

Soit $B \in \mathcal{A}$, un évènement tel que $\mathbf{P}(B) > 0$. Deux évènements A et C sont indépendants pour la mesure de probabilité \mathbf{P}_B si, et seulement si,

$$\mathbf{P}(C \mid A \cap B) = \mathbf{P}(C \mid B).$$

Par définition,

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_B(A \cap C) = \mathbf{P}_B(A) \mathbf{P}_B(C) &\iff \mathbf{P}(A \cap C \cap B) = \mathbf{P}(A \cap B) \mathbf{P}_B(C) \\ &\iff \mathbf{P}(C \cap (A \cap B)) = \mathbf{P}(A \cap B) \mathbf{P}_B(C) \\ &\iff \mathbf{P}_{A \cap B}(C) = \mathbf{P}_B(C) \end{aligned}$$

en admettant bien entendu que $\mathbf{P}(A \cap B) > 0$.