On considère les fonctions $f = [(x,t) \mapsto f(x,t)]$ définies pour $x \in \Omega$ et $t \in I$ par :

	$x \in \Omega$	$t \in I$
$f_1(x,t) = \dfrac{1}{1+xt^2}$	$]-1,+\infty[$	$[0,1]$
$f_2(x,t) = \dfrac{e^{-t}}{x+t}$	$]0,+\infty[$	$]0,+\infty[$
$f_3(x,t) = \dfrac{e^{-xt}}{1+t^2}$	$[0,+\infty[$	$]0,+\infty[$
$f_4(x,t) = e^{-t^2}\sin xt$	$]-\infty,+\infty[$	$]0,+\infty[$
$f_5(x,t) = \cos(pt - x\sin t) \quad (p \in \mathbb{N})$	$]-\infty,+\infty[$	$[0,\pi]$
$f_6(x,t) = \dfrac{\sin^2 xt}{t}\, e^{-t}$	$]-\infty,+\infty[$	$]0,+\infty[$
$f_7(x,t) = \dfrac{1}{1+t^x}$	$[1,+\infty[$	$]1,+\infty[$
$f_8(x,t) = e^{-t^2\sqrt{x}}\cos t$	$]0,+\infty[$	$]0,+\infty[$

EXERCICE 1.— Pour $1 \leqslant k \leqslant 8$, vérifier que la fonction $[t \mapsto f_k(x,t)]$ est intégrable sur I pour tout $x \in \Omega$.

EXERCICE 2.— Pour $1 \leqslant k \leqslant 8$, calculer la dérivée partielle

$$\frac{\partial f_k}{\partial x}(x,t)$$

et étudier pour quels $x \in \Omega$ cette dérivée partielle est intégrable sur I.

EXERCICE 3.— Pour $1 \leqslant k \leqslant 8$, calculer la dérivée partielle seconde

$$\frac{\partial^2 f_k}{\partial x^2}(x,t)$$

et étudier pour quels $x \in \Omega$ cette dérivée partielle est intégrable sur I.

EXERCICE 4.— Pour $1 \leqslant k \leqslant 5$ et tout entier $n \geqslant 3$, calculer l'expression de la dérivée partielle

$$\frac{\partial^n f_k}{\partial x^n}(x,t).$$

(Pour f_4 et f_5, on rappelle la technique des Physicien(ne)s : dériver $\sin$ ou $\cos$, c'est ajouter $\pi/2$.)