Séries numériques (A) - mai 2020

1

Quand on applique le théorème de comparaison, on compare

- ❑ les termes généraux
- ❑ les sommes partielles
- ❑ les restes
- ❑ les sommes

2

Si $u_n \underset{n\to+\infty}{\sim} v_n$, alors les séries $\sum u_n$ et $\sum v_n$ sont de même nature.

❍ Vrai ❍ Faux

3

Si $u_n \underset{n\to+\infty}{\sim} v_n$ et si $u_n \leqslant 0$ pour tout $n \in \mathbb{N}$, alors les séries $\sum u_n$ et $\sum v_n$ sont de même nature.

❍ Vrai ❍ Faux

4

Si $u_n \underset{n\to+\infty}{\sim} v_n$ et si

$$\forall\, n \in \mathbb{N}, \quad u_n \geqslant 0 \quad \text{et} \quad v_n \geqslant 0,$$

alors

$$\sum_{n=0}^{N} u_n \underset{N\to+\infty}{\sim} \sum_{n=0}^{N} v_n.$$

❍ Vrai ❍ Faux

5

Si $u_n \underset{n\to+\infty}{\sim} v_n$ et si les u_n et les v_n sont tous de même signe, alors les séries $\sum u_n$ et $\sum v_n$ sont de même nature

❍ Vrai ❍ Faux

et de plus

$$\sum_{n=0}^{+\infty} u_n \underset{n\to+\infty}{\sim} \sum_{n=0}^{+\infty} v_n.$$

❍ Vrai ❍ Faux

6

Si $u_n = \mathcal{O}(v_n)$ et si la série $\sum v_n$ converge, alors la série $\sum u_n$ converge.

❍ Vrai ❍ Faux

7

Si $u_n = \mathcal{O}(v_n)$, si $v_n > 0$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ et si $\sum v_n$ converge, alors la série $\sum u_n$ converge.

❍ Vrai ❍ Faux

La série $\sum u_n$ est même absolument convergente.

❏ Oui

❏ Non, bien qu'elle soit convergente

❏ Non, puisqu'elle n'est pas convergente

8

Si $u_n = o(v_n)$, si $u_n > 0$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ et si $\sum v_n$ converge, alors la série $\sum u_n$ converge.

❍ Vrai ❍ Faux

La série $\sum u_n$ est même absolument convergente.

❏ Oui

❏ Non, bien qu'elle soit convergente

❏ Non, puisqu'elle n'est pas convergente

9

Si la série $\sum u_n$ converge et si $u_n \leqslant 0$ pour tout $n \in \mathbb{N}$, alors la série $\sum u_n$ converge absolument.

❍ Vrai ❍ Faux

10

Si la série $\sum u_n$ diverge et si $u_n \underset{n\to+\infty}{\sim} v_n$, alors la série $\sum v_n$ diverge.

❍ Vrai ❍ Faux

La série $\sum v_n$ n'est pas absolument convergente.

❏ Bien sûr, puisqu'elle diverge !

❏ Oui, même si elle converge !

❏ Mais non, puisqu'elle converge !

11

S'il existe une constante $K > 0$ et si

$$u_n \underset{n\to+\infty}{\sim} \frac{K}{n^\alpha},$$

alors la série $\sum u_n$ diverge si, et seulement si,

❏ $\alpha \leqslant 1$

❏ $\alpha < 1$

❏ $\alpha > 1$

❏ $\alpha \geqslant 1$

12

S'il existe $r > 0$ et $K > 0$ tels que

$$u_n \underset{n\to+\infty}{\sim} K.r^n,$$

alors la série $\sum u_n$ converge si, et seulement si,

❏ $r > 1$

❏ $r \geqslant 1$

❏ $r < 1$

❏ $r \leqslant 1$

13

Si $u_n \underset{n\to+\infty}{=} o({}^1\!/_{n^\alpha})$, alors la série $\sum u_n$ converge absolument

❏ pour tout $\alpha > 1$

❏ pour tout $\alpha \geqslant 1$

❏ pour tout $\alpha < 1$

❏ pour tout $\alpha \leqslant 1$

14

S'il existe $r > 0$ tel que $u_n \underset{n\to+\infty}{=} \mathcal{O}(r^n)$, alors la série $\sum u_n$ converge absolument

❏ pour tout $r < 1$

❏ pour tout $r > 1$

❏ si, et seulement si, $r < 1$

❏ si, et seulement si, $r > 1$