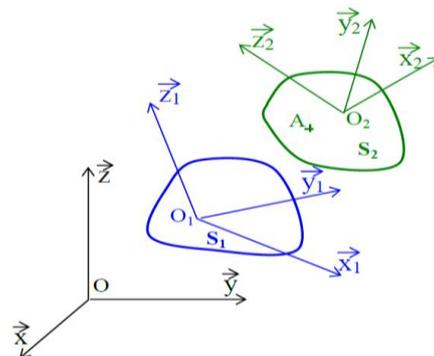


Interrogation de cours

Q1 : Donner la relation entre les vitesses de deux points A et B supposés appartenir à un solide S dans son mouvement par rapport à un repère R.

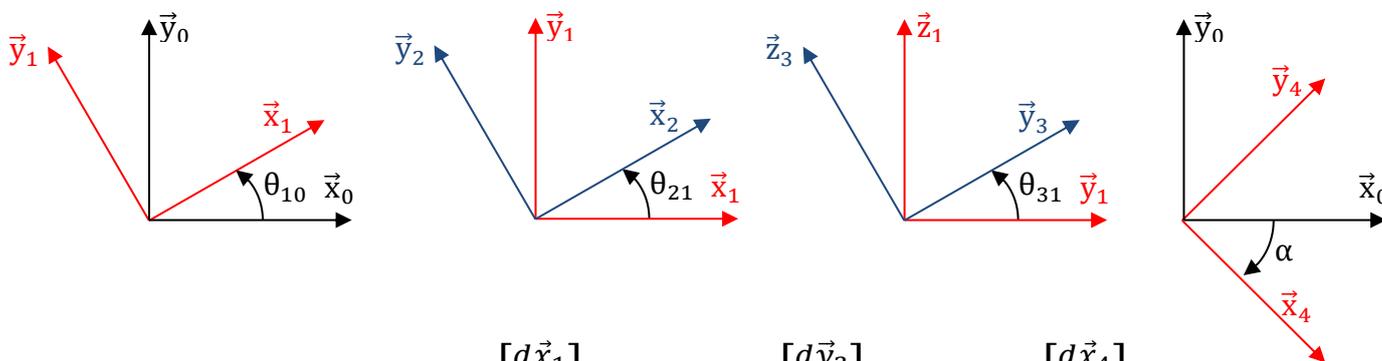
Q2 : Donner les deux relations vectorielles traduisant la composition des mouvements au point A dans le cas représenté ci-contre.

Repère $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, Solide S_1 de repère $R_1(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$, Solide S_2 de repère $R_2(O_2, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$,



Q3 : Donner la relation entre la dérivée d'un vecteur \vec{U} quelconque par rapport au repère R_i et la dérivée de ce vecteur par rapport à un autre repère R_j . Le repère R_j étant déduit du repère R_i par une rotation paramétrée par l'angle $\theta_{ij} = (\vec{x}_i; \vec{x}_j) = (\vec{y}_i; \vec{y}_j)$ autour de l'axe commun $\vec{z}_i = \vec{z}_j$.

Q4 : Les bases $(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$ sont orthonormales directes. Les axes communs de rotation de chaque changement de base sont orientés perpendiculairement aux figures planes et orientés vers le lecteur. Les angles dépendent du temps.

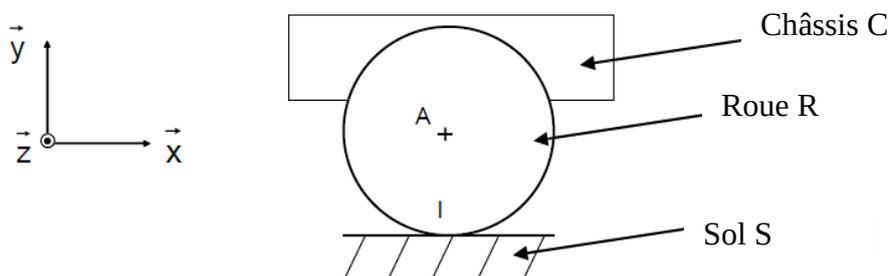


Déterminer les dérivées suivantes : $\left[\frac{d\vec{x}_1}{dt} \right]_{(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)}$ $\left[\frac{d\vec{y}_3}{dt} \right]_{(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)}$ $\left[\frac{d\vec{x}_4}{dt} \right]_{(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)}$

Q5 : Soit un véhicule quelconque vérifiant 2 hypothèses FONDAMENTALES :

- Le véhicule est en mouvement de translation par rapport au sol plat.
- On suppose qu'il y ait roulement sans glissement au contact roue/sol.

Schéma simplifié.



Le rayon de la roue est : r

Le point A est le centre de la roue et le point I, le point de contact roue/sol.

La vitesse de translation du châssis/sol est : $\forall P, \text{ on a } \overrightarrow{V}(P \in C/S) = V_{C/S} \vec{x}$

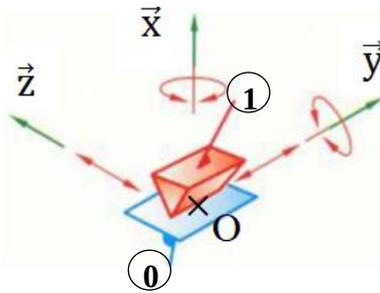
La vitesse de rotation de la roue/châssis est : $\overrightarrow{\Omega}_{R/C} = \omega_{R/C} \vec{z}$

NB : $\omega_{R/C} < 0$ si $V_{C/S} > 0$

- Déterminer la relation entre $\omega_{R/C}$ et $V_{C/S}$ répondant aux hypothèses.
- Représenter sur la figure ci-dessus : $\overrightarrow{V}(I \in C/S)$ et $\overrightarrow{V}(I \in R/C)$

Q6 : Donner les conséquences du PFS pour un solide (ou ensemble de solides) soumis à 2 glisseurs.

Q7 : Donner la forme des torseurs d'action mécanique et cinématique de la liaison supposée parfaite représentée ci-contre (en 3D et en modélisation plane (plan (y,z)) :

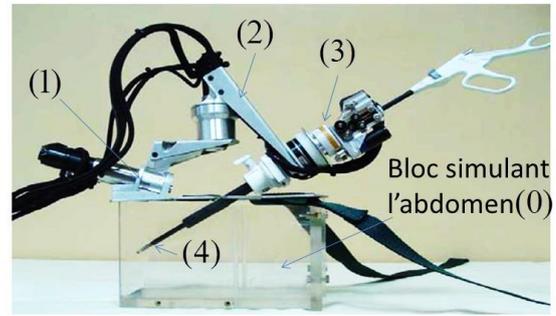
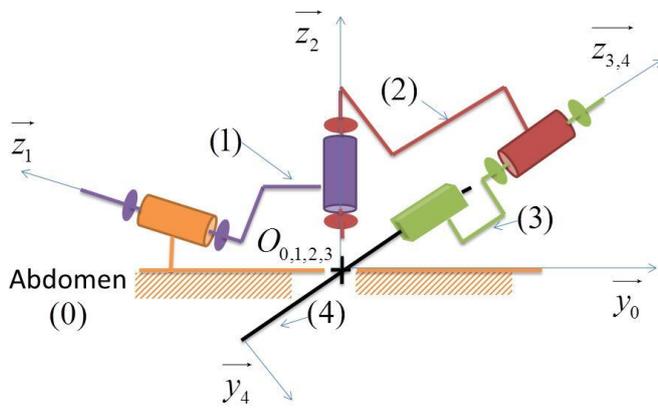


Linéaire rectiligne ou cylindre
plan (O, \vec{y}, \vec{x})

Q8 : Le solide 1 dans le cadre de la liaison précédente a un mouvement de translation par rapport au solide 0 : $\overrightarrow{V}(O, 1/0) = V \vec{y}$ ($V > 0$ figure suivante). La liaison admet du frottement avec un coefficient d'adhérence et de glissement noté f (modèle de Coulomb). Donner la forme du torseur des actions mécaniques de la liaison ainsi que la relation entre certaines composantes de ce torseur en adhérence puis en glissement (attention aux signes).

Q9 : Donner la forme du torseur des actions mécaniques de la liaison hélicoïdale (parfaite) d'axe (O, \vec{x}) , de pas p (en m/tr), exprimé au centre de la liaison.

Q10 : On s'intéresse à un robot chirurgical utilisé en chirurgie endoscopique (photo et schéma cinématique ci-dessous) permettant d'améliorer la précision des gestes chirurgicaux. Il présente la particularité d'avoir quatre degrés de liberté : trois degrés de liberté en rotation et un degré de liberté en translation. Chaque liaison est motorisée (asservie en position et en effort). On étudie le maintien en position réalisé par les trois axes de rotation. Dans cette phase, les trois moteurs maintiennent la position du robot le plus précisément possible et ce malgré les perturbations qu'engendrent les actions de pesanteur ainsi que les réactions dues aux efforts à l'extrémité de la pince (4).



Hypothèses :

- L'Abdomen (0) est supposé Galiléen
- Le point $O_0 = O_{0,1,2,3}$ est supposé fixe ;
- Les actions mécaniques entre l'abdomen du patient et la pince (4) en O_0 seront négligées. On considère donc qu'il n'y a pas de liaison et d'action mécanique transmissible associée ;
- Les liaisons pivot et la liaison glissière sont toutes supposées parfaites (sans frottement).

Modélisation des actions mécaniques :

- Le moteur M1 et son réducteur, mettant en mouvement le solide (1) par rapport à (0), permettent d'exercer en sortie de réducteur un couple sur (1) dont le moment est noté : $\vec{C}_{m01} = C_{m01} \cdot \vec{z}_1$
- Le moteur M2 et son réducteur, mettant en mouvement le solide (2) par rapport à (1), permettent d'exercer en sortie de réducteur un couple sur (2) dont le moment est noté : $\vec{C}_{m12} = C_{m12} \cdot \vec{z}_2$
- Le moteur M3 et son réducteur, mettant en mouvement le solide (3) par rapport à (2), permettent d'exercer en sortie de réducteur un couple sur (3) dont le moment est noté : $\vec{C}_{m23} = C_{m23} \cdot \vec{z}_3$
- On admettra que le moteur M4 et son réducteur, mettant en mouvement la pince (4) par rapport à (3), permettent d'exercer un glisseur en O_4 de résultante $\vec{F}_{m34} = F_{m34} \cdot \vec{z}_3$
- L'action mécanique qu'exerce l'organe du patient sur la pince (4) est modélisable par un glisseur noté

$$\{T_{ext \rightarrow 4}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{ext \rightarrow 4} = R_{ext \rightarrow 4} \cdot \vec{z}_4 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{O_4} \quad \text{où } O_4 \text{ est le point de contact entre (4) et l'organe du patient.}$$

Question : Proposer la démarche (solide(s) isolé(s), théorème(s) utilisé(s) et axes de projection) permettant de déterminer les expressions littérales des couples C_{m01} , C_{m12} , C_{m23} et de la résultante F_{m34} lors de la phase de maintien statique.

Corrigé

$$\mathbf{Q1} : \overline{V(B \in S/R)} = \overline{V(A \in S/R)} + \overline{BA} \wedge \overline{\Omega_{S/R}} = \overline{V(A \in S/R)} + \overline{\Omega_{S/R}} \wedge \overline{AB}$$

$$\mathbf{Q2} : \vec{V}(A \in R_2/R) = \vec{V}(A \in R_2/R_1) + \vec{V}(A \in R_1/R) \quad \text{et} \quad \vec{\Omega}(R_2/R) = \vec{\Omega}(R_2/R_1) + \vec{\Omega}(R_1/R)$$

$$\mathbf{Q3} : \left[\frac{d\vec{U}}{dt} \right]_{R_i} = \left[\frac{d\vec{U}}{dt} \right]_{R_j} + \overline{\Omega_{R_j/R_i}} \wedge \vec{U} \quad \text{avec} \quad \overline{\Omega_{R_j/R_i}} = \dot{\theta}_{ij} \vec{z}_1$$

Q4 :

$$\begin{aligned} \left[\frac{d\vec{x}_1}{dt} \right]_{(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)} &= \left[\frac{d\vec{x}_1}{dt} \right]_{(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)} + \vec{\Omega}(1/0) \wedge \vec{x}_1 = \vec{0} + \dot{\theta}_{10} \vec{z}_0 \wedge \vec{x}_1 = \dot{\theta}_{10} \vec{y}_1 \\ \left[\frac{d\vec{y}_3}{dt} \right]_{(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)} &= \left[\frac{d\vec{y}_3}{dt} \right]_{(\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)} + \vec{\Omega}(3/2) \wedge \vec{y}_3 = (\dot{\theta}_{31} \vec{x}_1 - \dot{\theta}_{21} \vec{z}_0) \wedge \vec{y}_3 = \dot{\theta}_{31} \vec{z}_3 + \dot{\theta}_{21} \cos \theta_{31} \vec{x}_1 \\ \left[\frac{d\vec{x}_4}{dt} \right]_{(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)} &= \left[\frac{d\vec{x}_4}{dt} \right]_{(\vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)} + \vec{\Omega}(4/0) \wedge \vec{x}_4 = \vec{0} + \dot{\alpha} \vec{z}_0 \wedge \vec{x}_4 = \dot{\alpha} \vec{y}_4 \end{aligned}$$

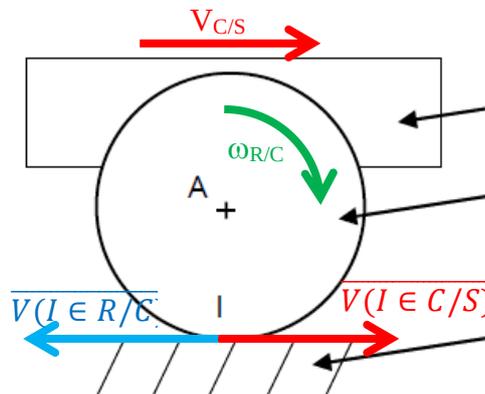
$$\mathbf{Q5} : \overline{V(I \in R/S)} = \vec{0} \text{ d'où } \overline{V(I \in R/C)} = \overline{V(I \in S/C)} = -\overline{V(I \in C/S)}$$

$$\Rightarrow \overline{V(A \in R/C)} + \overline{IA} \wedge \overline{\Omega(R/C)} = -V_{C/S} \vec{x}$$

$$r \vec{y} \wedge \omega_{R/C} \vec{z} = -V_{C/S} \vec{x}$$

$$r \omega_{R/C} = -V_{C/S} \quad (\text{signes cohérents})$$

modèle " $V = R\omega$ " avec



Q6 : Lorsqu'un système en équilibre est soumis à deux glisseurs (force centrale en physique), les deux forces (ou résultantes des torseurs d'actions mécaniques) sont colinéaires, de même module et opposées en sens. La direction des forces est la droite qui passe par les points d'application des deux glisseurs.

Q7 : liaison cylindre-plan (linéaire rectiligne) d'axe (O, \vec{y}) et de normale \vec{x} :

$$\text{torseur des actions mécaniques en 3D} \begin{Bmatrix} X & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & N \end{Bmatrix}_{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}} \quad \text{en 2D (plan (y,z))} \begin{Bmatrix} - & 0 \\ 0 & - \\ 0 & - \end{Bmatrix}_{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}}$$

$$\text{torseur cinématique en 3D} \begin{Bmatrix} \omega_x & 0 \\ \omega_y & V_y \\ 0 & V_z \end{Bmatrix}_{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}} \quad \text{en 2D (plan (y,z))} \begin{Bmatrix} \omega_x & - \\ - & V_y \\ - & V_z \end{Bmatrix}_{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}}$$

Q8 : torseur des actions mécaniques en 3D : $T_{0 \rightarrow 1} = \begin{matrix} \square \\ \left\{ \begin{array}{cc} X & 0 \\ -Y & 0 \\ 0 & N \end{array} \right\}_{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}} \end{matrix}$ avec $X \geq 0$ et $Y \geq 0$

adhérence : $|Y| \leq f|N|$ glissement : $Y = f X$

Q9 : torseur des actions mécaniques en 3D : $\begin{matrix} \square \\ \left\{ \begin{array}{cc} X & L \\ Y & M \\ Z & N \end{array} \right\}_{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}} \end{matrix}$ avec $L = -\frac{p}{2\pi} \cdot X$

Q10 :

Dans R_0 galiléen et en statique les effets dynamiques sont nuls.

• Isolement de $E_1 = 1 \cup 2 \cup 3 \cup 4$ et théorème du moment en O_1 en projection sur \vec{z}_1 :

$$\underbrace{\vec{M}(O_1, M_1 \rightarrow 1) \cdot \vec{z}_1}_{C_{m01}} + \underbrace{\vec{M}(O_1, 0 \rightarrow 1) \cdot \vec{z}_1}_{0 \text{ L parf}} + \underbrace{\vec{M}(O_1, 0 \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_1}_{\text{négligé}} + \vec{M}(O_1, \text{ext} \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_1 + \vec{M}(O_1, \text{pes} \rightarrow E_1) \cdot \vec{z}_1 = 0$$

• Isolement de $E_2 = 2 \cup 3 \cup 4$ et théorème du moment en O_1 en projection sur \vec{z}_2 :

$$\underbrace{\vec{M}(O_1, M_2 \rightarrow 2) \cdot \vec{z}_2}_{C_{m02}} + \underbrace{\vec{M}(O_1, 1 \rightarrow 2) \cdot \vec{z}_2}_{0 \text{ L parf}} + \underbrace{\vec{M}(O_1, 0 \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_2}_{\text{négligé}} + \vec{M}(O_1, \text{ext} \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_2 + \vec{M}(O_1, \text{pes} \rightarrow E_2) \cdot \vec{z}_2 = 0$$

• Isolement de $E_3 = 3 \cup 4$ et théorème du moment en O_1 en projection sur \vec{z}_3 :

$$\underbrace{\vec{M}(O_1, M_3 \rightarrow 3) \cdot \vec{z}_3}_{C_{m03}} + \underbrace{\vec{M}(O_1, 2 \rightarrow 3) \cdot \vec{z}_3}_{0 \text{ L parf}} + \underbrace{\vec{M}(O_1, 0 \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_3}_{\text{négligé}} + \vec{M}(O_1, \text{ext} \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_3 + \vec{M}(O_1, \text{pes} \rightarrow E_3) \cdot \vec{z}_3 = 0$$

• Isolement de 4 et théorème de la résultante en projection sur \vec{z}_3 :

$$\underbrace{\vec{R}(M_4 \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_3}_{F_{m34}} + \underbrace{\vec{R}(3 \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_3}_0 + \underbrace{\vec{R}(0 \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_3}_{\text{négligé}} + \vec{R}(\text{ext} \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_3 + \vec{R}(\text{pes} \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_3 = 0$$