
Étude locale des fonctions [41]

► La fonction est continue sur \mathbb{R}^2 privé de l'origine en tant que fonction rationnelle dont l'unique pôle est $O = (0, 0)$.

► Pour tout $x \neq 0$,

$$f(x, x) = \frac{x^2}{2x^4} = \frac{1}{2x^2}.$$

Lorsque la coordonnée x tend vers 0, le point $M = (x, x)$ tend vers O (puisque $\|OM\|_\infty = |x|$ tend vers 0) et $f(x, x)$ tend vers $+\infty$. Donc la fonction f n'est pas bornée au voisinage de O .

► Pour tout $x \neq 0$, on a aussi $f(x, 0) = 0$. Lorsque la coordonnée x tend vers 0, le point $N = (x, 0)$ tend vers O (puisque $\|ON\|_\infty = |x|$ tend vers 0) et $f(x, 0)$ reste bornée (et même constante), donc la fonction f ne tend pas vers $+\infty$ au voisinage de O .