Un entier $a \in \mathbb{Z}$ est **congru** à $b \in \mathbb{Z}$ modulo $n \in \mathbb{N}^*$ si, et seulement si, il existe un entier $q \in \mathbb{Z}$ tel que

$$a = qn + b.$$

D'après `https://www.cnrtl.fr/definition/congru`, ce qui est *congru* "convient exactement", est "calculé au plus juste".

- **Réflexivité**
  Pour tout entier $a \in \mathbb{Z}$,

$$a = 0 \times n + a,$$

donc a est congru à a modulo n.

- **Symétrie**
  Si a est congru à b, alors il existe $q \in \mathbb{Z}$ tel que

$$a = qn + b$$

et par conséquent

$$b = (-q)n + a.$$

Comme $-q \in \mathbb{Z}$, on en déduit que b est congru à a.

REMARQUE.— Grâce à cette propriété de symétrie, on dit plutôt a **et** b **sont congrus modulo** n que a **est congru à** b **modulo** n.

- **Transitivité**
  Si a est congru à b et si b est congru à c, alors il existe deux entiers relatifs q_1 et q_2 tels que

$$a = q_1 n + b \quad \text{et} \quad b = q_2 n + c.$$

Par conséquent,

$$a = \underbrace{(q_1 + q_2)}_{\in \mathbb{Z}} n + c$$

donc a est congru à c.

La relation *"est congru modulo* n *à"* est donc une relation d'équivalence.