulaire se trouvent sur la diagonale nécessite souvent un lourd calcul.
75.3 La recherche de vecteurs propres évidents (comme ${}^t(1, \ldots, 1)$) est moins spontanée que l'année dernière.
75.4 La détermination des espaces propres d'une matrice est le plus souvent abordée par résolution du système

$$AX = \lambda X.$$

La recherche du noyau de $A - \lambda I_n$ par opérations sur les colonnes est pourtant bien plus rapide et élégante mais suppose de savoir interpréter vectoriellement les opérations sur les colonnes.

75.5 Par ailleurs, la détermination de la dimension d'un sous-espace propre doit faire intervenir un argument sur le rang du système même en petite dimension : on ne peut pas se contenter de dire « on voit bien que le sous-espace est de dimension 1 ».

76.1 Dans le chapitre sur les espaces euclidiens, il faut avoir compris l'efficacité des bases orthonormées, en particulier pour écrire des coordonnées ou des matrices.
Il faut savoir écrire les coordonnées d'un vecteur dans une base orthonormée.
76.2 Reconnaitre une transformation géométrique en petite dimension dans un espace euclidien est un sujet qui permet d'évaluer de nombreuses compétences.
76.3 Enfin, la résolution d'un système linéaire n'est pas utile pour déterminer l'inverse d'une matrice orthogonale.

77. Si l'énoncé du théorème spectral, fréquemment demandé, est le plus souvent bien cité sous sa forme matricielle, il est bien difficile d'obtenir une formulation correcte pour les endomorphismes.
Beaucoup d'étudiants parlent d'endomorphismes réels, expression dépourvue de sens et ne voient pas qu'il faut se placer dans le cadre des espaces euclidiens.

78. La même difficulté existe pour les notions de matrices symétriques et d'endomorphismes symétriques.
Il faut connaitre les théorèmes de réduction et savoir que le lien entre matrice symétrique et endomorphisme symétrique se fait uniquement à travers la représentation de ce dernier dans une base orthonormée.

III.5 Probabilités

79. Le chapitre des probabilités semble avoir un statut particulier pour les candidats qui oublient trop souvent les hypothèses des théorèmes employés : ainsi est-il difficile d'avoir celles de l'inégalité de Markov ou la définition d'un système complet d'événements.

80. Bien évidement, la traduction, par exemple d'une probabilité conditionnelle, passe souvent par des explications en français, ce qui d'ailleurs permet d'évaluer la compétence à expliquer une modélisation. Mais cela ne doit pas se faire au détriment de la rigueur.

81. De nombreuses inversions des inégalités dans l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev montrent que des étudiants n'ont pas réfléchi sur le sens de cette formule, pourtant cruciale.

82. La loi faible des grands nombres ne nécessite pas la mutuelle indépendance des variables aléatoires [3] comme l'affirment beaucoup de candidats, mais leur indépendance deux à deux comme le stipule le programme [4].

III.6 Conclusion

83. Le jury est globalement satisfait des résultats de cette année mais regrette la baisse de la maîtrise du cours. Il note cependant qu'une grande majorité des candidats ont compris les objectifs de ces épreuves.

84. Le jury n'est pas là pour piéger le candidat mais bien au contraire pour évaluer au mieux ses connaissances.

85. De très bonnes prestations ont été réalisées par des candidats maitrisant parfaitement les outils pratiques et théoriques mis à leur disposition.
Le jury encourage tous les futurs candidats à utiliser de manière régulière l'outil informatique pour appréhender de manière plus concrète les notions théoriques étudiées en cours de mathématiques.

IV

Navale MP

86. Si les épreuves se sont déroulées dans la décontraction et sans problème, il faut encore une fois signaler ici combien pour les candidats ce type d'interrogation (incontestablement délicat) reste difficile en raison d'une large absence de recul face à ce qui leur est enseigné en classe préparatoire.
86.1 Qui plus est, à mesure que défilent les promotions de candidats issus de la réforme profonde des programmes de 2012, il faut bien constater que certaines tendances fâcheuses se sont aggravées et que le cahier des charges minimal d'une épreuve de mathématiques n'est plus du tout entrevu par de nombreux candidats.
86.2 Un point central en est de savoir exactement de quoi on parle quand on évoque une notion ou un concept.
De ce fait, un candidat qui emploie à répétition un terme (continuité, limite, rayon de convergence...) et qui n'est pas capable d'en donner une définition ou un énoncé satisfaisant à la demande de l'examinateur est sanctionné, parfois très lourdement.
Et la correction de l'expression joue évidemment dans la note finale.

87. Comme d'habitude, les sujets et questions se sont concentrés sur des points névralgiques du programme.

88. Il faut redire ici que contrairement à ce que les candidats pensent trop souvent, ce n'est pas le fait de résoudre ou pas l'exercice en tant que tel qui pèse le plus lourd dans l'évaluation, mais la façon dont avec ce prétexte de l'exercice on a été capable de montrer un peu de technique et un peu de connaissances.

89. S'il faut insister sur un point pour terminer, c'est bien d'encourager les candidats à remplir la première des conditions avant de passer les épreuves orales (pas seulement de l'École navale !) : connaître leur cours.

90. Les erreurs de calcul, dont la fréquence devient véritablement envahissante, donnent lieu en général à une erreur de jugement qu'on perçoit chez beaucoup de candidats : en effet, ce n'est pas l'erreur elle-même qui, humaine, va entrainer une pénalité mais l'incapacité à répétition de la corriger.
Il n'est pas acceptable, lors d'un concours d'une grande école scientifique, qu'un candidat doive s'y reprendre à huit fois pour résoudre sans erreur une équation du premier degré à une inconnue, pour déterminer le signe d'un polynôme du second degré ou pour calculer la dérivée d'une fraction rationnelle.
Le calcul de dérivées simples ou certaines relations fondamentales, comme l'inégalité des accroissements finis, ont été aussi source d'étonnantes difficultés pour beaucoup de candidats.

91. L'absence de réceptivité des candidats face aux suggestions est aussi un problème récurrent. Trop d'entre eux semblent sur-formatés par leurs années de classes préparatoires (ce qui souligne évidemment un effet quelquefois malheureux de ces années de stress intense) et s'entêtent trop souvent dans des impasses dont il est difficile à l'examinateur de les faire sortir, d'autant qu'il y a souvent une forte tendance à vouloir chercher midi à quatorze heures au lieu de choisir l'approche la plus élémentaire (le fait, par exemple, de mentionner certaines propriétés comme la bornitude d'une fonction semble parfois hors d'atteinte).

92. Le sens de cette épreuve est aussi cela : voir comment, face à une situation pas totalement prévue, un candidat est capable de réagir, de faire jouer ses connaissances, son imagination... et son bon sens pour prendre conscience de la mauvaise voie qu'il avait empruntée.
Un essai malheureux n'est jamais sanctionné (en tout cas s'il ne comporte pas d'erreur mathématique manifeste, naturellement), mais une obstination de mauvais aloi l'est souvent.

93. Non sans lien avec le point précédent, le manque total d'initiative se révèle peser lourd.

3. C'est exact.
4. Ça, c'est faux !

93.1 Il faut redire ici que l'examinateur n'est là que pour aider le candidat à avancer par des suggestions, pour lui faire relever ses erreurs et lui donner éventuellement l'occasion de les corriger et pour, en définitive, lui permettre de montrer « ce qu'il sait faire », pas pour déployer une énergie phénoménale pour arriver à ce que le candidat se décide à faire quelque chose.
93.2 Particulièrement insupportable, et lourdement punie, est l'attitude de ceux qui « font sans faire », c'est-à-dire proposent des pistes, parfois en rafale, sans se lancer dans aucune, histoire peut être de tester la réaction de l'examinateur.
93.3 Il faut aussi souligner l'équilibre toujours délicat à entretenir entre la parole et ce qu'on écrit.
S'il n'est pas acceptable bien sûr, lors d'un oral, qu'un candidat n'ouvre pas la bouche, il est aussi souvent ennuyeux que trop peu soit écrit au tableau, la « paillasse » des mathématiciens, car trop d'ambiguïtés restent alors manifestes : par exemple, si un candidat dit « x est positif », il est très souvent impossible de savoir s'il veut dire $x \geqslant 0$ ou $x > 0$ avant qu'il ne l'ait écrit.