Séries numériques (B) - mai 2020

1

Si $u_n \underset{n\to+\infty}{=} o(1/n)$, alors la série $\sum u_n$

- ❏ converge
- ❏ diverge
- ❏ converge absolument
- ❏ Joker ! Forme indéterminée !

2

Si $n^2 u_n \xrightarrow[n\to+\infty]{} +\infty$, alors la série $\sum u_n$

- ❏ converge
- ❏ diverge
- ❏ converge absolument
- ❏ Joker ! Forme indéterminée !

3

Si la série $\sum u_n$ converge absolument, alors

$$u_n \underset{n\to+\infty}{=} \mathcal{O}(1/n^2).$$

❍ Vrai ❍ Faux

4

La série $\sum 1/n$

- ❏ converge absolument
- ❏ converge
- ❏ diverge

5

La série $\sum 1/n^2$

- ❏ converge absolument
- ❏ converge
- ❏ diverge

6

La série $\sum \frac{(-1)^n}{n}$ converge absolument.

❍ Vrai ❍ Faux

7

La série $\sum \frac{\cos n}{n^2}$

- ❏ converge absolument
- ❏ converge
- ❏ diverge

8

La série

$$\sum \frac{n^2+1}{n+3}$$

- ❏ converge absolument
- ❏ converge
- ❏ diverge

9

La série

$$\sum \frac{n^3+3\cos n}{1+3n^2+n^5}$$

- ❏ converge absolument
- ❏ converge
- ❏ diverge

10

La série

$$\sum \frac{x^n}{1+x^{2n}}$$

converge absolument

- ❏ pour tout $0 < x < 1$
- ❏ pour tout $x > 1$
- ❏ pour tout $x > 0$
- ❏ pour aucune de ces valeurs de x !

11

La série

$$\sum \frac{1+x^n+x^{2n}}{1+x^n}$$

converge absolument

- ❏ pour tout $0 < x < 1$
- ❏ pour tout $x > 1$
- ❏ pour tout $x > 0$
- ❏ pour aucune de ces valeurs de x !

12

La série
$$\sum \operatorname{Arctan} \frac{1}{n}$$
converge.

❍ Vrai ❍ Faux

13

La série $\sum \operatorname{ch} \frac{1}{2^n}$ converge.

❍ Vrai ❍ Faux

14

La série $\sum \operatorname{sh} \frac{1}{2^n}$ converge.

❍ Vrai ❍ Faux

15

La série $\sum \cos 3n.e^{-2n}$ converge.

❍ Vrai ❍ Faux

16

La série
$$\sum \frac{1}{n^2} e^{-1/n}$$
est convergente.

❍ Vrai ❍ Faux

17

La série $\sum e^{-\sqrt{n}}$ est convergente.

❍ Vrai ❍ Faux

18

La série
$$\sum \frac{2^n + 3^n}{3^n + 2.5^n}$$
converge.

❍ Vrai ❍ Faux

19

La série
$$\sum \frac{x^n}{n^2}$$
converge

- ❏ pour tout $x \in \mathbb{R}$
- ❏ si, et seulement si, $-1 < x < 1$
- ❏ si, et seulement si, $-1 \leqslant x \leqslant 1$
- ❏ Aucune réponse n'est correcte

20

La série
$$\sum \frac{x^n}{n!}$$
converge

- ❏ pour tout $x \in \mathbb{R}$
- ❏ si, et seulement si, $-1 < x < 1$
- ❏ si, et seulement si, $-1 \leqslant x \leqslant 1$
- ❏ Aucune réponse n'est correcte

21

La série
$$\sum n^2.x^n$$
converge

- ❏ pour tout $x \in \mathbb{R}$
- ❏ si, et seulement si, $-1 < x < 1$
- ❏ si, et seulement si, $-1 \leqslant x \leqslant 1$
- ❏ Aucune réponse n'est correcte

22

Pour tout $n \geqslant 1$, on pose
$$u_n = \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}.$$
On **admet** que la série $\sum u_n$ est convergente.

$\boxed{\textbf{22.a.}}$ La série $\sum u_n$ est absolument convergente.

❍ Vrai ❍ Faux

$\boxed{\textbf{22.b.}}$ Si $v_n \underset{n\to+\infty}{\sim} u_n$, alors la série $\sum v_n$

- ❏ converge absolument
- ❏ converge
- ❏ diverge
- ❏ Joker ! Forme indéterminée !

22.c. On suppose que

$$v_n \underset{n\to+\infty}{=} u_n + o(1/n).$$

Dans ce cas, la série $\sum v_n$

- ❏ converge absolument
- ❏ converge
- ❏ diverge
- ❏ Joker ! Forme indéterminée !

22.d. On suppose que

$$v_n \underset{n\to+\infty}{=} u_n + \mathcal{O}\Big(\frac{1}{n\sqrt{n}}\Big).$$

Dans ce cas, la série $\sum v_n$

- ❏ converge absolument
- ❏ converge
- ❏ diverge
- ❏ Joker ! Forme indéterminée !

22.e. On suppose que

$$v_n \underset{n\to+\infty}{=} u_n + \frac{1}{n} + o(1/n).$$

Dans ce cas, la série $\sum v_n$

- ❏ converge absolument
- ❏ converge
- ❏ diverge
- ❏ Joker ! Forme indéterminée !

22.f. On suppose que

$$v_n \underset{n\to+\infty}{=} u_n + \frac{1}{n} + \mathcal{O}\Big(\frac{1}{n^2}\Big).$$

Dans ce cas, la série $\sum v_n$

- ❏ converge absolument
- ❏ converge
- ❏ diverge
- ❏ Joker ! Forme indéterminée !

22.g. On suppose que

$$v_n \underset{n\to+\infty}{=} u_n + \mathcal{O}\Big(\frac{1}{n^2}\Big).$$

Dans ce cas, la série $\sum v_n$

- ❏ converge absolument
- ❏ converge
- ❏ diverge
- ❏ Joker ! Forme indéterminée !