

|| *L'ensemble des permutations de \mathbb{N} est-il dénombrable ?*

Pour tout $k \in \mathbb{N}$, on note τ_k , la transposition qui échange $2k$ et $(2k + 1)$.

Pour toute liste $L \in \{0; 1\}^{\mathbb{N}}$, on note $\sigma(L)$, la composée des transpositions τ_k pour tout k tel que $L_k = 1$. Comme les supports des τ_k sont deux à deux disjoints, la permutation $\sigma(L)$ est bien définie et l'application

$$[L \mapsto \sigma(L)]$$

est une injection de $\{0; 1\}^{\mathbb{N}}$ dans $\mathfrak{S}_{\mathbb{N}}$.

Donc l'ensemble $\mathfrak{S}_{\mathbb{N}}$ des permutations de \mathbb{N} n'est pas dénombrable.