

Problème 1 : imagerie médicale (ccp mp 2017)

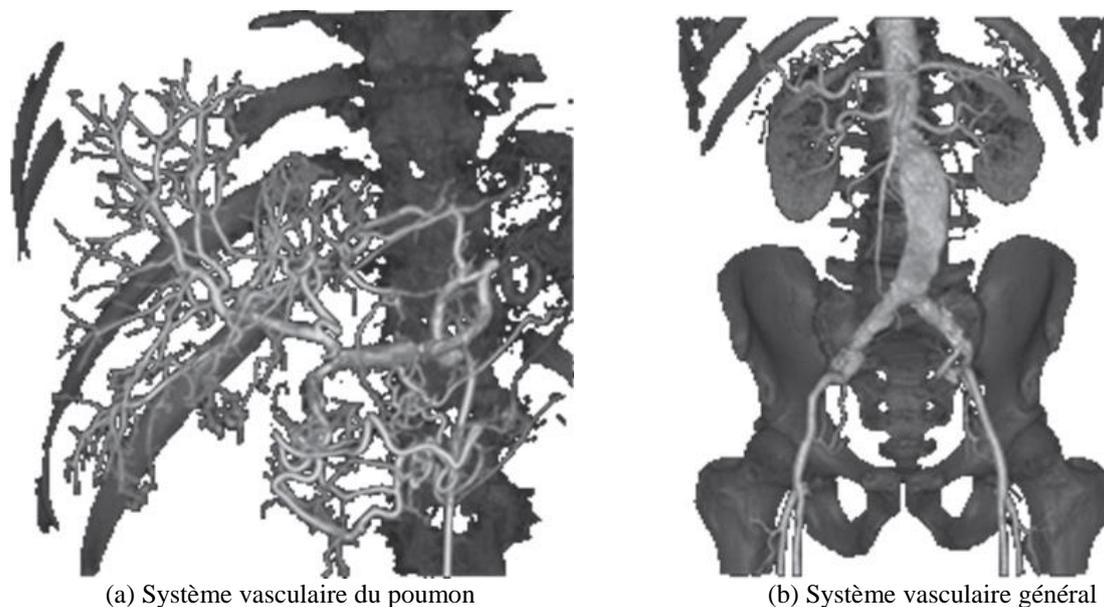
1. Présentation

1.1. Mise en situation

Développé dans le cadre d'un projet ambitieux associant des industriels (GE Healthcare, BA Systèmes et C&K), deux laboratoires de recherche (CEA-LIST et IRCCYN) et un centre de recherche préclinique (laboratoire CR2i INRA AP-HP), le Discovery IGS 730 (figure 1) est le premier système mobile d'imagerie interventionnelle. Embarquant un ensemble de logiciels de traitement d'images pour les applications vasculaires, l'oncologie et la cardiologie (figure 2) et permettant un accès complet au patient, il guide les gestes de l'équipe médicale tout au long de l'intervention chirurgicale.



Figure 1 – Système d'imagerie robotisé Discovery IGS 730 en situation de travail (photo de gauche) et en mode parking (photo de droite)



(a) Système vasculaire du poumon

(b) Système vasculaire général

Figure 2 – Images 3D obtenues avec le système d'imagerie du Discovery IGS 730

Le Discovery IGS 730 révolutionne le domaine de l'imagerie interventionnelle. Contrairement aux systèmes d'angiographie traditionnels, il n'est ni fixé au sol, ni suspendu au plafond, mais dispose d'une base motorisée guidée par laser qui transporte l'arceau d'imagerie. Cette innovation technologique offre une mobilité totale au système qui peut, par exemple, rejoindre de manière autonome une position « parking » prédéfinie afin de laisser tout le champ disponible à l'équipe médicale pour s'occuper du patient. Ce gain de mobilité permet également une intégration aisée en milieu clinique, un accès facilité au patient et des possibilités de positionnement illimitées.

1.2. Analyse système partielle

La figure 3 présente un extrait du cahier des charges du système d'imagerie dans la phase de vie d'utilisation. La figure 4 présente son diagramme de définition des blocs.

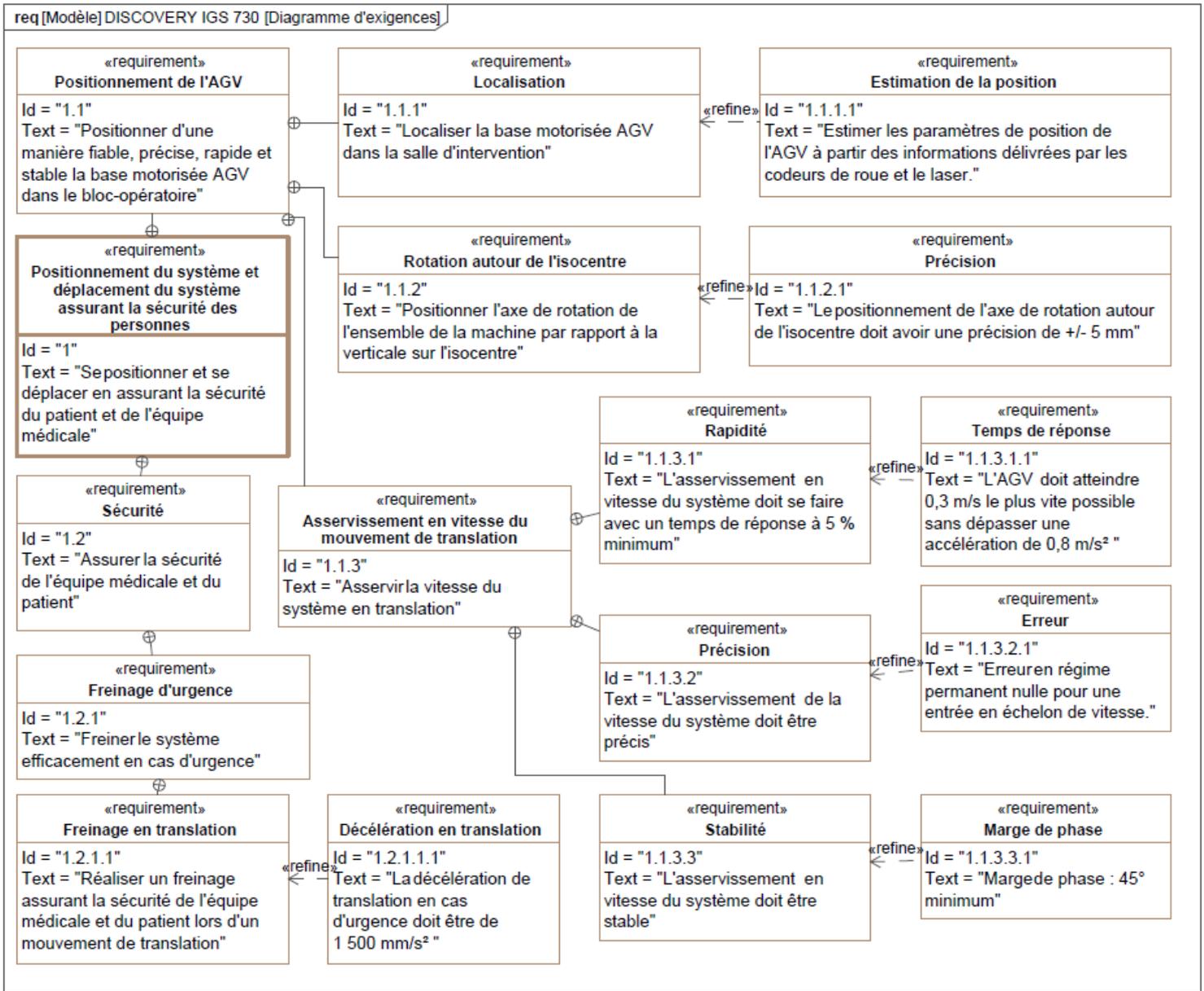


Figure 3 – Diagramme d'exigences partiel du Discovery IGS 730

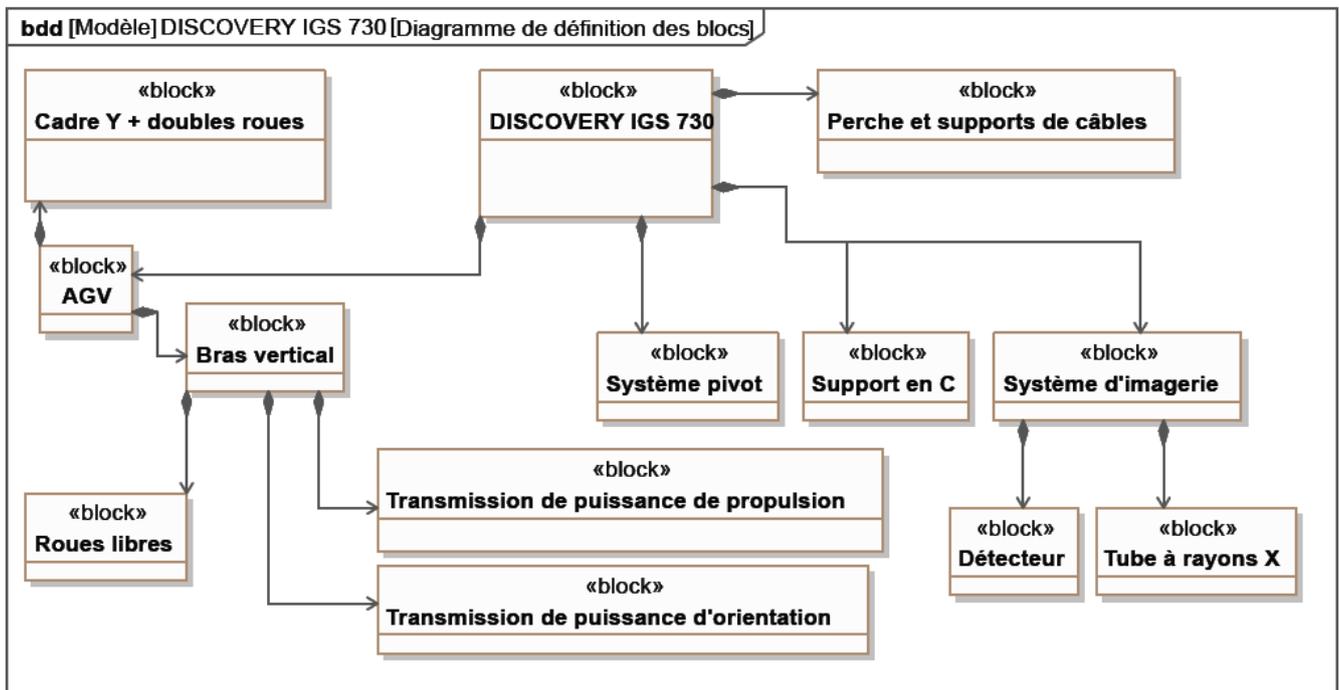


Figure 4 – Diagramme de définition de blocs du Discovery IGS 730

Le système Discovery IGS 730 est constitué principalement (figure 4 et figure 5) :

- d'une base motorisée, aussi appelée AGV (pour Automated Guided Vehicle, soit véhicule à guidage automatique) ;
- d'une perche et d'un support de câbles ;
- du sous-système d'imagerie supporté par un bras en « C » ou arceau. Le système d'imagerie est lié à la base motorisée par l'intermédiaire de deux liaisons pivot. Un point caractéristique appelé « isocentre » (point I_C) est rattaché au sous-système d'imagerie. Il est défini comme l'intersection de l'axe optique et de l'axe de la liaison pivot AGV/système pivot.

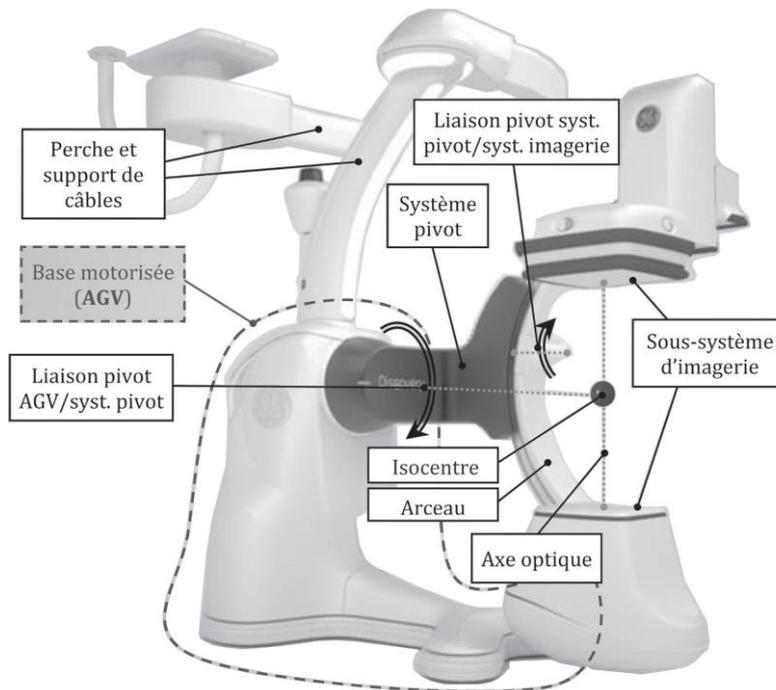


Figure 5 – Composants du Discovery IGS 730

La base motorisée AGV (figure 6) est constituée :

- d'une structure support, ou châssis, composée du bras vertical et du cadre Y ;
- de deux sous-ensembles roue motrice et motorisation associée (un motoréducteur d'orientation et un motoréducteur de propulsion pour chaque roue) ;
- de deux doubles roues « folles » non motorisées.

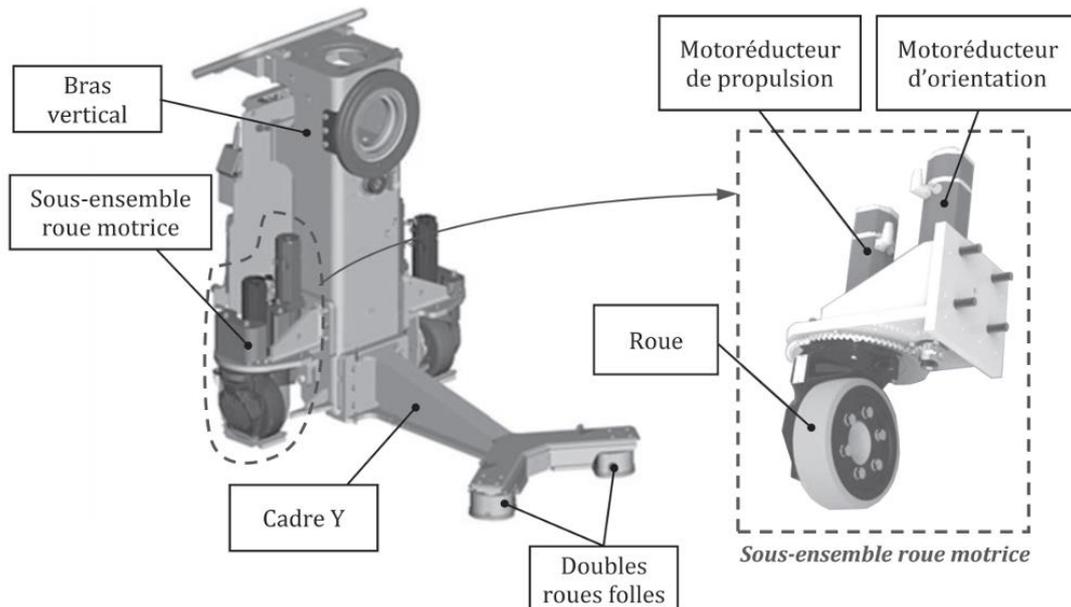


Figure 6 – Éléments du sous-système AGV, carter et sous-système d'imagerie enlevés

1.3. Problème posé

La mobilité totale apportée au Discovery IGS 730, véritable innovation technologique dans le domaine de l'imagerie interventionnelle, a conduit les ingénieurs responsables du développement à travailler sur des problématiques spécifiques liées :

- à la maîtrise du positionnement du sous-système d'imagerie par rapport au patient ;
- à la sécurité du patient et de l'équipe médicale au cours des déplacements du système dans la salle d'intervention.

Objectif : L'objectif de cette étude est de vérifier certaines performances du système afin de valider partiellement le respect des exigences liées au positionnement de l'AGV et par suite, du sous-système d'imagerie (Id. 1.1) et à la sécurité des personnes au cours des déplacements (Id. 1.2).

1.4. Démarche

Le respect des exigences relatives au positionnement du sous-système d'imagerie (Id. 1.1), objet de la partie 2, est abordé à travers les points suivants :

- étude géométrique et cinématique de l'AGV afin d'estimer la précision requise au niveau de l'orientation des roues motrices (Id. 1.1.2) : non traité dans cet extrait.
- prévision des performances de la commande associée au mouvement de translation de la base motorisée (Id. 1.1.3).
- étude de la stratégie de localisation de l'AGV et développement d'algorithmes d'estimation de sa position (Id. 1.1.1) : non traité dans cet extrait.

Le respect des exigences relatives à la sécurité des personnes (Id. 1.2) fait l'objet de la partie 3 consacrée à la prévision du comportement dynamique du système lors d'un freinage d'urgence intervenant au cours d'une manœuvre de translation (Id. 1.2.1.1) : non traité dans cet extrait.

2. Prévision des performances « l'asservissement en vitesse du mouvement de translation de l'AGV »

Objectif : Vérifier que l'exigence d'asservissement en vitesse du mouvement de translation de la base motorisée AGV (Id. 1.1.3) et ses sous-exigences sont respectées.

Les déplacements de la base motorisée AGV sont contrôlés de la manière suivante : au niveau de chacun des 2 moteurs, des boucles de vitesse et de position assurent l'asservissement en vitesse et position du système. Nous ne nous intéresserons dans le sujet qu'à la boucle de vitesse. L'objectif de cette partie est de déterminer les paramètres de réglage de chacune des boucles d'asservissement en vitesse lors d'un mouvement de translation de l'AGV par rapport au sol.

2.1. Étude préliminaire : moteurs brushless de propulsion

Hypothèses et modélisations :

- l'AGV se déplace en ligne droite (consigne de vitesse $v_c(t)$, les roues étant dans la même direction que l'axe de symétrie de l'AGV) ;
- les roues motrices roulent sans glisser sur le sol ;
- la charge extérieure est supposée équi-répartie sur chacun des deux moteurs. Ainsi, pour une vitesse $v(t)$ de la plateforme, les deux moteurs de propulsion tournent à la même vitesse angulaire $\omega_m(t)$. Ils sont alimentés par une même tension de commande $u(t)$ et fournissent un même couple moteur $C_m(t)$;
- les perturbations sont réparties sur chacun des axes des deux moteurs et sont modélisées par un même couple de perturbation équivalent appliqué sur chacun des axes moteurs $C_r(t)$;
- les caractéristiques inertielles de la plateforme sont représentées au niveau de chaque axe moteur par un moment d'inertie équivalent J_{eq} ;
- le comportement individuel d'un des deux moteurs brushless peut être approché par celui d'un moteur à courant continu avec les équations électromécaniques suivantes :

$$\text{Equation mécanique : } C_m(t) - C_r(t) = J_{eq} \frac{d\omega_m(t)}{dt} \quad (1)$$

$$\text{Equation électrique : } u(t) = e(t) + Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} \quad (2)$$

$$\text{Equations de couplage magnétique : } C_m(t) = K_c \cdot i(t) \quad (3) \quad \text{et} \quad e(t) = K_e \cdot \omega_m(t) \quad (4)$$

Symbole	Désignation	Valeurs, unités
$u(t)$	Tension d'alimentation du moteur	[V]
$e(t)$	Tension contre-électromotrice dans un moteur	[V]
$i(t)$	Intensité du courant dans un moteur	[A]
$v(t)$	Vitesse de translation du système	[m/s]
$\omega_m(t)$	Vitesse angulaire de chacun des deux moteurs	[rad/s]
$C_m(t)$	Couple moteur appliqué par chacun des deux moteurs	[N.m]
$C_r(t)$	Couple de perturbation équivalent appliqué à chacun des deux axes moteurs	[N.m]
R	Résistance de l'induit d'un moteur	0,07 Ω
L	Inductance de l'induit d'un moteur	0,15 mH
K_e	Constante de vitesse d'un moteur	0,113 V/(rad/s)
K_c	Constante de couple d'un moteur	0,113 N · m/A
J_{eq}	Inertie équivalente de la moitié du système ramenée sur l'axe d'un moteur	$5,3 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

Tableau 1 - Données numériques de l'asservissement

Fonction de transfert d'un moteur de propulsion :

On note $\Omega_m(p)$, $U(p)$, $E(p)$, $I(p)$, $C_m(p)$ et $C_r(p)$ les transformées de Laplace respectives de $\omega_m(t)$, $u(t)$, $e(t)$, $i(t)$, $C_m(t)$ et $C_r(t)$.

Q1. Déterminer sur la copie les transformées de Laplace des équations (1) à (4) du moteur définies en considérant des conditions initiales nulles. Compléter le schéma-bloc du document réponse DRI par les transmittances (ou fonctions de transfert) manquantes.

Q2. Déterminer les expressions littérales des fonctions de transfert du moteur en poursuite (système suivi sans perturbation) $H_1(p) = \left. \frac{\Omega_m(p)}{U(p)} \right|_{C_r(p)=0}$ et en régulation $H_2(p) = \left. \frac{\Omega_m(p)}{C_r(p)} \right|_{U(p)=0}$, sous forme canonique. Par application du principe de superposition, en déduire l'expression de $\Omega_m(p)$ en fonction de $U(p)$ et de $C_r(p)$.

Le système est étudié en l'absence de perturbation, $C_r(t) = 0$.

Q3. Réaliser l'application numérique de la fonction de transfert du moteur $\frac{\Omega_m(p)}{U(p)}$ et mettre le résultat sous la

$$\text{forme : } \frac{K}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}$$

2.2. Étude de l'asservissement en vitesse de la base motorisée AGV

Pour une consigne de vitesse $v_c(t)$ [m/s], les microcontrôleurs de pilotage génèrent une tension de consigne de rotation à appliquer à chaque moteur $u_c(t)$ [V]. Un traitement numérique de la vitesse relevée sur l'axe de chaque moteur fournit une tension mesurée $u_m(t)$ [V], image de la vitesse de rotation du moteur $\omega_m(t)$. Un correcteur (défini par la suite) adapte le signal écart entre la tension de consigne et la tension mesurée, ce qui permet après correction et amplification, de définir la tension d'alimentation $u(t)$ à appliquer aux moteurs.

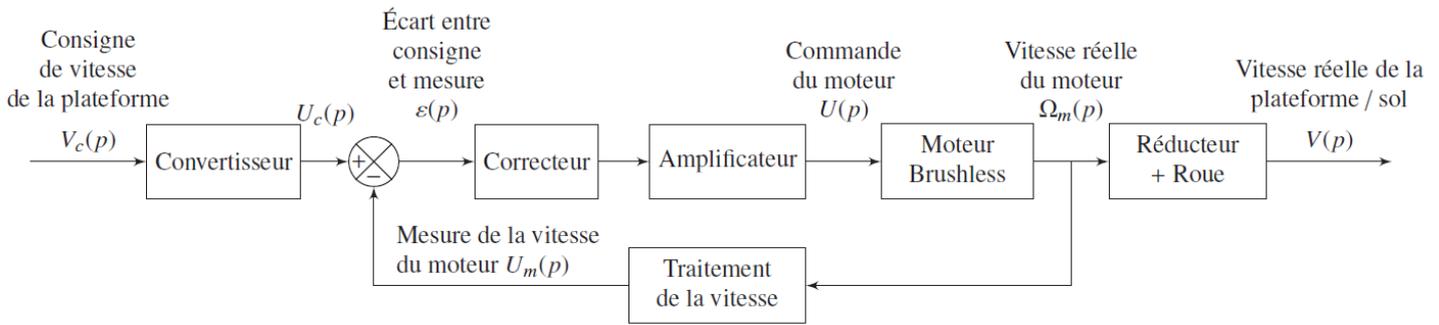


Figure 7 - Schéma-bloc fonctionnel de l'asservissement en vitesse d'un des deux moteurs

Blocs	Fonctions de transfert
Convertisseur	K_{conv} (à déterminer)
Correcteur	$C(p)$ (réglé par la suite)
Amplificateur	$K_A = 7,9$ sans unité
Traitement numérique de la vitesse	$K_{vit} = 1,4 \times 10^{-3} \text{ V}/(\text{rad/s})$
Réduction et roue	K_R (à déterminer)

Tableau 2 – Données numériques du schéma-bloc

Indépendamment des résultats trouvés précédemment, la fonction de transfert du moteur brushless sera prise égale

$$\text{à : } H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{K_m}{(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)} \text{ avec } K_m = 8,85, \tau_1 = 0,027 \text{ s et } \tau_2 = 0,0023 \text{ s.}$$

Le moteur est suivi d'un réducteur à deux étages : le premier avec un rapport de réduction $k_1 = \frac{1}{4}$ et le second avec

un rapport de réduction $k_2 = \frac{1}{28,9}$. Le rayon r des roues motrices est de 115 mm.

- Q4.** Déterminer les valeurs numériques et unités SI des gains K_R (ensemble réducteur et roue) et K_{conv} (convertisseur) en sachant que lorsque la vitesse réelle de l'AGV $v(t)$ est égale à la vitesse de consigne $v_c(t)$, l'écart $\varepsilon(t)$ doit être nul.
- Q5.** Compléter le schéma-bloc sur le document réponse en y faisant figurer les fonctions de transfert sous forme littérale dans le domaine de Laplace avec des conditions initiales nulles, ainsi que les signes des sommateurs.

2.3. Étude du système non corrigé : $C(p) = 1$

- Q6.** Déterminer, en fonction notamment des constantes K_m , K_A , K_{vit} , τ_1 et τ_2 , l'expression de la fonction de transfert de la boucle de vitesse sous la forme canonique d'un système du second ordre

$$H(p) = \frac{V(p)}{V_c(p)} = \frac{K}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{1}{\omega_0^2} p^2}. \text{ Donner les expressions littérales et numériques de } K, \xi \text{ et } \omega_0.$$

La valeur du coefficient d'amortissement ξ permet d'écrire la fonction de transfert de la boucle de vitesse sous la

$$\text{forme } H(p) = \frac{V(p)}{V_c(p)} = \frac{K}{(1 + \tau_3 p)(1 + \tau_4 p)} \text{ avec } \tau_3 = 0,024 \text{ s et } \tau_4 = 0,0023 \text{ s.}$$

- Q7.** En considérant uniquement le pôle dominant de la fonction de transfert de la boucle de vitesse, justifier que l'accélération maximum peut être approchée par $a_{max} = 3 \cdot \frac{V_{max}}{t_{r5\%}}$. Conclure sur le respect de l'exigence Id1.1.3.1.1.
- Q8.** À l'aide de l'abaque du document réponse, déterminer le temps de réponse à 5 % de la boucle de vitesse (faire apparaître les tracés sur le document réponse). Ce temps de réponse est-il satisfaisant vis-à-vis de l'exigence Id. 1.1.3.1.1 ? Sinon, comment satisfaire cette exigence ?
- Q9.** Déterminer l'erreur en régime permanent de la boucle de vitesse pour une entrée en échelon. Permet-elle de satisfaire l'exigence Id. 1.1.3.2.1 ? Sinon, comment satisfaire cette exigence ?

2.4. Étude du système corrigé : $C(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p}\right)$

- Q10.** Déterminer, en fonction notamment des constantes K_m , K_p , K_A , K_{vit} , τ_1 et τ_2 , l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte, sous la forme canonique suivante : $H_{BO}(p) = \frac{K_{BO}(T_i p + 1)}{p(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)}$. Donner l'expression littérale de K_{BO} .
- Q11.** On choisit T_i de façon à compenser le "mode le plus lent". Donner la valeur de T_i .

L'exigence de stabilité Id. 1.1.3.3.1 impose une marge de phase de 45° minimum. Indépendamment de la réponse à la question précédente, on prendra $K_{BO} = 3,7 \cdot K_p$.

- Q12.** Ce correcteur permet-il de répondre à l'exigence de précision ?
- Q13.** Tracer les asymptotes et les courbes réelles avec $K_p = 1$ dans le plan de Bode du document réponse. Déterminer le gain K_p du correcteur permettant de satisfaire l'exigence de stabilité en étant le plus rapide (on s'intéressera à la bande passante à 0 dB).

La figure du document réponse (Q14) présente sur un même graphe les réponses à une consigne en échelon d'amplitude 0,3m/s obtenues par simulation pour différentes valeurs de K_p .

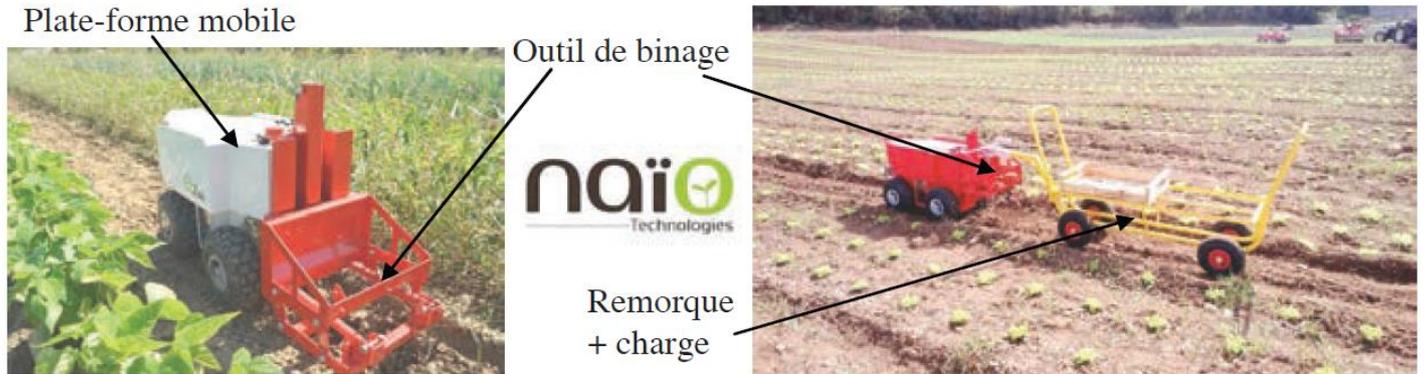
- Q14.** Quelle valeur de K_p privilégier parmi les trois valeurs proposées ? justifier vis-à-vis des exigences de stabilité et de rapidité (notamment l'accélération qui ne doit pas dépasser $0,8m/s^2$). Appuyez votre réponse par des tracés sur le document réponse.

2.5.Synthèse

- Q15.** Les courbes du document réponse représentent la réponse réelle relevée sur la base motorisée AGV et le résultat obtenu par simulation numérique pour une entrée en échelon d'amplitude 0,3m/s. Comparer quantitativement les résultats au cahier des charges et conclure sur les écarts.

Problème 2 : Robot maraîcher (ccp mp 2016)

Le robot de maraîchage Oz 440 développé par la société Naïo Technologies est un outil autonome agricole, alliant robustesse et écologie, capable d'assister les maraîchers dans les tâches les plus pénibles comme le transport de charges lors des récoltes et le désherbage mécanique à l'aide d'un outil de binage.



Ce robot est constitué d'une plate-forme mobile électrique à **4 roues motrices** sur laquelle sont fixés divers outils et capteurs. La **figure 1** donne la structure du robot sous la forme d'un diagramme de définition de blocs (BDD) avec les propriétés principales de chaque constituant, utiles pour la résolution du problème.

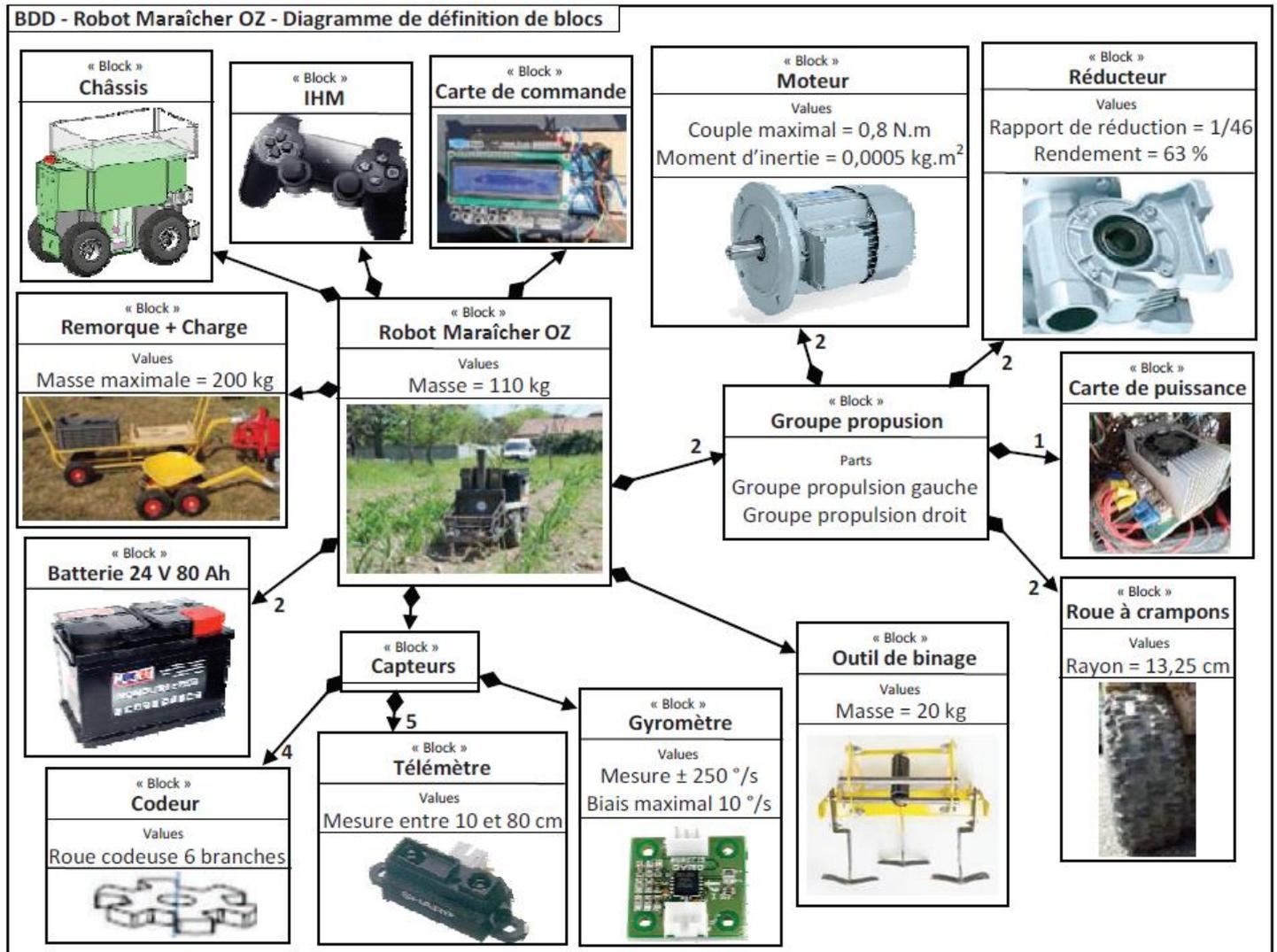


Figure 2 - diagramme de définition de blocs

Ce robot de petite taille évolue directement entre les rangées de cultures pour un travail de précision. Il peut, par exemple, désherber et aussi suivre des personnes lors de la récolte tout en transportant des charges.

Bien plus petit qu'un tracteur classique, il ne casse pas la structure naturelle du sol et évite ainsi le phénomène de compaction des sols provoqué habituellement par les tracteurs ou le piétinement de l'homme. Il roule lentement et passe au plus près des cultures sans risquer de les abîmer. Selon le vieil adage « un binage vaut deux arrosages », le fait de pouvoir utiliser ce robot régulièrement, sans perte de temps, permet de toujours avoir un sol parfaitement biné et ainsi de diminuer les effets d'évaporation de l'eau.

La **figure 2** donne le diagramme partiel des exigences du robot. Les exigences étudiées dans chaque partie du sujet d'origine y sont repérées.

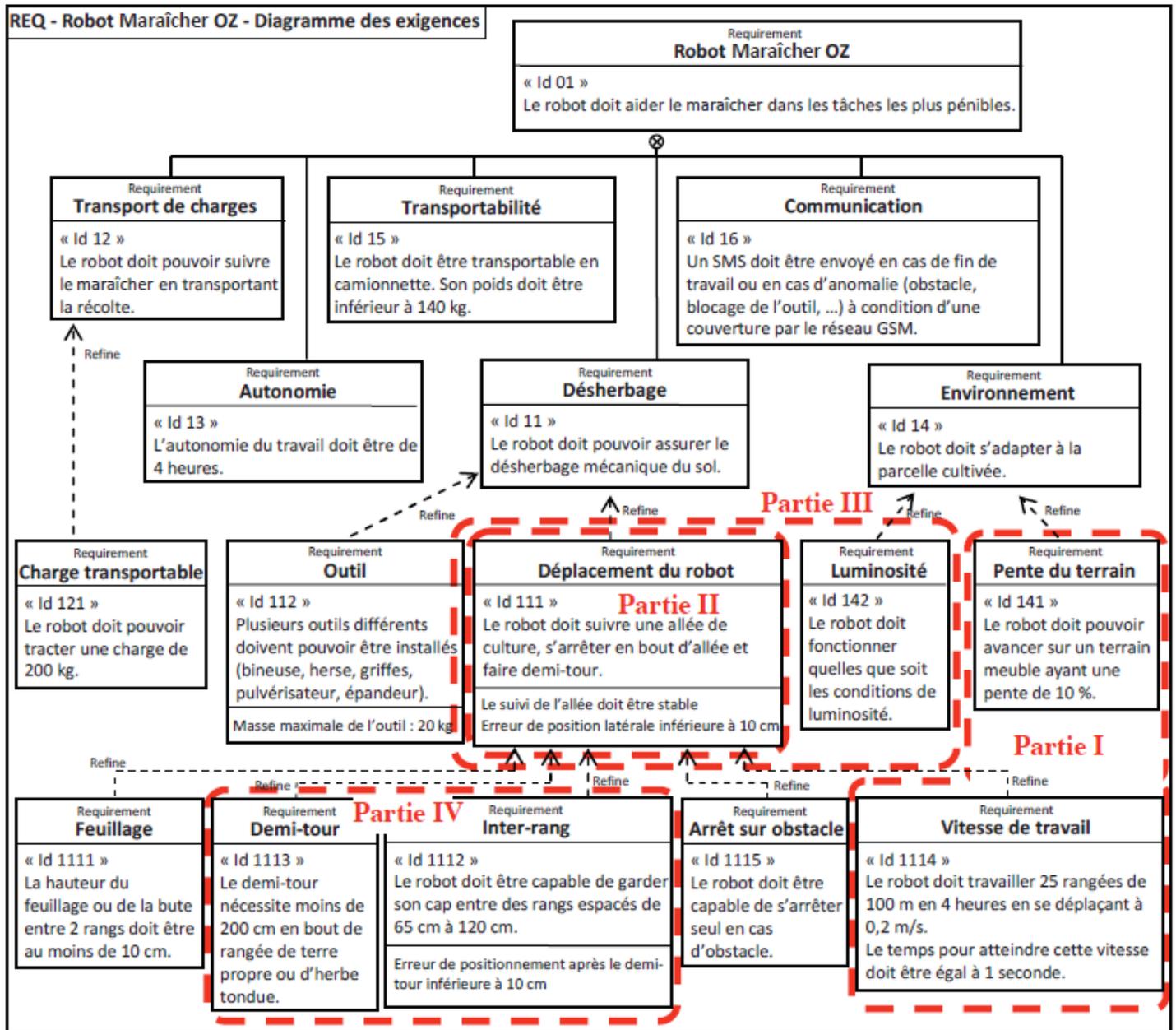


Figure 2 - Diagramme partiel des exigences.

Objectif

L'objectif du sujet, qui comporte à l'origine 4 parties, sera d'analyser si les solutions techniques retenues sur le système permettent de vérifier ou non les exigences du cahier des charges identifiées sur le diagramme des exigences donné **figure 2**. On se limite dans cet exercice à la partie II qui traite de la validation du suivi d'une allée d'un champ cultivé.

Partie II - Validation du déplacement du robot dans la rangée de culture

Question 1. A l'aide du diagramme de définition de blocs disponible (**figure 1**), compléter sur le **document réponse DR1** le diagramme correspondant à la chaîne d'énergie de l'ensemble groupe propulsion droit du robot. Pour cela, préciser sur le diagramme, les fonctions génériques (dans chaque bloc) ainsi que les constituants réalisant ces fonctions (sous les blocs).

Objectif

Dans cette partie, on souhaite valider le comportement du robot vis-à-vis du critère de précision lorsqu'il suit une allée de culture. On s'intéresse donc à l'asservissement de position du robot suivant la ligne moyenne à suivre dans l'allée (**figure 3**).

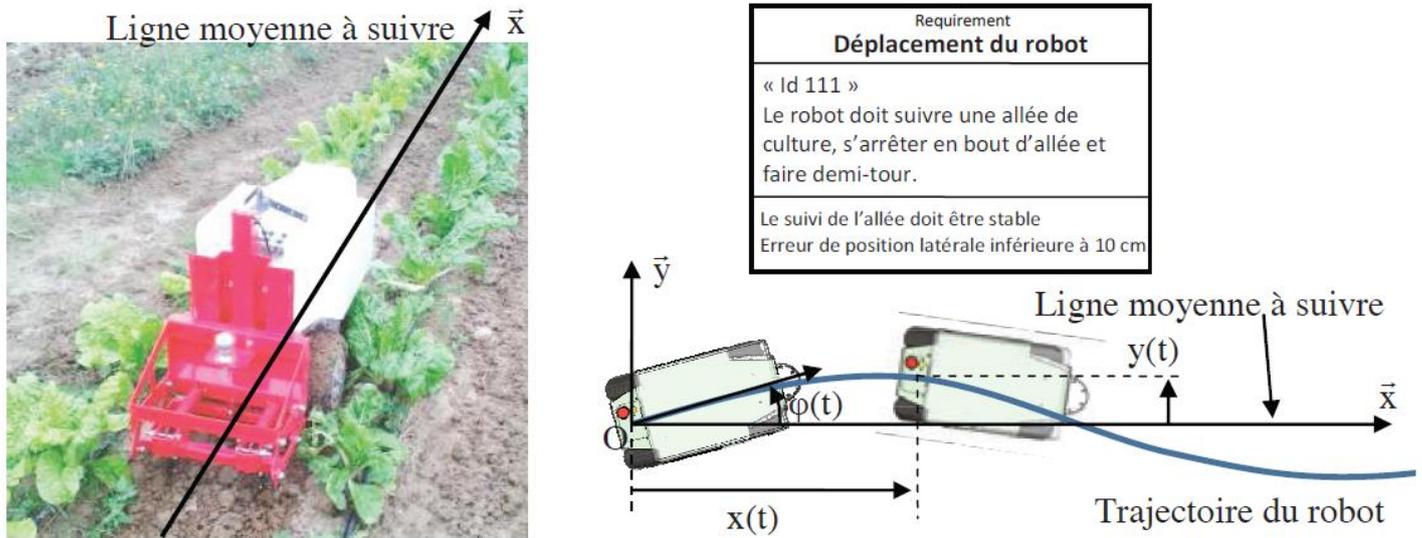


Figure 3 : ligne moyenne à suivre dans une allée

La variable $y(t)$ correspond à la distance d'un point particulier du robot par rapport à la ligne moyenne dans le rang de culture.

Le modèle de l'asservissement de suivi de l'allée du robot est donné par le schéma-bloc **figure 4**.

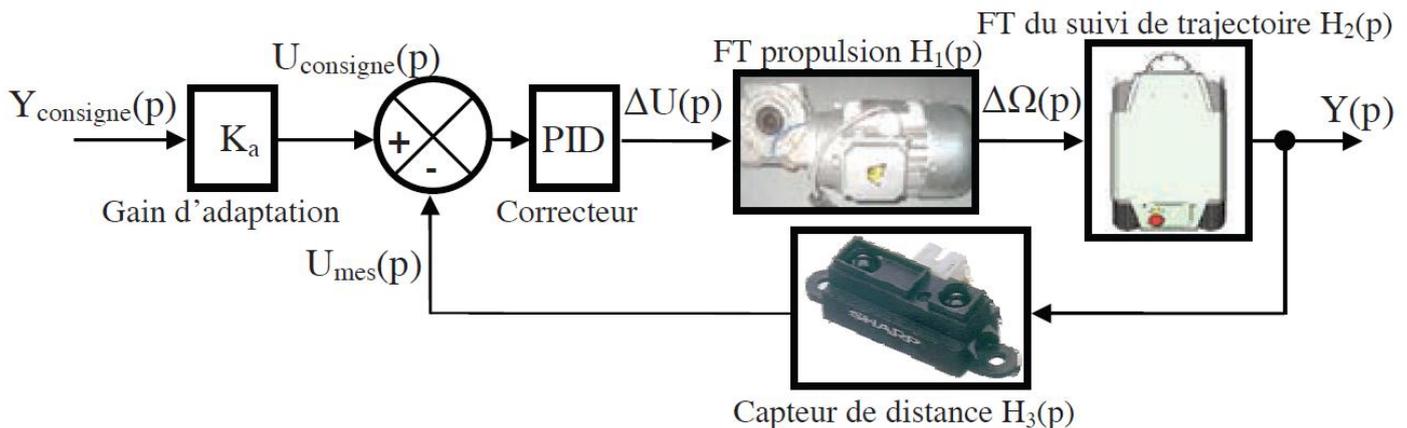


Figure 4 : Schéma-bloc de l'asservissement de suivi de l'allée.

On se propose dans cette partie de déterminer successivement les 3 fonctions de transfert $H_1(p)$ du groupe de propulsion, $H_2(p)$ du suivi de la trajectoire et $H_3(p)$ du bloc « capteur de distance », puis de vérifier le respect de l'exigence « id 111 ».

II-1 Identification de la fonction de transfert $H_1(p)$ de l'ensemble groupe propulsion

Les 4 moteurs (**figure 5**) du robot sont commandés par paire : les 2 roues droites ensemble et les 2 roues gauches ensemble, de façon à reproduire un comportement de type « chenilles ».

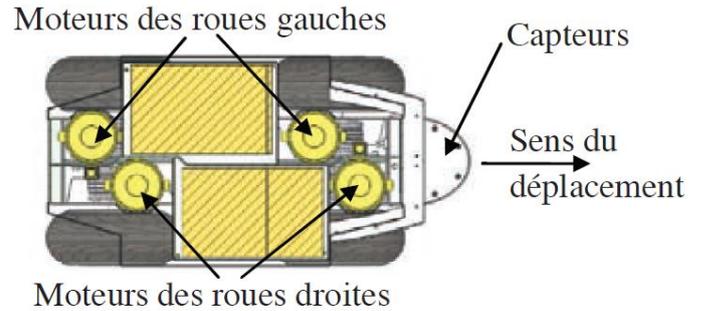


Figure 5 : localisation des moteurs

Notations

- Vitesse angulaire (en rad/s) moyenne de rotation des roues : ω_r .
- Différence de vitesse de rotation angulaire (en rad/s) entre roues droites et roues gauches :

$$\Delta\omega = \omega_d - \omega_g.$$
- Vitesse de rotation (en rad/s) des roues gauches et droites :

$$\omega_g \text{ et } \omega_d \text{ avec } \omega_g = \omega_r - \Delta\omega/2 \text{ et } \omega_d = \omega_r + \Delta\omega/2.$$
- La différence de vitesse de rotation entre roues droites et roues gauches, représentée par $\Delta\omega$, permet de contrôler l'orientation du robot, alors que la vitesse moyenne de rotation des roues ω_r permet de contrôler la vitesse V de déplacement du robot.
- Tension d'alimentation (en Volt) moyenne des 4 moteurs : U_m .
- Tension de consigne (en Volt) utile pour la rotation : $\Delta U = U_d - U_g$.
- Tension de consigne (en Volt) des moteurs gauches et droits : $U_g = U_m - \Delta U/2$ et $U_d = U_m + \Delta U/2$.
- Transformées de Laplace des tensions : $U_g(p)$, $U_d(p)$ et $\Delta U(p)$.
- Transformées de Laplace des vitesses de rotation : $\Omega_g(p)$, $\Omega_d(p)$ et $\Delta\Omega(p)$.

On donne (**figure 6**) le tracé de la réponse à un échelon de 15V de la chaîne de propulsion gauche.

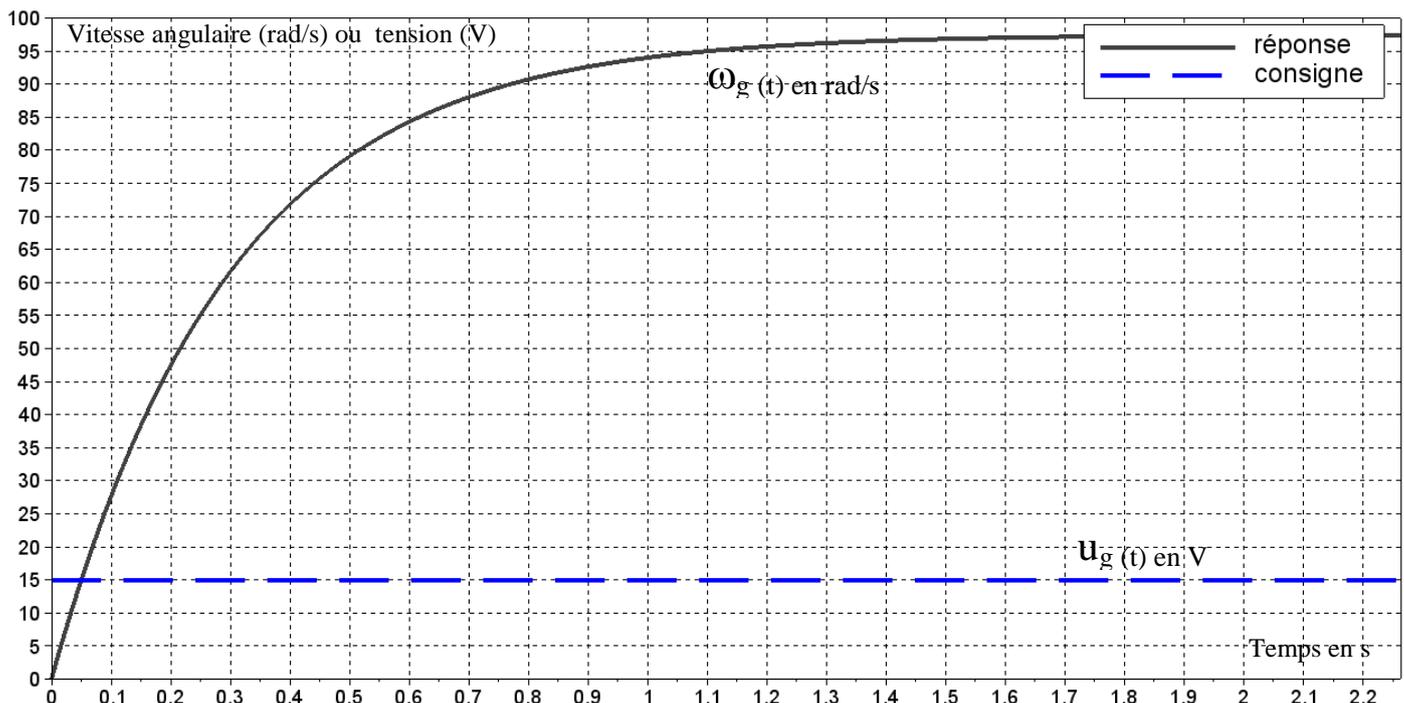


Figure 6 : Réponse temporelle de la chaîne de propulsion gauche

On cherche à modéliser les fonctions de transfert $H_g(p) = \frac{\Omega_g(p)}{U_g(p)}$ et $H_d(p) = \frac{\Omega_d(p)}{U_d(p)}$ des motoréducteurs de propulsion gauche et droit (identiques). On utilise l'essai réalisé (**figure 6**) pour proposer un modèle de comportement des chaînes de propulsion.

Question 2. Identifier les expressions des fonctions de transfert $H_g(p)$ et $H_d(p)$ sous la forme d'un système du 1^{er} ordre. Donner les valeurs numériques des coefficients (gain statique et constante de temps) de ces fonctions de transfert. En déduire l'expression de la fonction de transfert $H_1(p) = \frac{\Delta\Omega(p)}{\Delta U(p)}$

II-2 Détermination de la fonction de transfert $H_2(p)$ du suivi de la trajectoire

La modélisation par schéma bloc du suivi de la trajectoire est donnée **figure 7**. Conformément à la **figure 3**, la position du robot est repérée dans le plan (O, \vec{x}, \vec{y}) par ses coordonnées $x(t)$ et $y(t)$ ainsi que par l'angle du robot avec la ligne moyenne $\varphi(t)$.

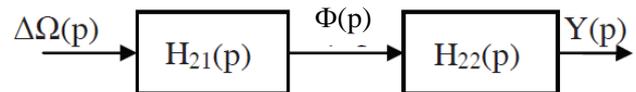


Figure 7 : Schéma bloc du suivi de trajectoire.

Le paramétrage complet du robot est donné **figure 8**.

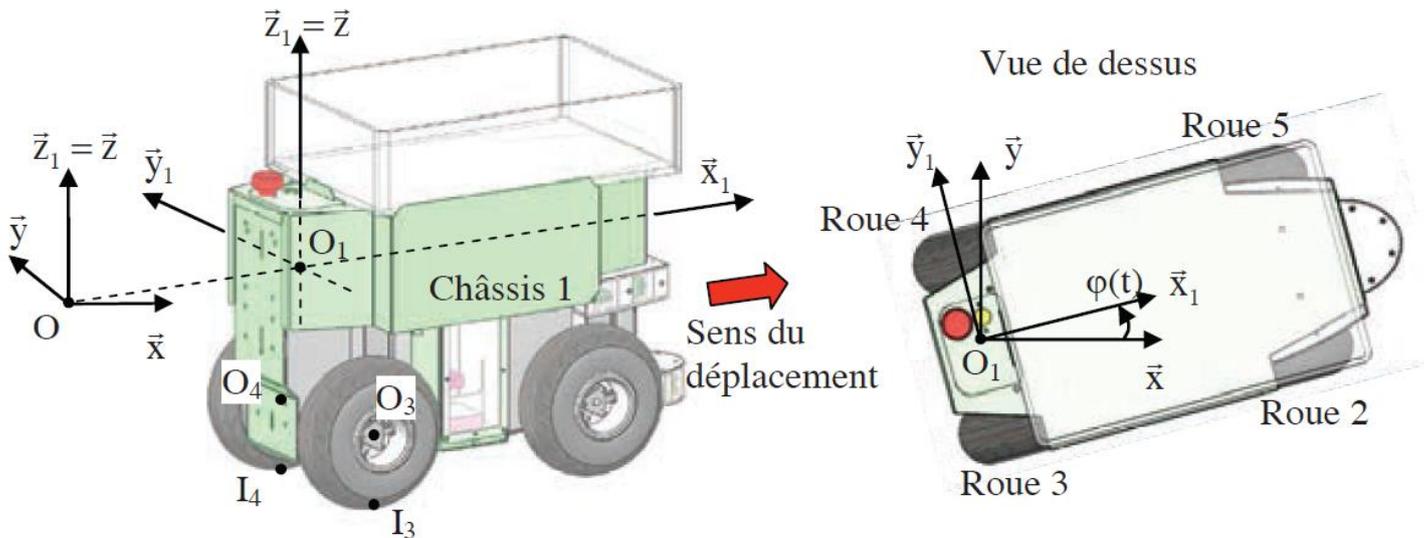


Figure 8 : Repérage et paramétrage du robot

Référentiel fixe : $R_0(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$

Référentiel lié au robot : $R_1(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1 = \vec{z})$

Référentiel lié à la roue arrière droite : $R_3(O_3, \vec{x}_3, \vec{y}_3 = \vec{y}_1, \vec{z}_3)$

Référentiel lié à la roue arrière gauche : $R_4(O_4, \vec{x}_4, \vec{y}_4 = \vec{y}_1, \vec{z}_4)$

$\overrightarrow{\Omega_{R_1/R_0}} = \frac{d\varphi}{dt} \vec{z}$; $\overrightarrow{\Omega_{R_3/R_1}} = \omega_d \vec{y}_1$; $\overrightarrow{\Omega_{R_4/R_1}} = \omega_g \vec{y}_1$; $\overrightarrow{V_{O \in R_1/R_0}} = V \vec{x}_1$ lors du déplacement dans l'allée.

I_3 et I_4 sont les points de contact de la roue arrière droite et de la roue arrière gauche avec le sol.

$\overrightarrow{I_3 O_3} = \overrightarrow{I_4 O_4} = r \vec{z}$ avec r correspondant au rayon des roues.

$\overrightarrow{O_3 O_1} = e \vec{y}_1 + h \vec{z}$; $\overrightarrow{O_4 O_1} = -e \vec{y}_1 + h \vec{z}$ avec $e = 0.15 \text{ m}$; $\overrightarrow{O O_1} = x(t) \vec{x} + y(t) \vec{y}$

La fixation de l'outil à l'arrière du robot apporte une charge supplémentaire sur les roues arrière, ce qui permet de considérer que les roues arrière **roulent sans glisser** sur le sol.

Question 3. Donner la condition vectorielle de roulement sans glissement en I_3 . A partir de cette condition, retrouver l'équation scalaire : $-r\omega_d + V + e\dot{\varphi} = 0$. En utilisant la condition de roulement sans glissement en I_4 , retrouver l'équation : $-r\omega_g + V - e\dot{\varphi} = 0$

Question 4. A partir des équations précédentes, déterminer la relation liant $\Delta\omega$ et $\dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt}$, puis la fonction de transfert $H_{21}(p) = \frac{\Phi(p)}{\Delta\Omega(p)}$ où $\Phi(p)$ représente la transformée de Laplace de l'angle $\varphi(t)$ (on supposera par ailleurs la condition initiale nulle $\varphi(0) = 0$).

Pendant une petite variation de temps dt , le déplacement longitudinal du robot est noté $dx(t)$ et le déplacement latéral $dy(t)$. De plus, on suppose que l'angle du robot avec la ligne moyenne $\varphi(t)$ ne varie pas pendant l'intervalle de temps dt et que sa valeur reste faible ce qui permet d'écrire : $\tan\varphi \approx \varphi$

Question 5. Montrer alors la relation suivante : $\frac{dy(t)}{dt} = \varphi(t) \frac{dx(t)}{dt}$ ce qui s'écrit aussi $\dot{y}(t) = \varphi(t)\dot{x}(t) = \varphi(t)V$

Question 6. En déduire l'expression de la fonction de transfert $H_{22}(p) = \frac{Y(p)}{\Phi(p)}$ où $Y(p)$ représente la transformée de Laplace du déplacement latéral du robot $y(t)$ (on supposera toujours, par ailleurs, la condition initiale nulle $y(0) = 0$). En déduire la fonction de transfert $H_2(p)$ du suivi de trajectoire à partir des résultats trouvés précédemment.

II-3 Détermination de la fonction de transfert $H_3(p)$ correspondant au « capteur de distance »

Les 5 capteurs utilisés (**figure 9**) pour le guidage dans le rang de culture sont installés sur un demi-cercle à l'avant du robot :

- capteur avant pour la détection des obstacles,
- capteurs latéraux pour la mesure de distance avec les cultures,
- capteurs à 45° pour la mesure de distance avec anticipation.

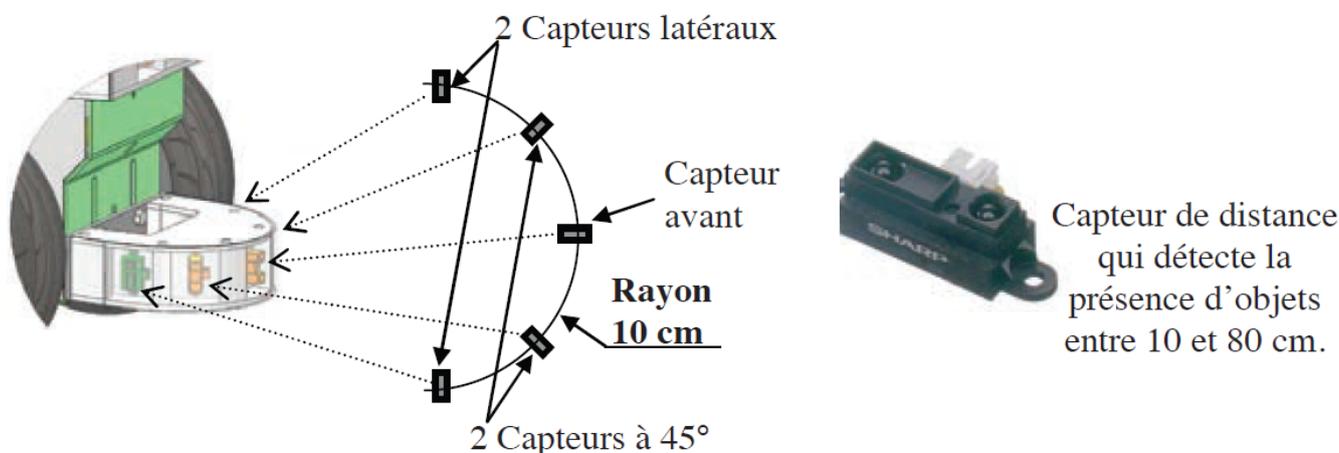


Figure 9 : Localisation des capteurs de distance.

Ces 5 capteurs de distance sont des capteurs infrarouges type « télémètre ». Ils ont une courbe de réponse $u_{\text{cap}}(t) = f(L)$ non linéaire donnée **figure 10**

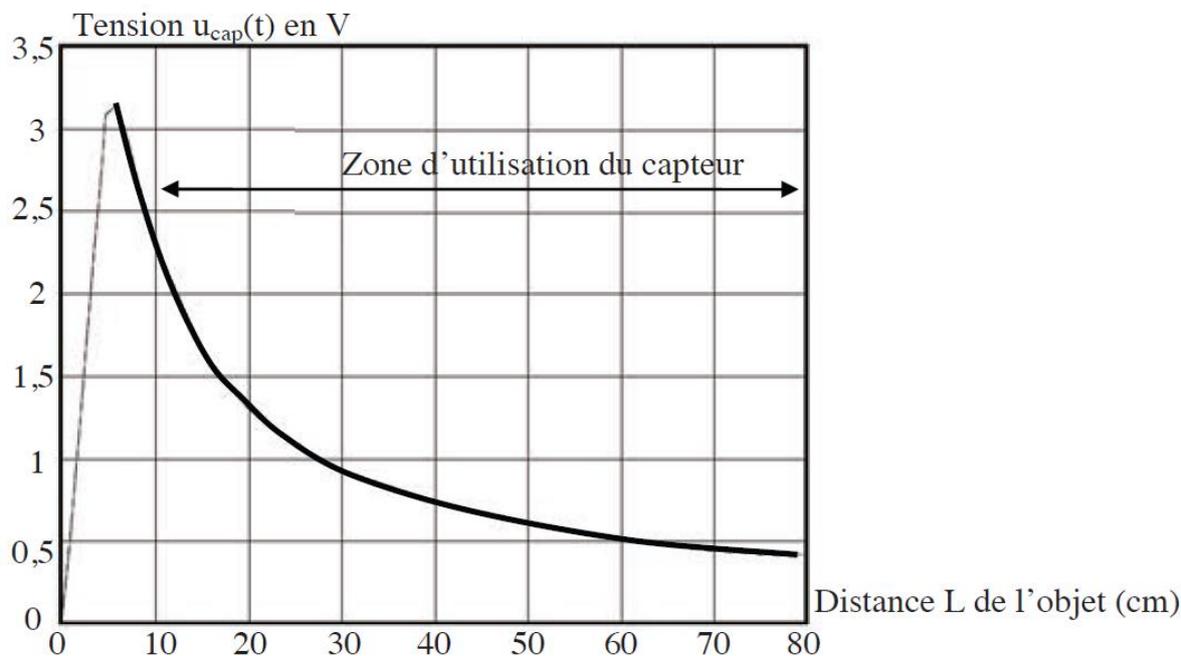


Figure 10 : Courbe de réponse $u_{\text{cap}}(t) = f(L)$.

On suppose que seuls les 2 capteurs latéraux sont utilisés pendant le déplacement en ligne droite. Ils sont utilisés en différentiel tel que : $u_{\text{mes}}(t) = u_{\text{capt_gauche}}(t) - u_{\text{capt_droit}}(t)$.

Notation : transformée de Laplace de la tension $u_{\text{mes}}(t)$: $U_{\text{mes}}(p)$

La fonction de transfert $H_3(p) = \frac{U_{\text{mes}}(p)}{Y(p)}$ du bloc « capteur de distance » est supposée réduite à un gain pur noté K_c .

On note $u_{\text{capt-0}}$ la tension fournie par les 2 capteurs latéraux lorsque le robot est centré entre les 2 rangs de culture distants de 70 cm. On rappelle que la largeur du robot vaut $2.e = 30$ cm

Question 7. Quelle est la valeur de la tension $u_{\text{capt-0}}$ à 0,1 V près ? Quelle est la tension $u_{\text{capt_droit}}(t)$ lorsque le robot est décalé de $y = 5$ cm entre ces 2 rangs de culture ? Quelle est la tension $u_{\text{capt_gauche}}(t)$ à ce même instant ?

Question 8. En déduire le gain K_c du bloc « capteur de distance » autour de ce point de fonctionnement et préciser son unité.

II-4 Réglage du correcteur proportionnel et conclusion vis-à-vis de l'exigence du cahier des charges

On considère que le correcteur correspondant au bloc noté PID sur la **figure 4** est un correcteur proportionnel pur de gain K_{cor} .

Pour une valeur de $K_{\text{cor}} = 1$ et à partir des différentes expressions obtenues précédemment, l'application numérique de la fonction de transfert en boucle ouverte de l'asservissement étudié, égale à $H_{\text{BO}}(p) = K_{\text{cor}}.H_1(p).H_2(p).H_3(p)$, vaut

$$H_{\text{BO}}(p) = \frac{4}{p^2(1 + 0.3.p)}$$

Question 9. Tracer sur le **document réponse DR2** les diagrammes asymptotiques de Bode (amplitude et phase) de la fonction $H_{\text{BO}}(p)$.

Question 10. Etudier la stabilité de l'asservissement de suivi de l'allée en fonction de la valeur du gain K_{cor} .

Au lieu de définir une fonction de transfert complexe pour le correcteur, les concepteurs du robot ont choisi d'utiliser les 2 capteurs situés à 45° vers l'avant pour mesurer la distance avec anticipation plutôt que les 2 capteurs latéraux.

Question 11. Expliquer en 2 lignes et sans calcul comment l'utilisation de ces 2 capteurs à 45° permettra d'améliorer la stabilité de la boucle d'asservissement.

Question 12. A partir du schéma proposé **figure 11**, donner une estimation du temps d'avance procuré par ces capteurs à 45° lorsque le robot se déplace à vitesse constante $V = 0,2 \text{ m/s}$ en étant centré sur la ligne inter-rang.

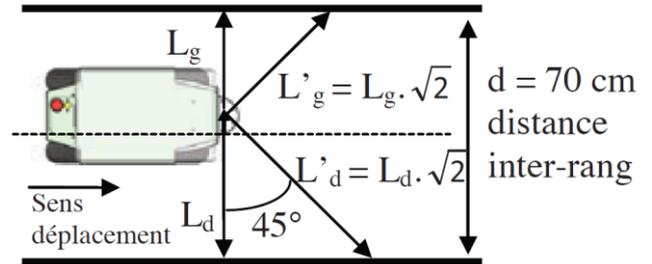


Figure 11 : Position robot question 9.

Pour prendre en compte le temps d'avance introduit par l'information des capteurs à 45° et limiter son influence en haute fréquence, on retient le nouveau modèle suivant pour le bloc « capteur de distance » :

$$H'_3(p) = K_c \frac{(1 + 1.75 \cdot p)}{(1 + 0.1 \cdot p)^2}$$

On donne **figure 12** le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte avec cette nouvelle modification : $H'_{BO}(p) = K_{cor} \cdot H_1(p) \cdot H_2(p) \cdot H'_3(p)$ pour une valeur de $K_{cor} = 1$.

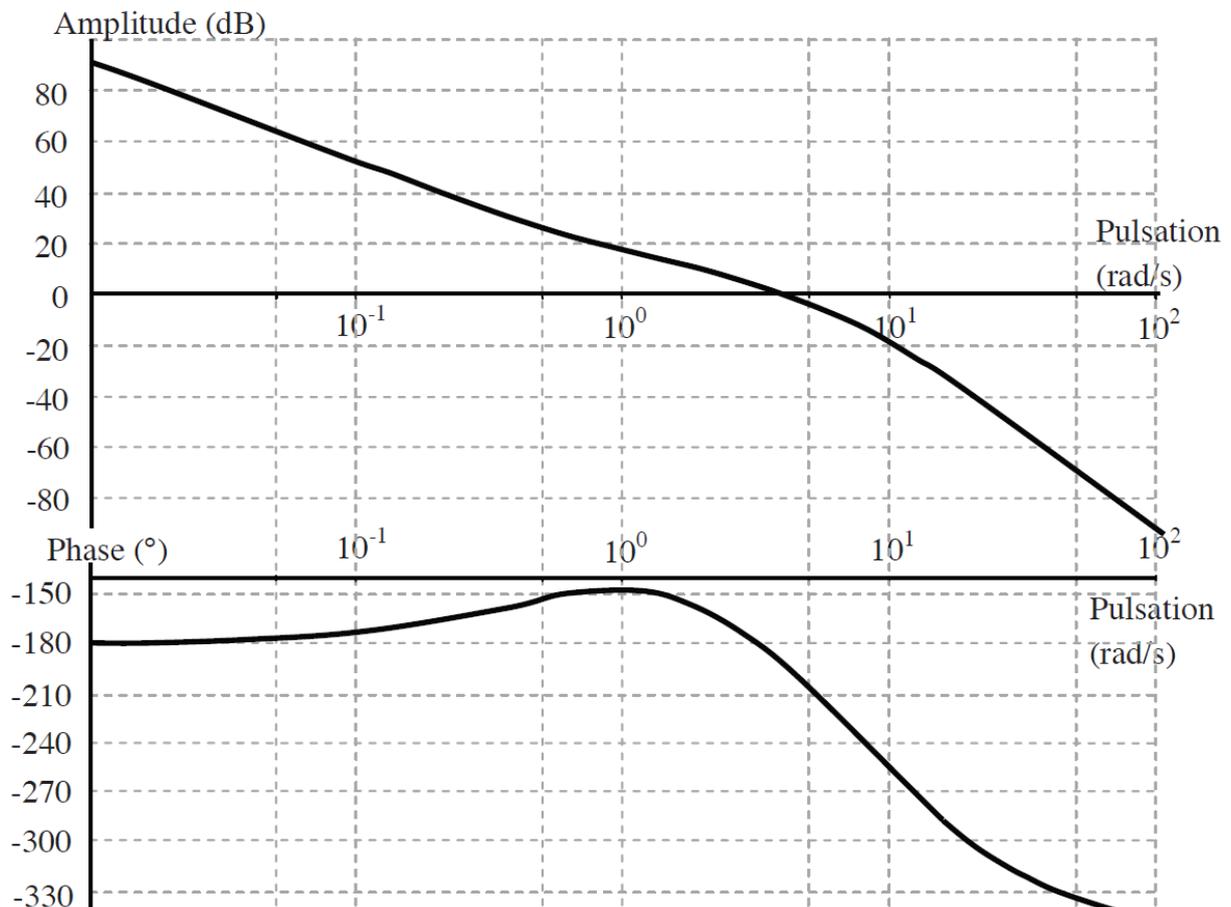


Figure 12 : Diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte $H'_{BO}(p)$.

Question 13. Déterminer la valeur du gain K_{cor} permettant d'assurer la stabilité de l'asservissement de suivi de l'allée avec la marge de phase la plus grande possible.

Question 14. Pour ce réglage, conclure vis-à-vis de l'ensemble des exigences « id 111 » : pour la stabilité en précisant les marges de gain et de phase et pour la précision.

Le schéma-bloc de l'asservissement de suivi de trajectoire peut alors être simulé à partir des modèles de fonction de transfert étudiés. On considère le schéma **figure 13** dans lequel on stimule le modèle de suivi de trajectoire par un échelon de déplacement latéral $y(t)$ de 5 cm. Ceci correspond à une trajectoire présentant une « cassure » (le maraîcher avait un « petit coup dans le nez » en réalisant son allée...).

Pour différents réglage du gain K_{cor} du correcteur ($K_{cor} = 0.05, 0.2, 0.5$), la réponse du modèle à cette sollicitation est donnée **figure 14**.

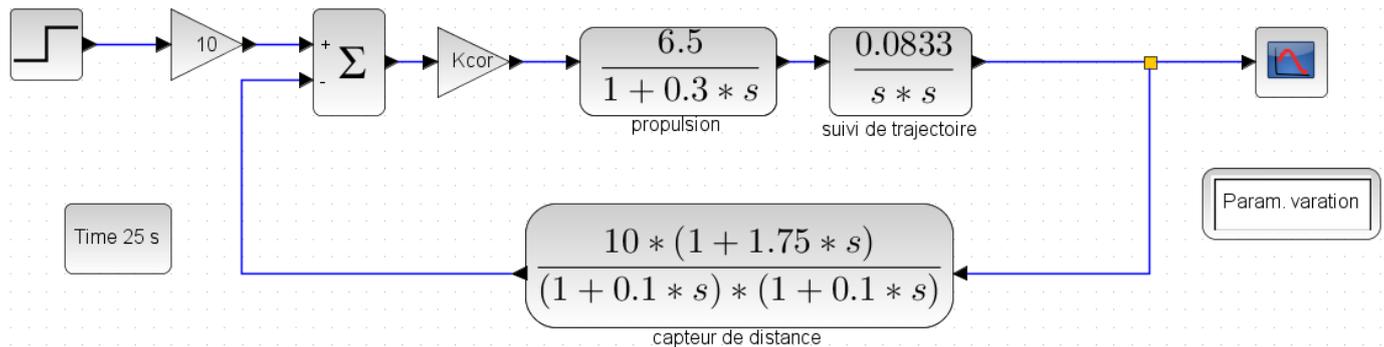


Figure 13 : schéma bloc causal du suivi de trajectoire

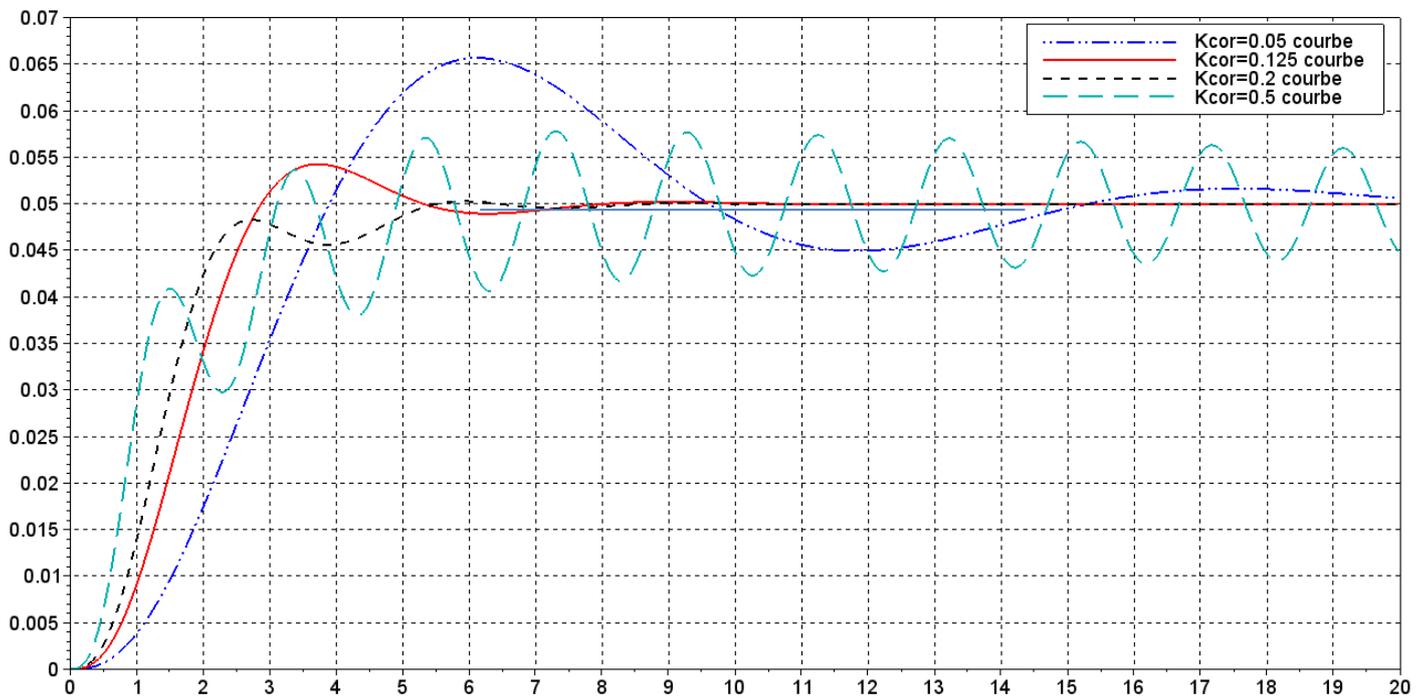


Figure 14 : réponse à un déplacement latéral de 5 cm

Question 15. Discuter des performances de cet asservissement (stabilité, précision, rapidité) et vérifier que parmi les 4 valeurs de K_{cor} testées, celle calculée à la question 13 est la meilleure.

Problème 3 : Hémostase (ccp mp 15)

1. PRESENTATION

La société Stago est un laboratoire pharmaceutique de l'industrie du Diagnostic In Vitro (DIV) entièrement dédiée à l'exploration de l'hémostase et de la thrombose.

L'hémostase est le processus physiologique qui permet d'interrompre le saignement pour éviter l'hémorragie.

L'objet de cette étude, le STA Compact (figure 1), est un automate de laboratoire destiné à l'analyse de l'hémostase. La figure 2 précise les fonctions du STA Compact.



Figure 1 : STA compact

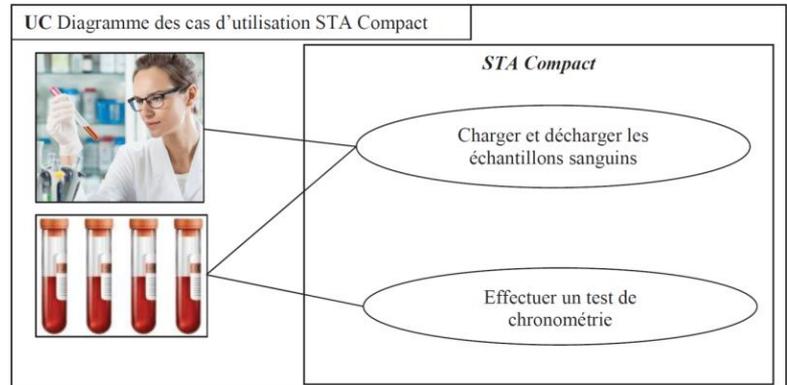


Figure 2 : Cas d'utilisation du STA Compact

Le STA Compact permet de réaliser, entre autre, des tests de chronométrie afin de mesurer un temps de coagulation. Le principe du test de chronométrie est le suivant :

- une dose de réactif est mélangée à une dose de plasma sanguin précédemment étuvée dans une cuvette contenant une bille ;
- l'ensemble est chauffé alors qu'une bille est mise en oscillation dans le mélange par un champ magnétique ;
- on mesure l'amplitude de l'oscillation qui diminue sensiblement lors d'une variation de viscosité du mélange sang-réactif ;
- le temps écoulé jusqu'à la diminution des oscillations donne le temps de coagulation.

Déroulement d'un test de chronométrie (voir figure 3 et les diagrammes des exigences figure 4)

Etape 1 : préparation

Les flacons de plasma sanguin à analyser sont placés dans un tiroir, de même que les flacons de réactifs. Afin de garantir la stérilité, les flacons sont fermés par un opercule qui sera percé par l'aiguille de prélèvement. Des cuvettes, contenant une bille, sont au préalable clipsées sur une bande, elle-même enroulée sur une bobine de stockage. Pour chaque test, une cuvette (et sa bille) est déclipée et placée dans la zone d'étuvage à l'aide d'un vérin (non étudié ici).

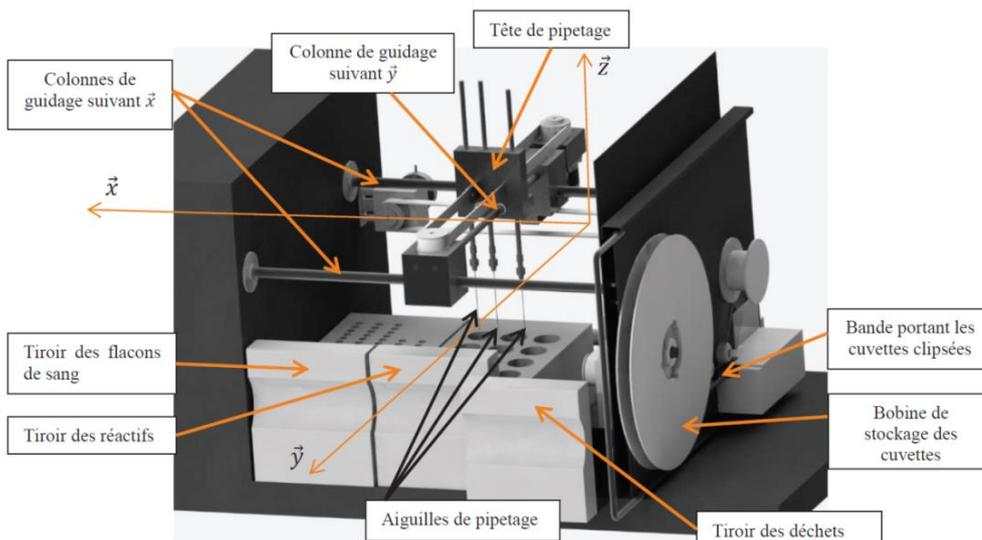


Figure 3 : Structure interne du STA Compact

Etape 2 : prélèvement des produits

Les aiguilles de prélèvement des doses de plasma et de réactifs sont reliées à la tête de pipetage. Elles peuvent avoir un mouvement de translation verticale (selon la direction \vec{z}) par rapport à cette tête. Deux types de réactifs sont utilisés. La tête de pipetage possède donc trois aiguilles : une pour le sang et une par type de réactif. Successivement, pour chaque produit (plasma puis réactifs), la tête de pipetage est positionnée au-dessus du flacon approprié, l'aiguille correspondante prélève la quantité nécessaire, puis l'ensemble tête de pipetage/aiguilles vient déposer le produit dans la cuvette d'analyse. Les aiguilles sont ensuite plongées dans un flacon de nettoyage. L'aspiration et le refoulement des liquides (plasma et réactifs) se font à l'aide d'une même seringue de pipetage motorisée (non représentée).

Etape 3 : mesure

Lorsque le mélange est réalisé dans la cuvette, celle-ci est placée dans la zone de mesure. Deux bobines motrices provoquent l'oscillation de la bille. Deux autres bobines, l'une émettrice et l'autre réceptrice, effectuent la mesure des amplitudes d'oscillation. Le test terminé, la cuvette est placée dans un tiroir à déchets.

Le système est connecté à un poste informatique permettant les échanges d'ordres et de comptes rendus avec le manipulateur.

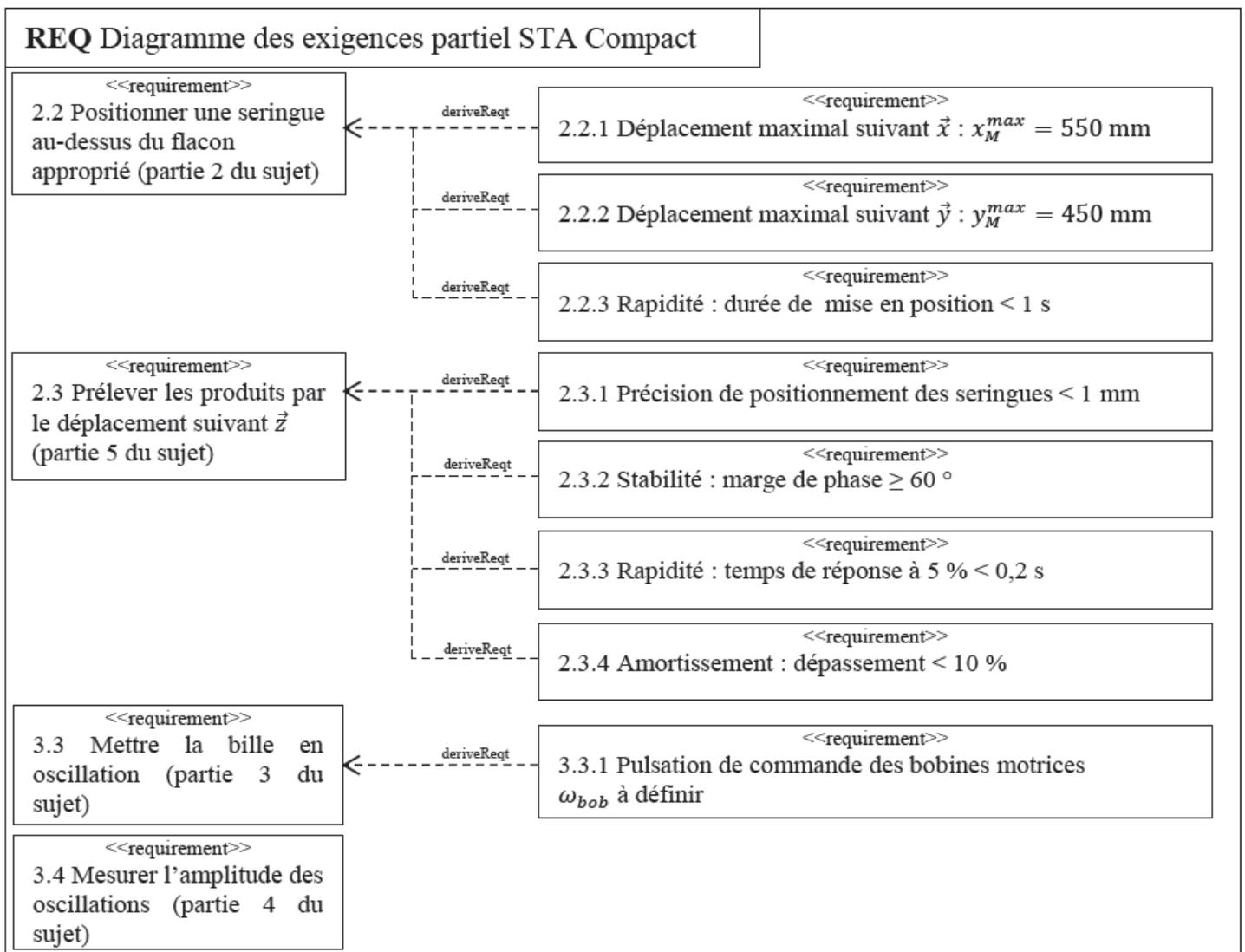


Figure 4 : Diagramme partiel des exigences

2. Analyse de l'exigence 2.3 «Prélever les produits par le déplacement suivant \vec{z} de la tête de pipetage »

Objectif : régler la commande du moteur afin de respecter le cahier des charges.

2.1 Mise en situation

La tête de pipetage, dont le diagramme de bloc interne est fourni figure 5, est guidée en translation suivant \vec{y} par rapport à une traverse intermédiaire, elle-même guidée en translation suivant \vec{x} par rapport au bâti (figure 6). Les déplacements verticaux des aiguilles de la tête de pipetage (axe \vec{z}) sont assurés par un ensemble motoréducteur à courant continu et système pignon-crémaillère.

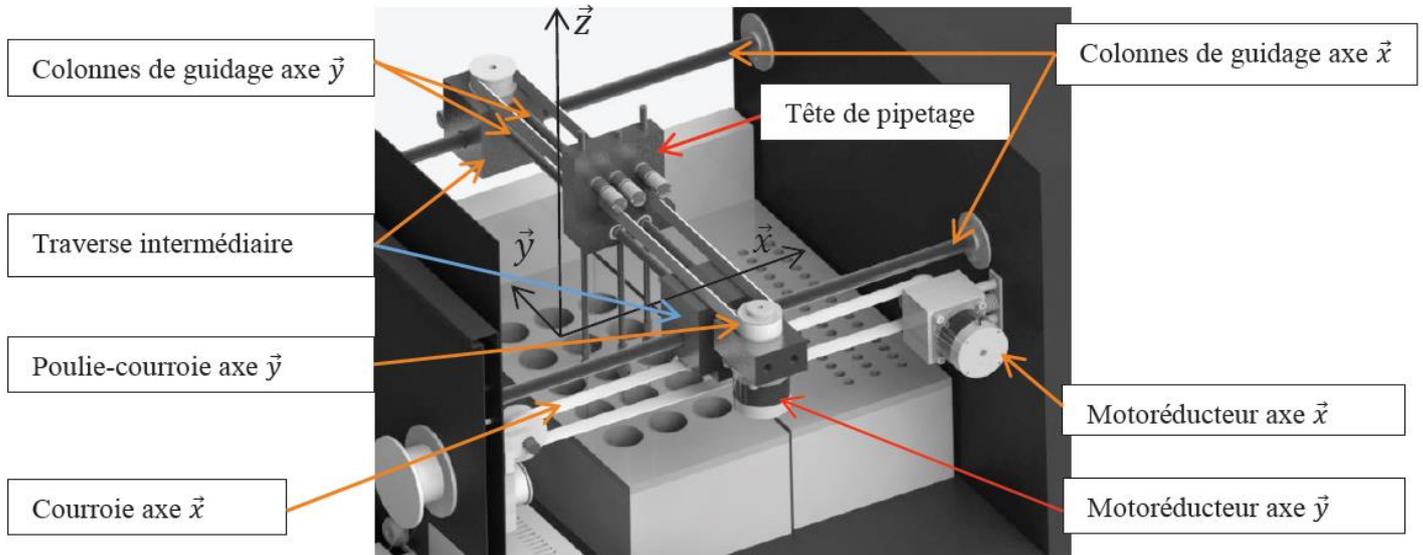


Figure 5 : Système de guidage suivant \vec{x} et \vec{y} .

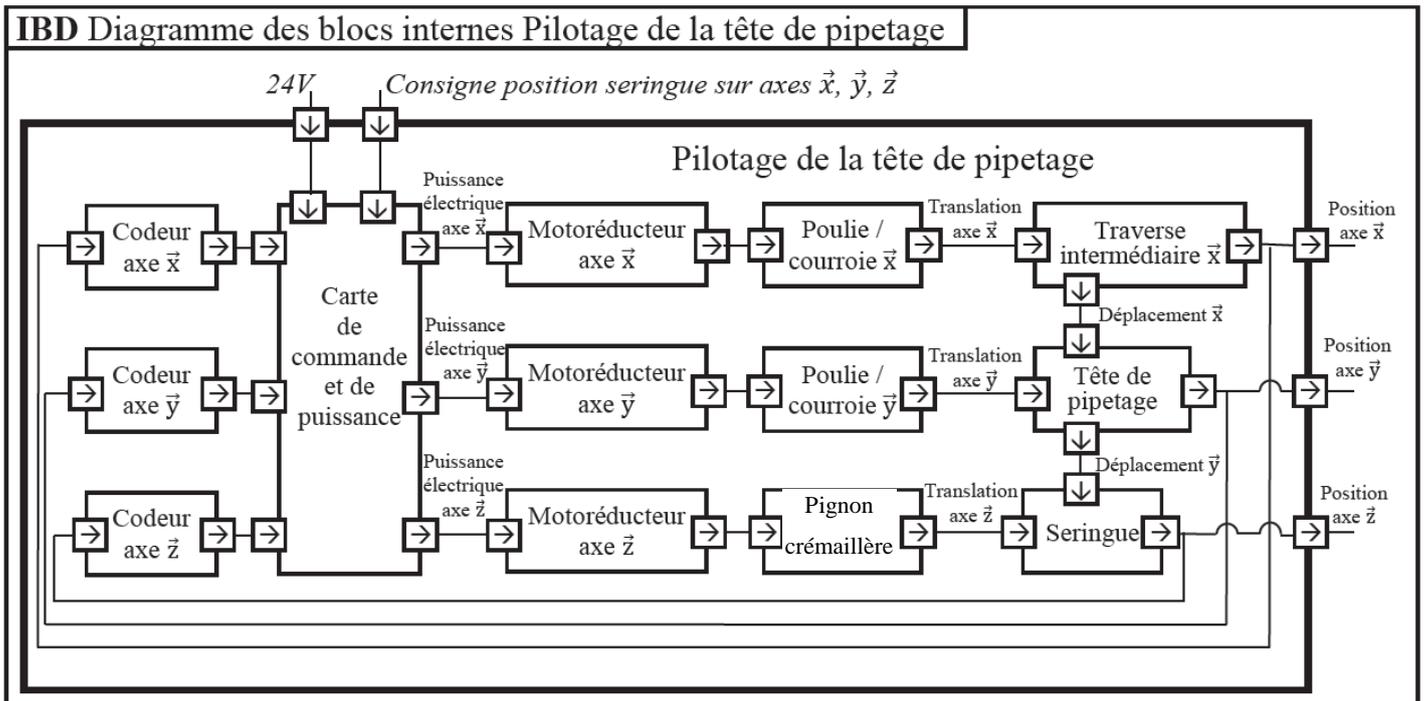


Figure 6 : Diagramme de bloc interne de la tête de pipetage

2.2 Modélisation de la motorisation

On note :

- $\theta_m(t)$ et $\omega_m(t)$ l'angle et la vitesse angulaire du moteur ;
- $\omega(t)$ la vitesse angulaire en sortie de réducteur ;
- $k_r = \frac{\omega_r}{\omega_m} = \frac{1}{19,2}$ le rapport de réduction du réducteur ;
- $C_m(t)$ le couple moteur ;

- J_m l'inertie du moteur et J_r l'inertie du réducteur ramenée à l'arbre moteur ;
- $m_p = 0,2 \text{ kg}$ la masse en translation ;
- $F_r(t) = 1 \text{ N}$ l'effort de l'opercule fermant un flacon sur l'aiguille ;
- C_{res} le couple résistant ramené à l'arbre moteur modélisant l'ensemble des frottements, y compris les frottements internes au réducteur ($C_{res} \leq 0$) ;
- $R_p = 10 \text{ mm}$ le rayon du pignon du système pignon crémaillère ;
- $\omega_{mn} = 4 \text{ 150 tr/min}$ la vitesse de rotation nominale du moteur ;
- $C_{mn} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}$ le couple moteur nominal ;
- $Ec(S/Rg)$ l'énergie cinétique de l'ensemble S par rapport au référentiel Rg.

Question 1. (pour les 5/2) Retrouver l'expression, donnée ci-dessous, de l'inertie équivalente J_{eq} , ramenée à l'arbre moteur, de S, l'ensemble des pièces en mouvement par rapport au référentiel galiléen Rg.

$$J_{eq} = J_m + J_r + m_p (r_p k_r)^2$$

Dorénavant on se place dans la situation la plus défavorable, à savoir le sens de la remontée de l'aiguille. La pesanteur est prise en compte.

Question 2. (pour les 5/2) A partir d'un théorème d'énergie-puissance, retrouver l'équation, donnée ci-dessous, du mouvement liant $C_m(t)$ et les efforts extérieurs.

$$(J_m + J_r + m_p (r_p k_r)^2) \dot{\omega}_m \omega_m = C_m \omega_m - mg R_p k_r \omega_m - F_r R_p k_r \omega_m + C_{res} \omega_m$$

- Mettre celle-ci sous la forme : $C_m(t) = C_r(t) + J_{eq} \cdot \dot{\omega}_m (I)$
- Donner l'expression de $C_r(t)$ en fonction de C_{res} , $F_r(t)$, m_p , g , R_p et k_r .

La tête de pipetage est asservie en position. Le schéma-bloc de cet asservissement est ébauché sur le document réponse (Question 3). Un codeur mesure l'angle de rotation moteur et un hacheur module la tension aux bornes du moteur.

On note :

- $u(t)$ la tension aux bornes du moteur, $i(t)$ l'intensité, $e(t)$ la force électromotrice ;
- R la résistance de l'induit, L son inductance, K la constante de force électromotrice ;
- $K_{cod} = 2 \text{ 000 points/tr}$ le gain du codeur tel que $m_\theta(t) = K_{cod} \cdot \theta_m(t)$;
- K_{adap} le gain permettant d'adapter la consigne $z_c(t)$ à l'image de la position $m_\theta(t)$;
- $H_{cor}(p)$ la fonction de transfert du correcteur ;
- $K_h = 0,094 \text{ V} \cdot \text{point}^{-1}$ le gain du hacheur.

Les équations du moteur à courant continu sont les suivantes :

$$u(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} + e(t) \quad (2)$$

$$e(t) = K \cdot \omega_m(t) \quad (3)$$

$$c_m(t) = K \cdot i(t) \quad (4)$$

Question 3. En tenant compte des notations précédentes, compléter sous forme littérale, sur le document réponse, le schéma-bloc de l'asservissement en position.

Question 4. Déterminer l'expression de K_{adap} pour que l'écart calculé $g(t)$ soit proportionnel à l'erreur $z_c(t) - z(t)$

On note :

- i_0 l'intensité initiale ;
- i_∞ et ω_∞ l'intensité et la vitesse du moteur en régime permanent ;
- C_{r0} le couple résistant $C_r(t)$ supposé constant.

Question 5. Déterminer les expressions $\left(\frac{\Omega_m(p)}{U(p)}\right)_{C_{r0}=0}$ et de $\left(\frac{I(p)}{U(p)}\right)_{C_{r0}=0}$. Mettre celles-ci sous forme canonique.

Afin de déterminer les caractéristiques du moteur, on applique à celui-ci un échelon de tension ($u_0(t)$) d'amplitude 24 V. On mesure la vitesse $\omega_m(t)$ et l'intensité $i(t)$. Les résultats obtenus sont donnés sur le document réponse.

Question 6. Pour cette question, vous justifierez vos résultats à l'aide des tracés nécessaires sur le document réponse.

- A partir de ces courbes et des résultats de la question 5, indiquer si l'hypothèse d'une inductance négligeable est pertinente. Justifier la réponse.
- Dans cette hypothèse d'une inductance négligeable et à partir des équations (1), (2), (3) et (4), déterminer les expressions de i_0 , i_∞ et ω_∞ en fonction de u_0 , C_{r0} , R et K .
- Déduire de cette étude les valeurs numériques de K et R .
- Déterminer la valeur numérique du couple résistant ramené à l'arbre moteur C_{r0} et de l'inertie équivalente ramenée à l'arbre moteur J_{eq} .

2.3 Réglage de l'asservissement

Les résultats précédents ont permis de modéliser l'asservissement de position par le schéma-bloc ci-dessous :

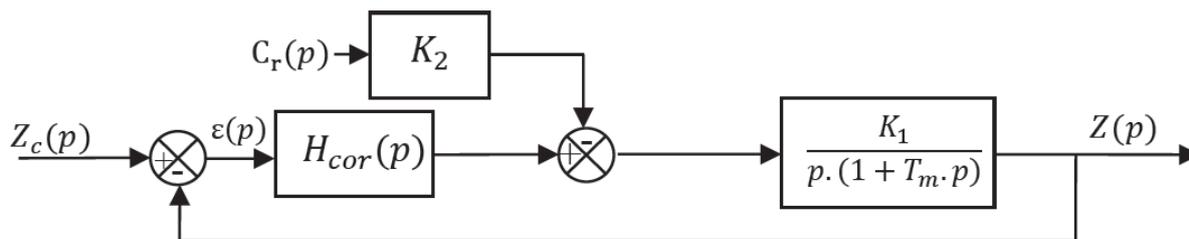


Figure 7 : Modélisation de l'asservissement

avec $K_2 = 2,78 \cdot 10^{-2} N^{-1}$, $K_1 = 856 s^{-1}$, $T_m = 3 \cdot 10^{-2} s$.

Le couple résistant $c_r(t)$ est constant et vaut $c_{r0} = 2,7 \cdot 10^{-3} Nm$.

On suppose le correcteur proportionnel : $H_{cor}(p) = K_p$.

Le diagramme des exigences est donné figure 4.

Question 7. Déterminer l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{bo}(p) = \frac{Z(p)}{\varepsilon(p)}$ ainsi que la fonction de transfert $H_{cr}(p) = \left(\frac{Z(p)}{C_r(p)}\right)_{Z_c=0}$

Question 8. Déterminer l'erreur statique pour une entrée de type échelon d'amplitude Z_{c0} dans l'hypothèse d'une perturbation nulle ($C_{r0} = 0$). Déterminer ensuite l'erreur due à une perturbation constante C_{r0} , définie comme la valeur finale de la position $z(t)$ dans le cas d'une consigne de position nulle ($z_c = 0$). En déduire la valeur de K_p pour satisfaire le critère de précision du cahier des charges.

Question 9. Les diagrammes de Bode en gain et en phase de $H_{bo}(p)$ sont donnés sur le document réponse pour $K_p = 1$. Pour la valeur de K_p déterminée précédemment, indiquer si le critère de stabilité est satisfait en justifiant votre démarche par les tracés nécessaires sur le document réponse.

Afin d'améliorer le comportement, on implante un correcteur Proportionnel Intégral ayant pour

fonction de transfert : $H_{cor}(p) = \frac{K_p(1+T_i p)}{T_i p}$ avec $K_p = 1$ et $T_i = 1s$.

Les diagrammes de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte avec ce correcteur sont donnés sur le document réponse.

On souhaite une marge de phase d'au moins 60° .

Question 10. Justifier le choix de ce correcteur. Déterminer le coefficient K_p pour satisfaire au cahier des charges. Justifier vos calculs par les tracés nécessaires sur le document réponse.

Question 11. La figure 8 donne la réponse à un échelon de position de 50 mm avec le correcteur précédemment réglé. Vérifier qu'elle est conforme au cahier des charges. Justifier clairement vos réponses en donnant les valeurs numériques pour chaque critère.

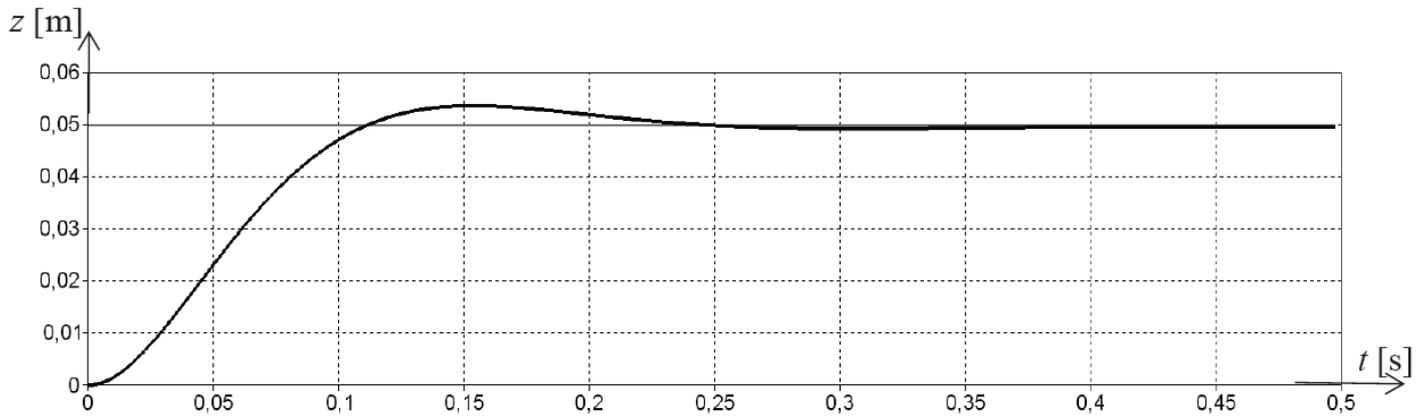
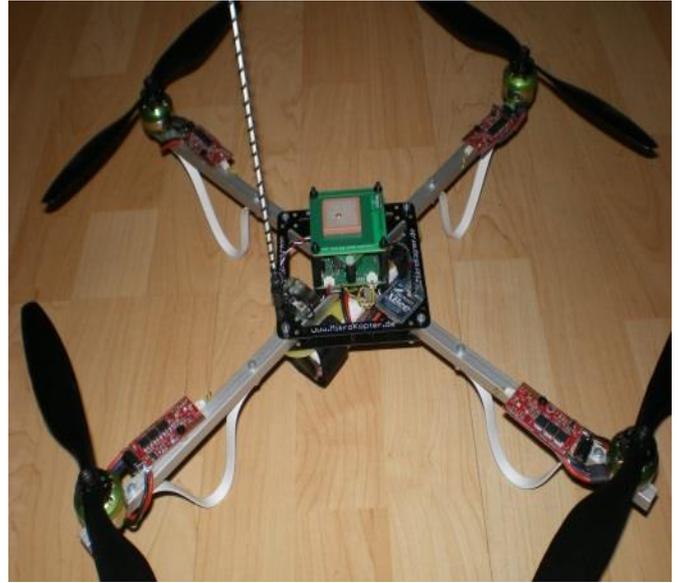


Figure 8 : Réponse à un échelon de position de 50 mm avec un correcteur PI

Problème 4 : Etude d'un drone quadrirotor (icna 2011)

Le mini-drone, développé au sein de l'unité de recherche et d'innovation sur les drones à l'ENAC a été un des lauréats en mai 2009 du challenge mini-drone lancé par le ministère de la défense afin de simuler une mission opérationnelle de renseignement en zone urbaine, sa charge utile embarquée est constituée d'un appareil photo.

Cet hélicoptère quadri-rotor à pas fixe est une configuration très répandue dans le monde des micro-drones. Alors que les hélicoptères classiques utilisent un système mécanique complexe de pas cyclique et collectif, le quadri-rotor ne dispose d'aucun organe mécanique spécifique et assure son contrôle en agissant uniquement sur la vitesse de rotation de ses rotors.



Le contrôle vertical de l'appareil (translation suivant l'axe Z) est obtenu en faisant varier simultanément la vitesse de rotation des quatre moteurs. Le contrôle en roulis et en tangage est obtenu en faisant varier de manière différentielle les vitesses de rotation des moteurs d'un même axe.

ÉTUDE DU DECOLLAGE

L'objectif de ce problème est d'étudier le comportement du quadrirotor lors du décollage, mouvement de translation vertical selon l'axe Z (moteurs F1, F2, F3 et F4 actifs).

Extrait du cahier des charges fonctionnel en phase Décollage :

Exigence	critères	niveaux
Permettre une ascension verticale du drone (selon l'axe Z)	Accélération verticale	vers le haut : 3 g vers le bas : -0,5 g (g représente l'accélération de pesanteur)
	Précision	pas d'erreur statique en position ($\varepsilon_S = 0$)
	Stabilité	marge de phase minimale : 38° dépassement maximal inférieur à 5%
	Rapidité	Temps de réponse à 5% inférieur à 0,6 s

Schéma-bloc de l'asservissement vertical :

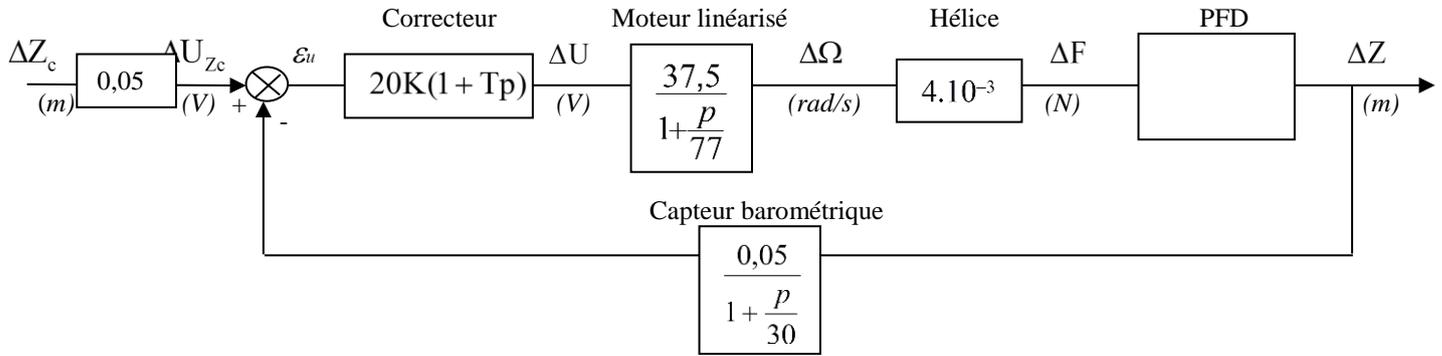
La non-linéarité des équations de comportement impose d'étudier le drone autour d'un point de fonctionnement, et on pose donc :

$$z(t) = z_0 + \delta z(t), \quad \text{où } z \text{ représente l'altitude du drone, et on note } \Delta Z(p) \text{ la transformée de Laplace de } \delta z(t) ;$$

$$F(t) = F_0 + \delta F(t) \quad \text{où } F \text{ représente la poussée des moteurs, et on note } \Delta F(p) \text{ la transformée de Laplace de } \delta F ;$$

δ désigne une variation de la grandeur z ou F (ne pas confondre avec un Dirac !)

L'asservissement vertical du mini-drone peut être représenté, après linéarisation des différentes fonctions de transfert autour du point de fonctionnement ω_0 , par le schéma-bloc suivant :



Le **Principe Fondamental** de la **Dynamique** (2^e loi de Newton), autour de ce point de fonctionnement, donne :

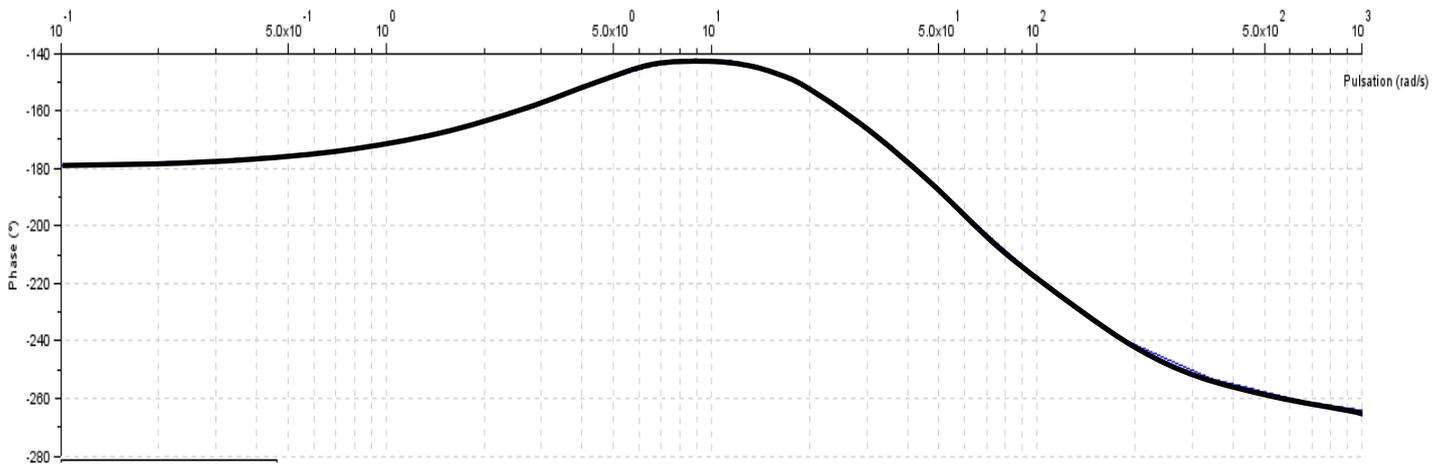
$$4 \cdot \delta F = m \cdot \frac{d^2 \delta Z}{dt^2} \quad \text{avec } m = 240 \text{g.}$$

Q1- Déterminer la fonction de transfert $\frac{\Delta Z(p)}{\Delta F(p)}$ à partir de l'équation ci-dessus (les conditions initiales sont supposées nulles). En déduire que la **Fonction de Transfert en Boucle Ouverte** peut s'écrire :

$$FTBO = 2,5K \frac{(1+Tp)}{p^2 \left(1 + \frac{p}{30}\right) \left(1 + \frac{p}{77}\right)}$$

Le gain de la Fonction de Transfert en Boucle Ouverte sera noté $K_{BO} = 2,5K$.

On a représenté ci-dessous les courbes de phase du diagramme de Bode de la Fonction de Transfert en Boucle Ouverte (il faut retirer 360° aux valeurs de phase indiquées pour avoir la phase réelle), en trait fort avec le correcteur tel que $T = 0,2$ s.

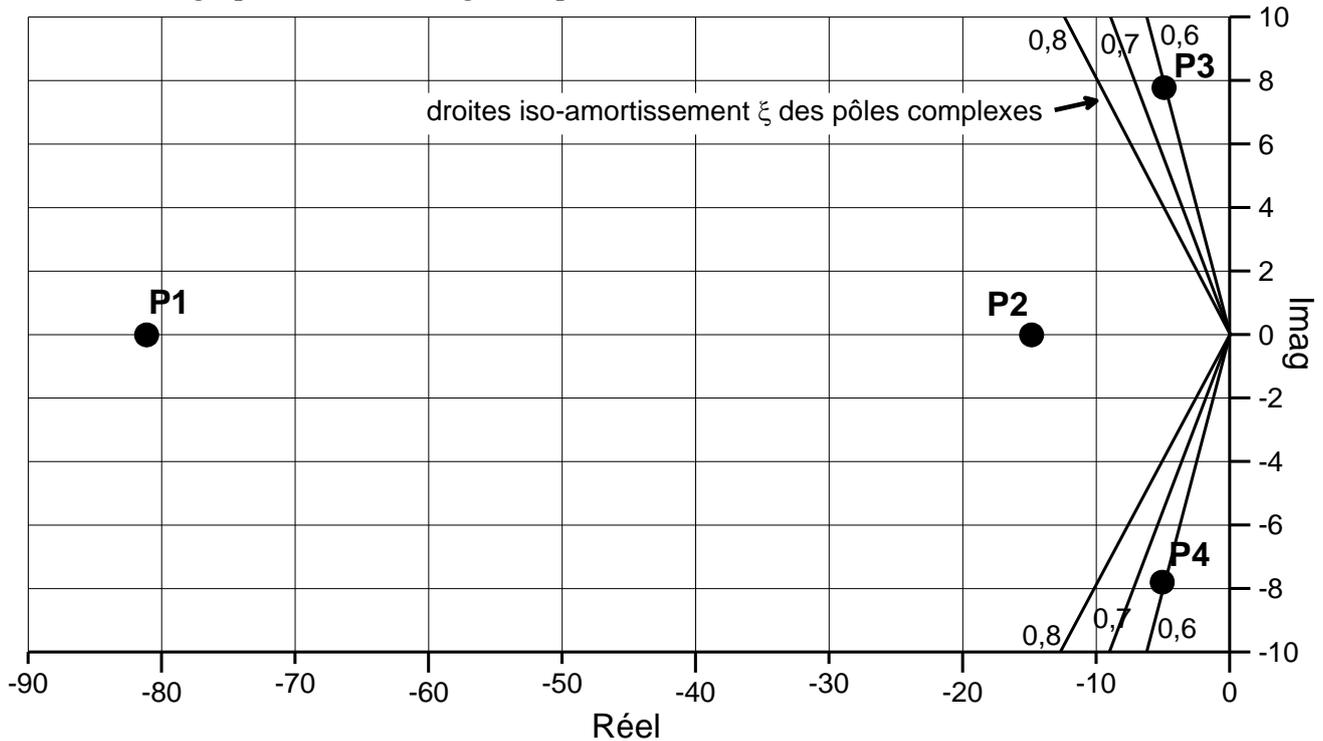


Q2- Représenter sur le document réponse le diagramme asymptotique de la courbe de gain (en dB) avec le correcteur tel que $T = 0,2$ s et $K = 1$. Préciser les pentes et les pulsations de cassure du tracé.
Valeur numérique particulière : $20 \log 2,5 = 8$ dB

Q3- Procéder au réglage du gain K du correcteur afin d'assurer la marge de phase de 38°, conforme au cahier des charges : on utilisera la courbe de phase ci-dessus et les valeurs simplifiées du tracé asymptotique précédent (gain de -20 dB environ pour $\omega = 5$ rad/s).

Q4- Calculer l'erreur statique du système bouclé en position ε_S pour vérifier le critère de précision de l'extrait du cahier des charges.

La figure ci-dessous représente la position des pôles de la Fonction de Transfert en Boucle Fermée dans le plan complexe (Réel, Imag), pour la valeur du gain K précédemment déterminée :



(ξ : coefficient d'amortissement souvent noté m ou z).

Cette fonction de transfert présente 4 pôles, mais les pôles P1 et P2 peuvent être négligés par rapport aux pôles complexes P3 et P4 dont la partie réelle est plus proche de zéro. Ainsi, le drone se comportera comme un système du second d'ordre dont le coefficient d'amortissement vaut 0,6.

- Q5-** Le critère de dépassement du cahier des charges est-il vérifié ? Justifier (sans calcul).
- Q6-** A partir de l'expression sous forme canonique de la fonction de transfert d'un second ordre fondamental, déterminer l'expression littérale des pôles complexes P3 et P4 en fonction de ξ et ω_0 .
A partir de la figure ci-dessus, en déduire une valeur approchée de la pulsation propre ω_0 .
- Q7-** Le critère de rapidité du cahier des charges est-il vérifié ? (Utilisez l'abaque qui représente le temps de réponse réduit $t_{5\%} \cdot \omega_0$ en fonction du coefficient d'amortissement ξ)

Problème 5 : Segway (centrale psi 2005)

Le support de l'étude est le véhicule auto balancé Segway[®]. Il s'agit d'un moyen de transport motorisé qui permet de se déplacer en ville. En termes de prestations, il est moins rapide qu'une voiture ou qu'un scooter, plus maniable, plus écologique, moins encombrant et nettement plus moderne.

La conduite du Segway[®] se fait alors par inclinaison du corps vers l'avant ou vers l'arrière, afin d'accélérer ou freiner le mouvement (comme pour la marche à pied dans laquelle le piéton s'incline vers l'avant pour débiter le mouvement). Les virages à droite et à gauche sont quant à eux commandés par la rotation de la poignée directionnelle située sur la droite du guidon.

La spécificité de ce véhicule est d'avoir deux roues qui ont le même axe de rotation, avec son centre de gravité situé au-dessus de l'axe commun des roues, si bien qu'on se demande comment rester à l'équilibre une fois monté sur la plate-forme. Tout comme le cerveau permet à l'homme de tenir debout sans tomber grâce à l'oreille interne, le système comporte un dispositif d'asservissement d'inclinaison, maintenant la plateforme du véhicule à l'horizontale ou encore la barre d'appui, supposée orthogonale à cette plateforme, à la verticale.

Le Segway[®] comporte à cet effet des capteurs et des microprocesseurs transmettant des consignes aux deux moteurs électriques équipant les deux roues.

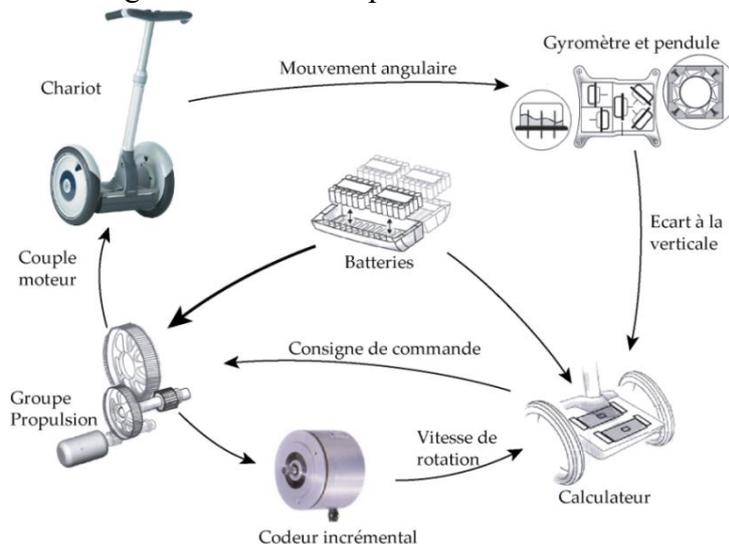


Les fonctions à assurer par le système sont :

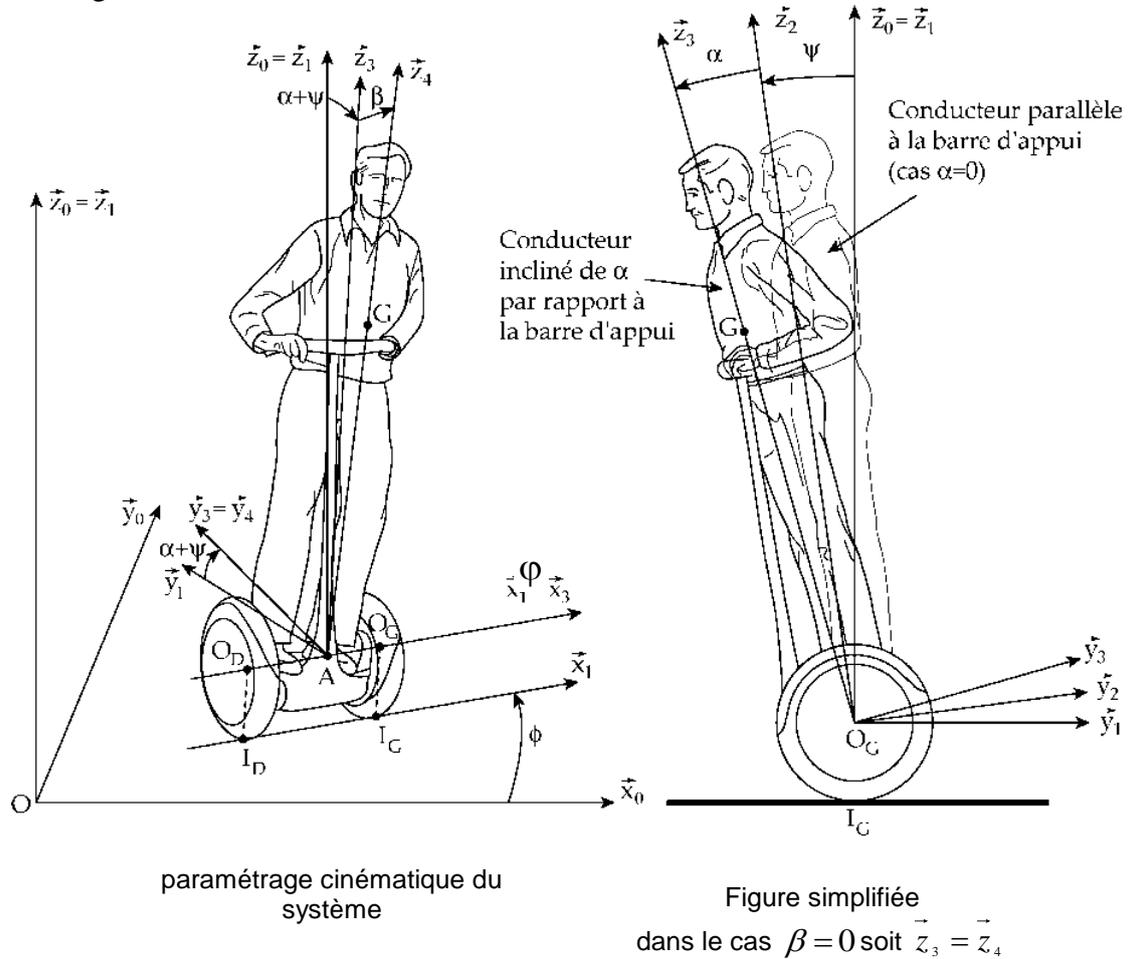
- F1 : Permettre au conducteur de se déplacer aisément sur la route
- F2 : Donner au conducteur une sensation de stabilité
- F3 : Rester insensible aux perturbations provenant de la route
- F4 : Rester manœuvrable dans la circulation
- F5 : Être peu encombrant
- F6 : Contribuer au respect de l'environnement

On propose de s'appuyer sur une description structurelle du véhicule, composé :

- d'un **chariot** (châssis + 2 roues uniquement), transportant le conducteur,
- de deux **moto-réducteurs** entraînant les roues (un par roue),
- d'un ensemble constitué d'un **gyromètre** et d'un **pendule** délivrant une information sur l'angle d'inclinaison du châssis par rapport à la verticale et sur sa dérivée,
- d'un **calculateur** élaborant, à partir des informations issues des capteurs, les consignes de **commande** des groupes moto-réducteurs.
- de **batteries** fournissant l'énergie aux divers composants.



Modèle et paramétrage :



- Soit $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ un repère supposé galiléen lié à la route tel que \vec{z}_0 soit dirigé suivant la verticale ascendante.
- $R_1(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ un repère en rotation par rapport à R_0 autour de \vec{z}_0 tel que \vec{x}_1 soit colinéaire à l'axe commun des roues et A le point milieu de l'axe des roues. On pose $\varphi = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$ l'angle de virage.
- $R_2(A, \vec{x}_1, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ un repère lié au châssis du chariot, en rotation autour de (A, \vec{x}_1) par rapport à R_1 tel que \vec{z}_2 soit colinéaire à la barre d'appui. On pose $\psi = (\vec{y}_1, \vec{y}_2) = (\vec{z}_0, \vec{z}_2)$ l'angle d'inclinaison du châssis par rapport à la verticale. L'asservissement consiste à maintenir cet angle nul.
- $R_3(A, \vec{x}_1, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ un repère intermédiaire en rotation par rapport à R_2 , autour de (A, \vec{x}_1) . On pose $\alpha = (\vec{y}_2, \vec{y}_3) = (\vec{z}_2, \vec{z}_3)$ l'angle d'inclinaison arrière-avant du conducteur.
- $R_4(A, \vec{x}_4, \vec{y}_3, \vec{z}_4)$ un repère lié au conducteur, considéré comme un solide indéformable, en rotation par rapport à R_3 autour de (A, \vec{y}_3) tel que l'axe (A, \vec{z}_4) passe par le centre de gravité G du conducteur. On pose $\beta = (\vec{x}_3, \vec{x}_4) = (\vec{z}_3, \vec{z}_4)$ l'angle d'inclinaison gauche-droite du conducteur et $\overline{AG} = h\vec{z}_4$ avec h constante positive.
- Mouvement du châssis 2 par rapport au sol : $\vec{V}(A \in 2/0) = U\vec{x}_1 + V\vec{y}_1$,

VALIDATION DE LA F2 : DONNER AU CONDUCTEUR UNE SENSATION DE STABILITE ET DE LA F3 : RESTER INSENSIBLE AUX PERTURBATIONS PROVENANT DE LA ROUTE

Objectif : Vérifier les performances de l'asservissement d'inclinaison par rapport à la verticale

Pour une utilisation confortable et sûre, le Segway® doit satisfaire les performances énoncées dans le tableau ci-dessous extrait du Cahier des Charges.

Fonction à remplir	Critère	Niveau
F2 : Donner au conducteur une sensation de stabilité	Temps de réponse de 0 à 5 km/h	1 s maximum
	Dépassement d'inclinaison	<30%
	Inclinaison du châssis par rapport à la verticale	Nulle à convergence $\lim_{t \rightarrow \infty} \psi(t) = 0$
F3 : Rester insensible aux perturbations provenant de la route	Hauteur de la marche de trottoir franchissable à 5 km/h	5 cm maximum
	Perturbations dues à la route, nature du sol (Pavés, franchissement d'un trottoir, ...)	Plage de fréquences de 0 à 300 Hz

La régulation d'inclinaison du Segway est réalisée par :

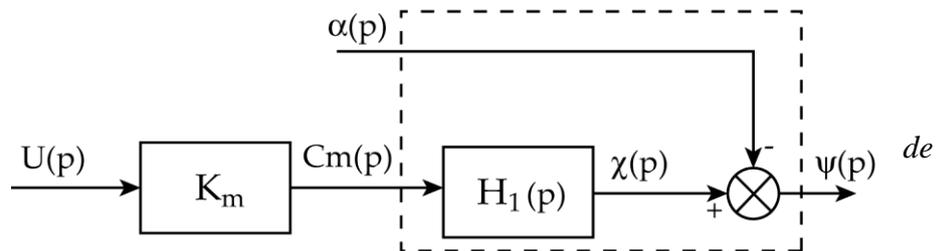
- Un moto-réducteur qui permet de délivrer un couple $C_m(t) = K_m u(t)$ où $u(t)$ est une grandeur de commande et $K_m = 24 N.m.V^{-1}$
- Le système mécanique dont les équations, dans le cas où l'angle $\alpha(t)$ n'est pas supposé constant, peuvent se mettre sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{V}(t) = \frac{1}{D} \left(B \ddot{\chi}(t) + 2 \frac{C_m(t)}{R} \right) \\ (DA - B^2) \ddot{\chi}(t) = 2 \left(\frac{B}{R} + D \right) C_m(t) + DC \chi(t) \end{cases} \quad \text{où : } \begin{cases} A = 90 \text{ kg.m}^2 \\ B = 75 \text{ kg.m} \\ C = 750 \text{ kg.m}^2 \text{s}^{-2} \text{ et } \chi(t) = \alpha(t) + \psi(t) \\ D = 125 \text{ kg} \\ R = 240 \text{ mm} \end{cases}$$

Les conditions initiales sont toutes nulles.

Stabilisation du système

Q1- Montrer que le schéma bloc du système peut se mettre sous la forme présentée ci-dessous en déterminant l'expression littérale $H_1(p)$.



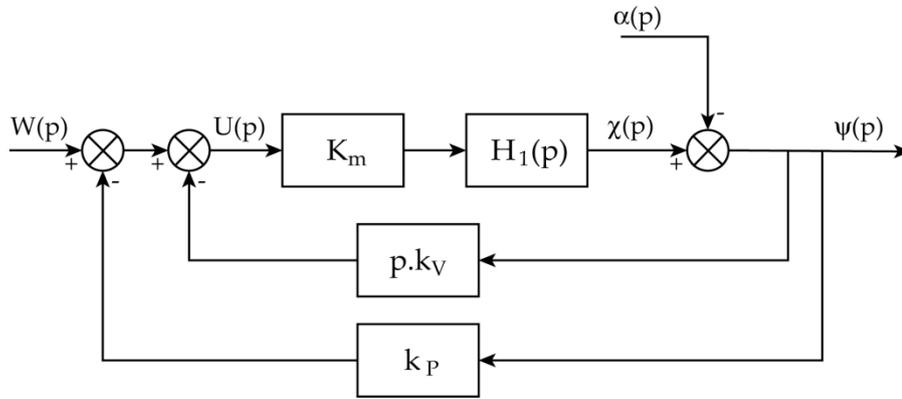
Analyser la stabilité du système d'entrée $u(t)$ et de sortie $\psi(t)$ en étudiant la fonction de transfert

$$F_1(p) = \frac{\Psi(p)}{U(p)}. \text{ Pouvaient-on s'attendre à ce résultat ?}$$

On note alors $H_1(p) = \frac{K_1}{\frac{p^2}{\omega_1^2} - 1}$. Les valeurs numériques utilisées par la suite seront : $\omega_1 = 4,1 \text{ rad/s}$ et

$$K_S = K_m K_1 = 0,24 \text{ rad V}^{-1}.$$

Afin de stabiliser le système, la grandeur de commande $U(p)$ est élaborée à partir des mesures de $\dot{\psi}$ (réalisée par le gyromètre), et de ψ (réalisée par combinaison de la mesure du gyromètre et du pendule). Le schéma bloc obtenu est celui ci-contre :



- Q2-** Dans le cas où $\alpha \equiv 0$, déterminer, en fonction de K_S , k_p , k_v et ω_1 la fonction de transfert $F_2(p) = \frac{\psi(p)}{W(p)}$. Déterminer les conditions sur k_v et sur k_p pour que le système soit stable.

$F_2(p)$ est une fonction de transfert du second ordre pouvant se mettre sous la forme

$$F_2(p) = \frac{\psi(p)}{W(p)} = \frac{K_2}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

- Q3-** Déterminer, en fonction de K_S , k_p , k_v et ω_1 les expressions de K_2 , ξ , ω_0

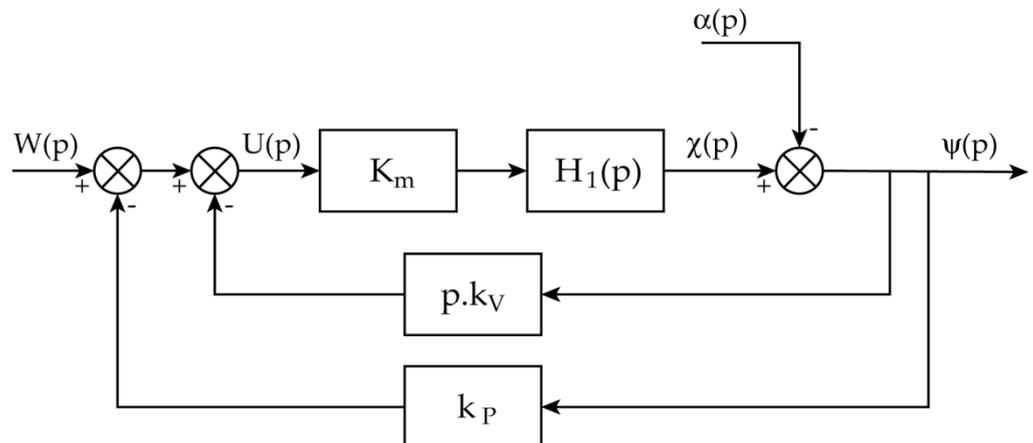
On choisit une pulsation propre ω_0 proche de celle du système mécanique : $\omega_0 = 1,5\omega_1 = 6,15$ rad/s.

- Q4-** Déterminer les valeurs de k_v et de k_p telles que le temps de réponse à 5% soit minimal.

Asservissement d'inclinaison du chariot

La consigne de la régulation de l'inclinaison $\psi(t)$ du châssis par rapport à la verticale est notée $\psi_C(t)$. On introduit un correcteur de fonction de transfert $C(p)$ qui élabore le signal $w(t)$ (de transformée de Laplace $W(p)$) à partir de l'écart $\varepsilon(t) = \psi_C(t) - \psi(t)$.

- Q5-** Compléter le schéma bloc de l'asservissement fourni ci-contre en faisant apparaître la régulation de l'inclinaison.



La régulation d'inclinaison du Segway[®] consiste à maintenir la consigne $\psi_C(t)$ nulle. Cette régulation est réalisée, si quelle que soit l'inclinaison $\alpha(t)$ du conducteur, la sortie $\psi(t)$ converge vers $\psi_C(t)$, valeur nulle ici. Le conducteur agit directement sur la valeur de $\alpha(t)$ pour accélérer ou décélérer. Pour le système Segway[®], conducteur exclu, le paramètre $\alpha(t)$ peut être considéré comme une perturbation.

Un correcteur proportionnel $C(p) = K_C$ est envisagé.

Q6- Calculer l'inclinaison $\psi(t)$ du châssis en régime permanent, lorsque la perturbation $\alpha(t)$ est un échelon d'amplitude α_0 . Le cahier des charges est-il satisfait ?

Un correcteur proportionnel intégral $C(p) = K_i \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right)$ est envisagé.

Q7- Démontrer que ce correcteur permet de satisfaire le cahier des charges vis-à-vis de l'écart en régime permanent pour une perturbation en échelon.

On souhaite dimensionner le correcteur. Pour cela, on étudie le schéma bloc construit en précédent et on considère alors $\alpha(t) \equiv 0$. La Fonction de Transfert en Boucle Ouverte est pour cet asservissement : $FTBO(p) = C(p)F_2(p)$

Q8- Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques et réels (allure uniquement) de la fonction de transfert $F_2(p)$ et tracer les diagrammes de Bode asymptotiques de la fonction de transfert du correcteur $C(p)$, en utilisant les paramètres K_i et T_i . Préciser les valeurs caractéristiques sur les diagrammes.

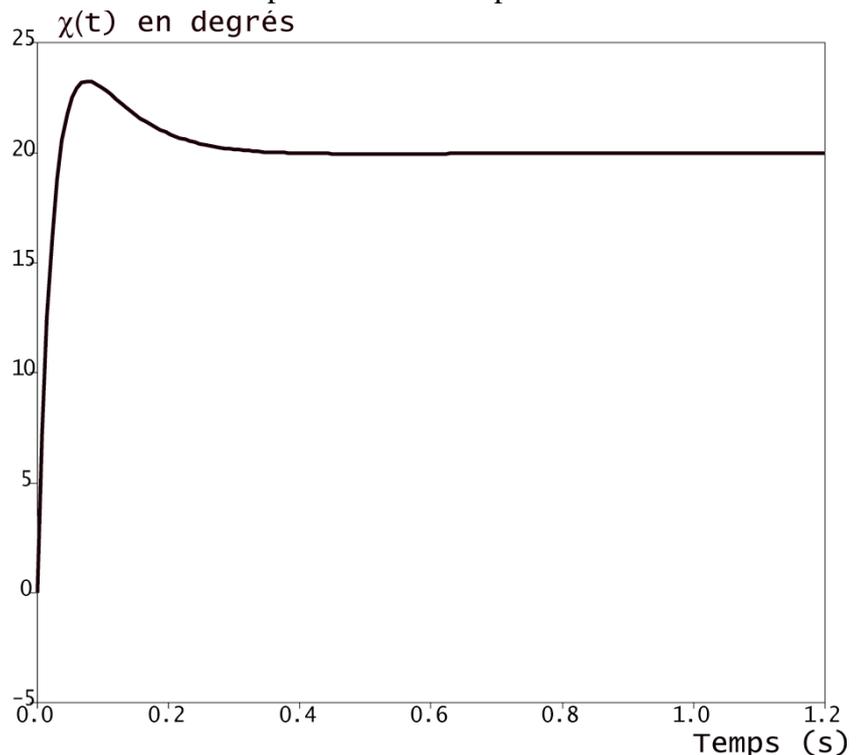
On impose $\omega_i = \frac{1}{T_i} = \frac{\omega_c}{10}$ où ω_c est la pulsation de coupure à 0 dB de la FTBO corrigée par le correcteur proportionnel intégral.

Q9- Déterminer ω_c telle que la marge de la FTBO(p) soit $M_\phi = 45^\circ$. En déduire la valeur de T_i .

Q10- Déterminer alors K_i tel que ω_c soit effectivement la pulsation de coupure à 0 dB de la FTBO corrigée.

Vérification graphique des performances attendues

Le modèle de comportement précédent est utilisé en simulation pour vérifier le pré-dimensionnement. Les performances de la correction sont étudiées grâce aux évolutions de $\chi(t) = \alpha(t) + \psi(t)$, qui représente l'angle d'inclinaison du conducteur par rapport à la verticale. La consigne $\alpha(t)$, imposée par le conducteur, est un échelon d'amplitude 20° . Après réglages définitifs, l'évolution temporelle est obtenue sur la courbe ci-contre :



Q11- Conclure quant au respect des critères de dépassement et de précision associés à la fonction de service FS2.

Document réponse Problème 1

Q1 :

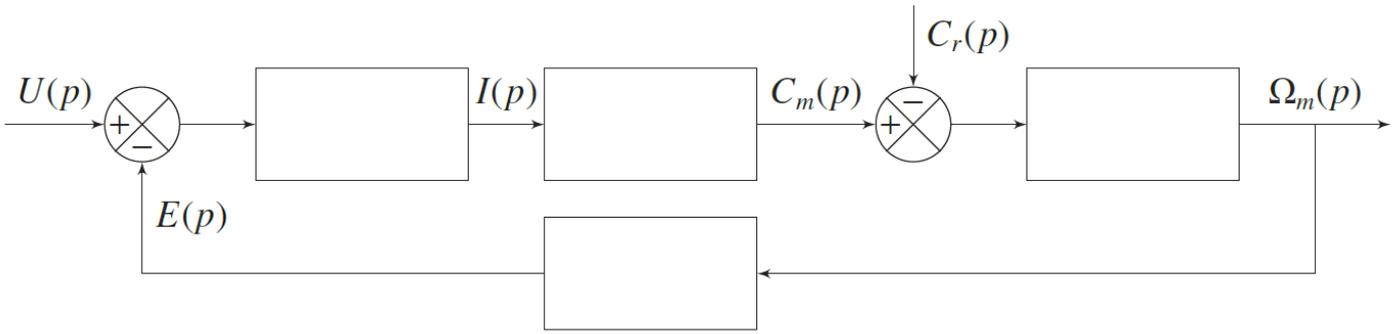


Schéma blocs d'un moteur de propulsion

Q5 :

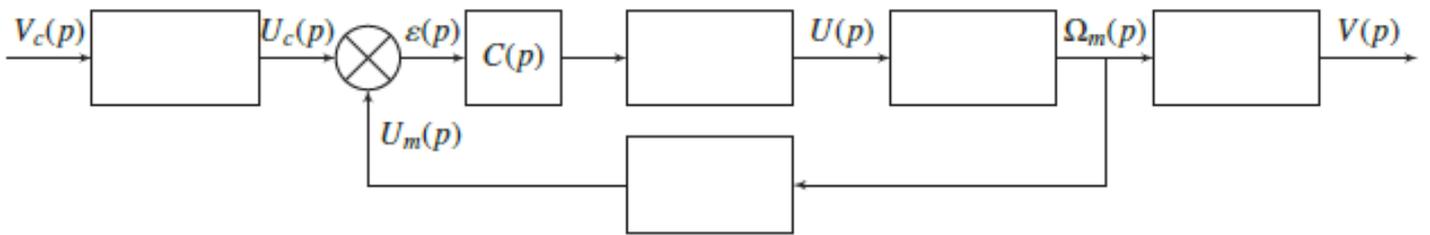
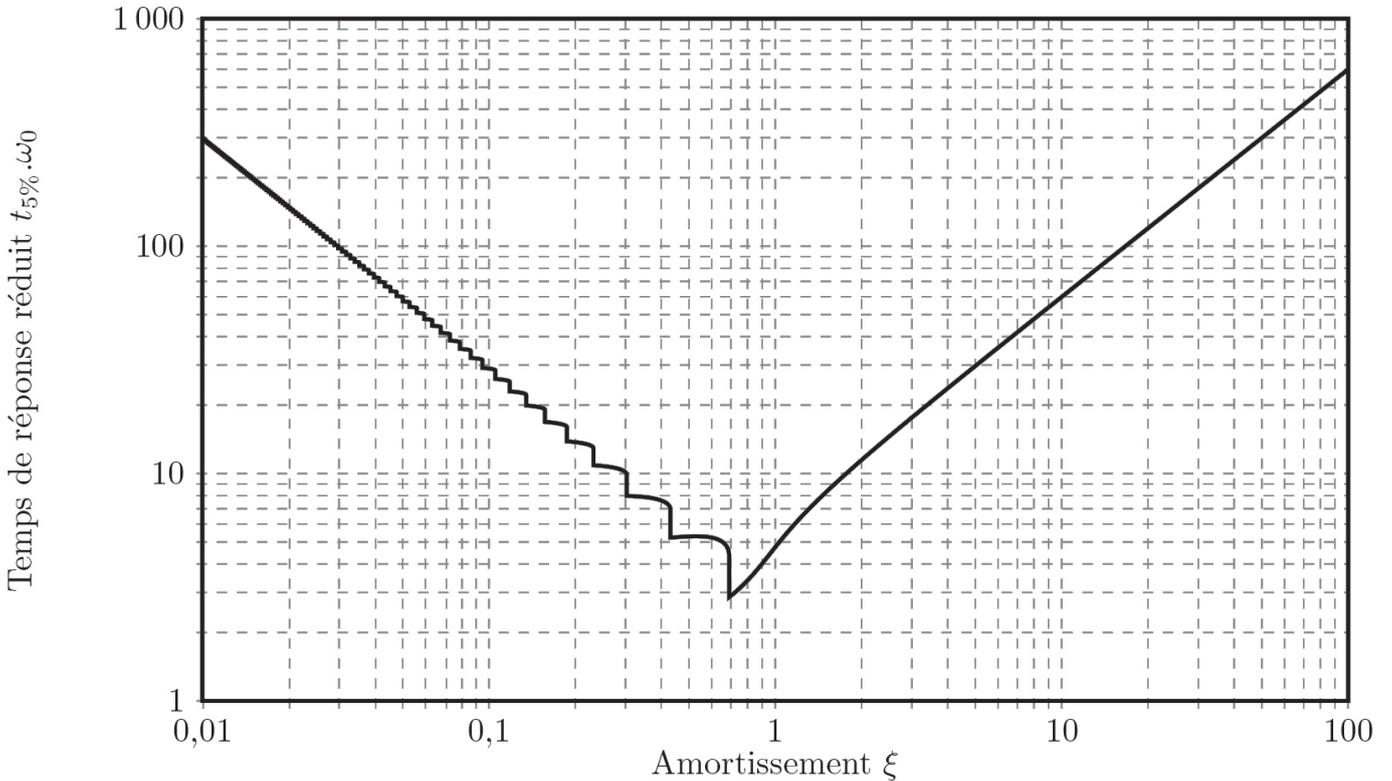


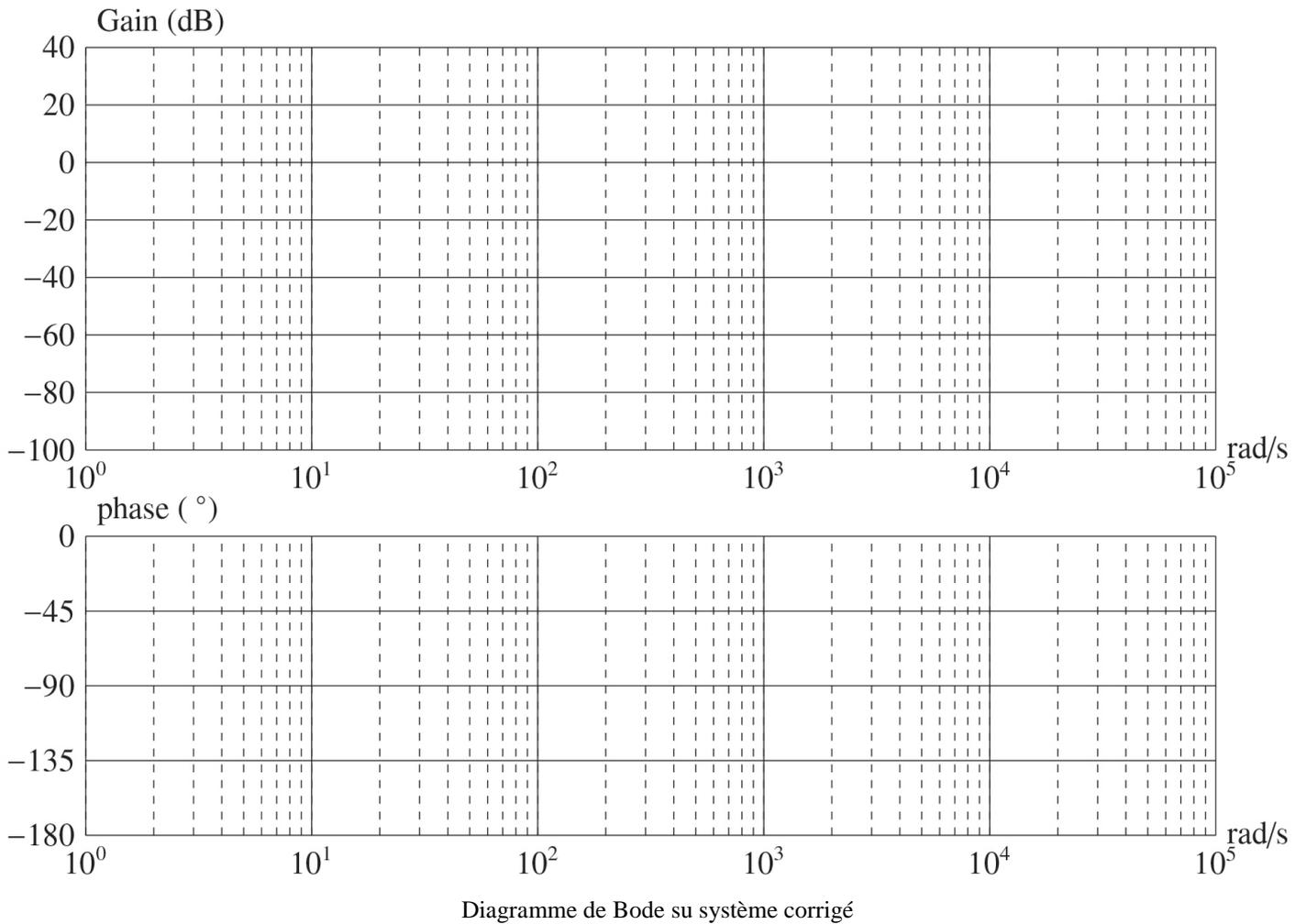
Schéma-bloc fonctionnel de l'asservissement en vitesse d'un des deux moteurs

Q8 :

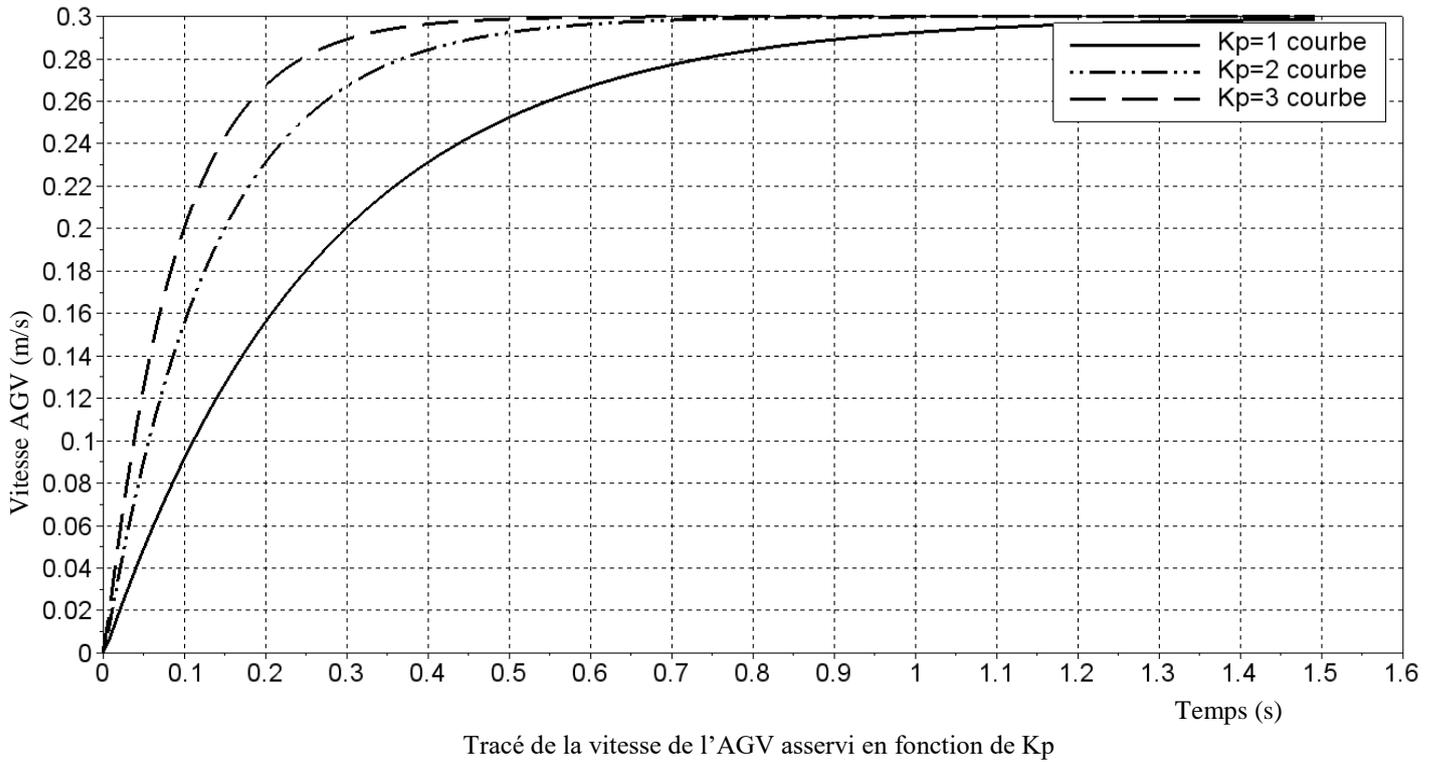


Abaque donnant le temps de réponse réduit en fonction du coefficient d'amortissement d'un système du second ordre

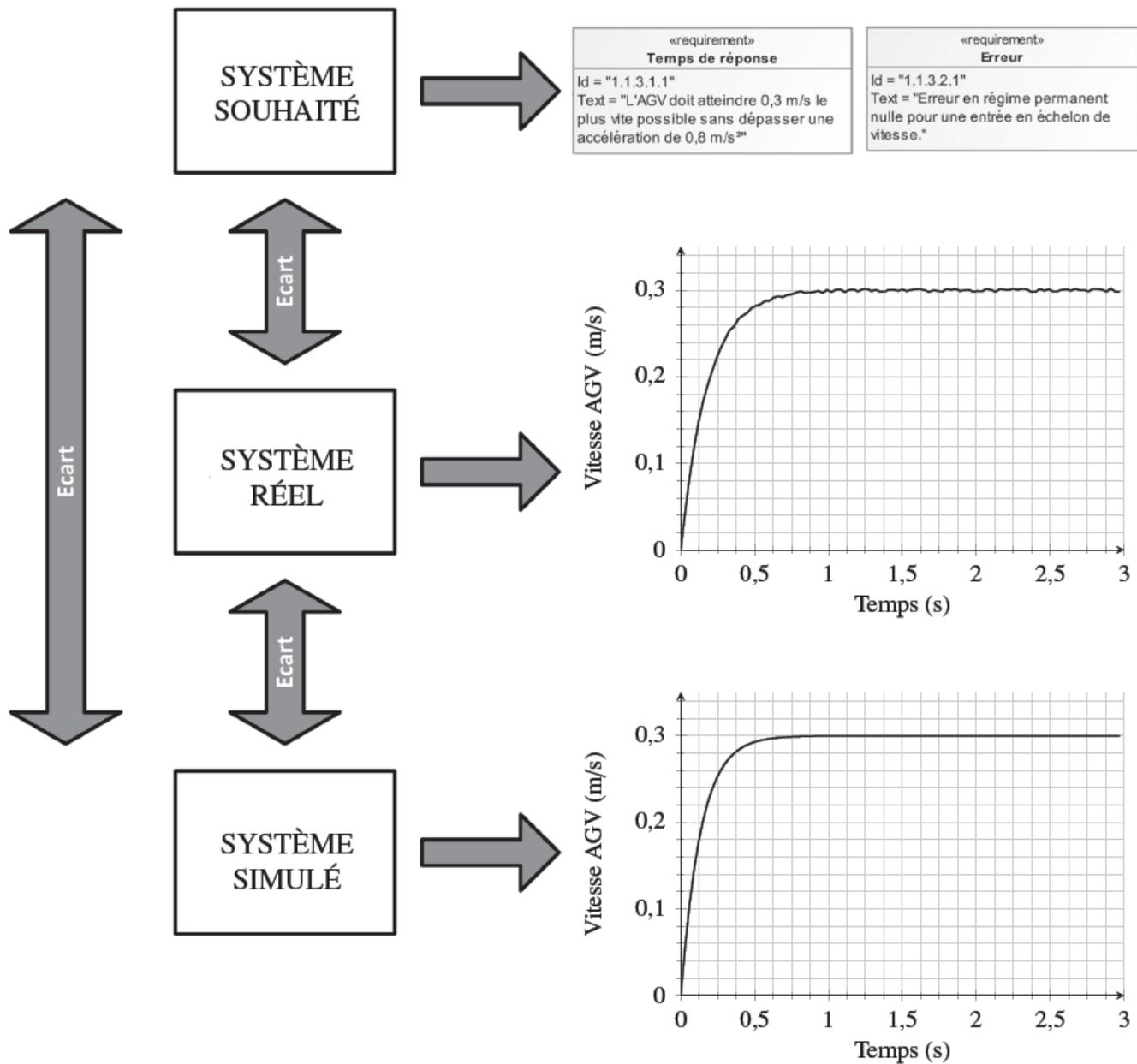
Q13 :



Q14 :



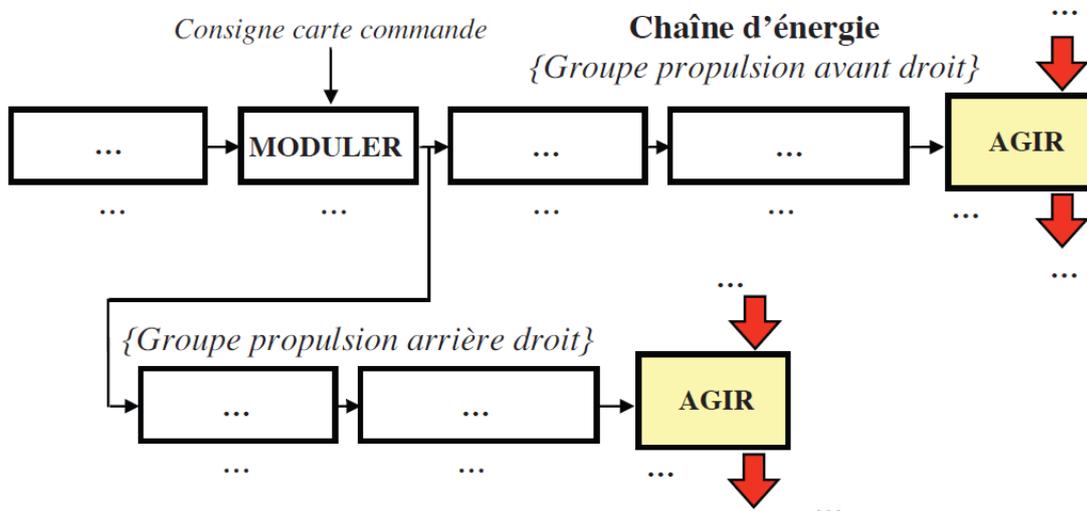
Q15 :



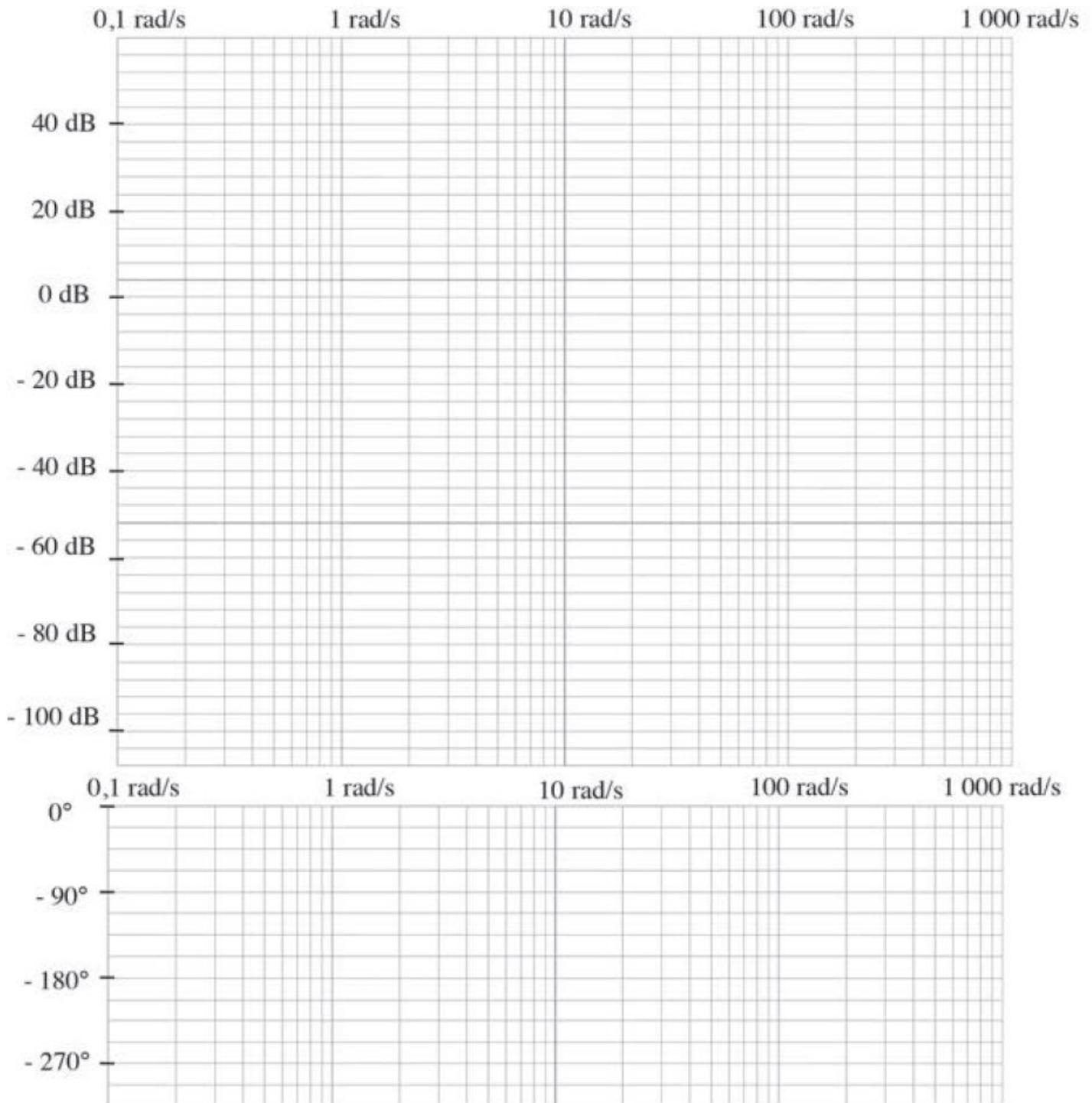
Synthèse

Document réponse Problème 2

DOCUMENT REPOSE DR1 :

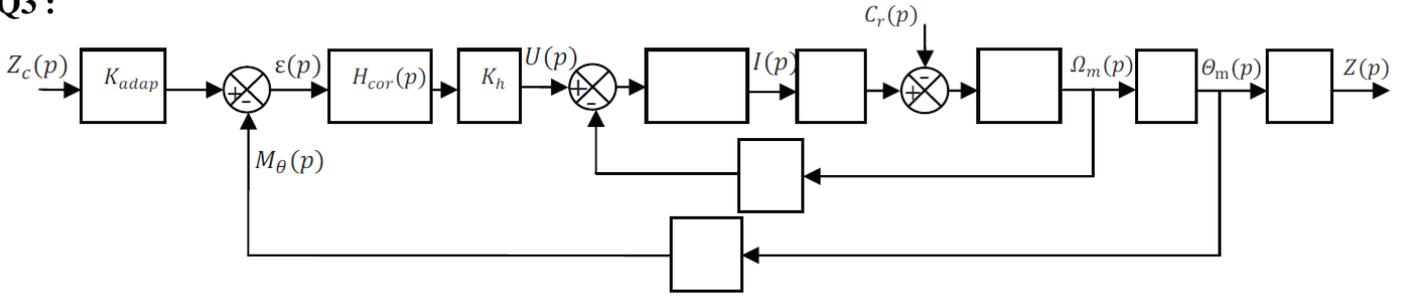


DOCUMENT REPONSE DR2 :

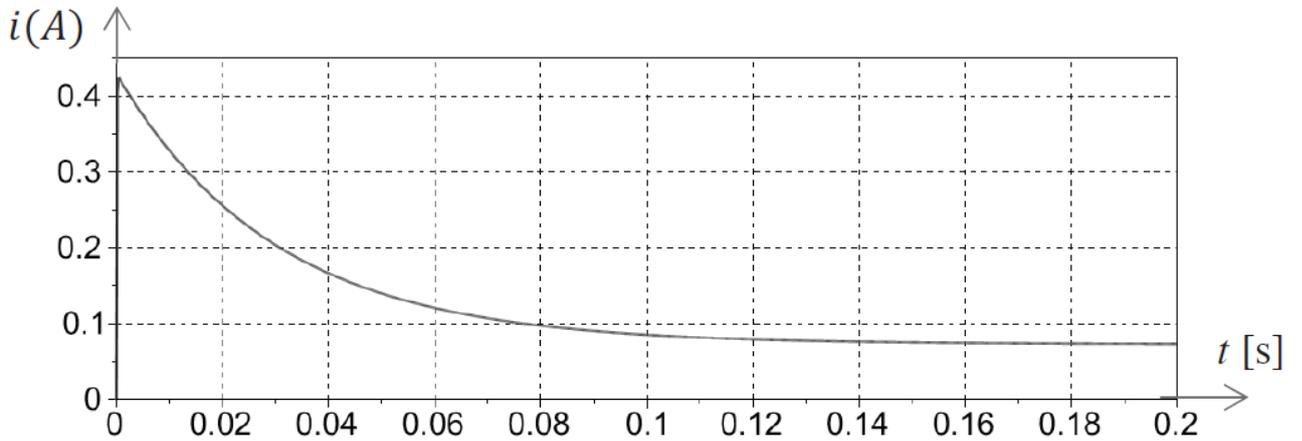
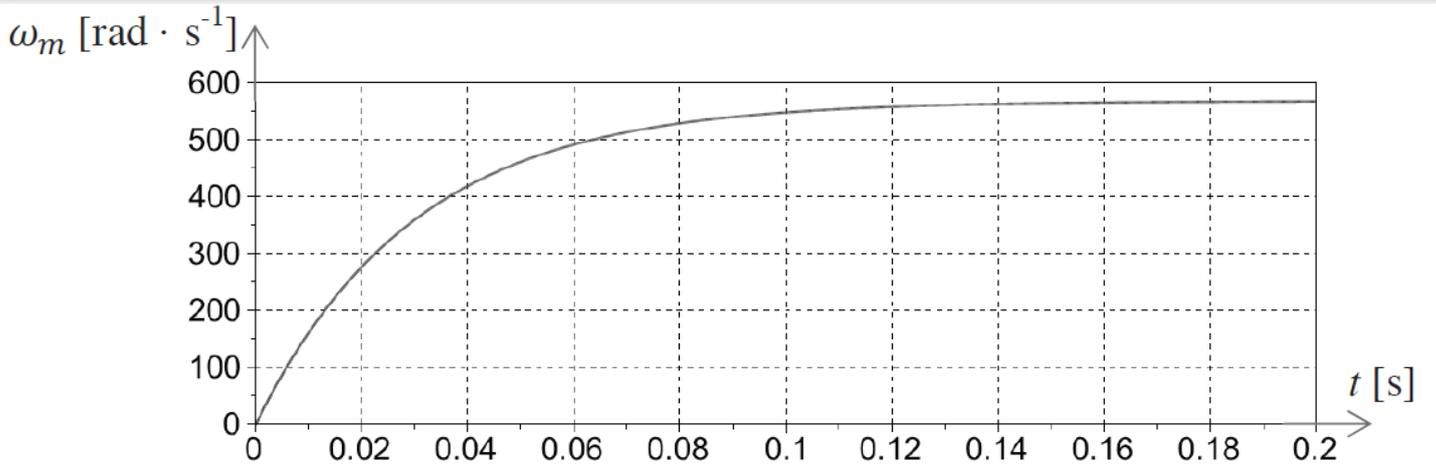


Document réponse Problème 3

Q3 :

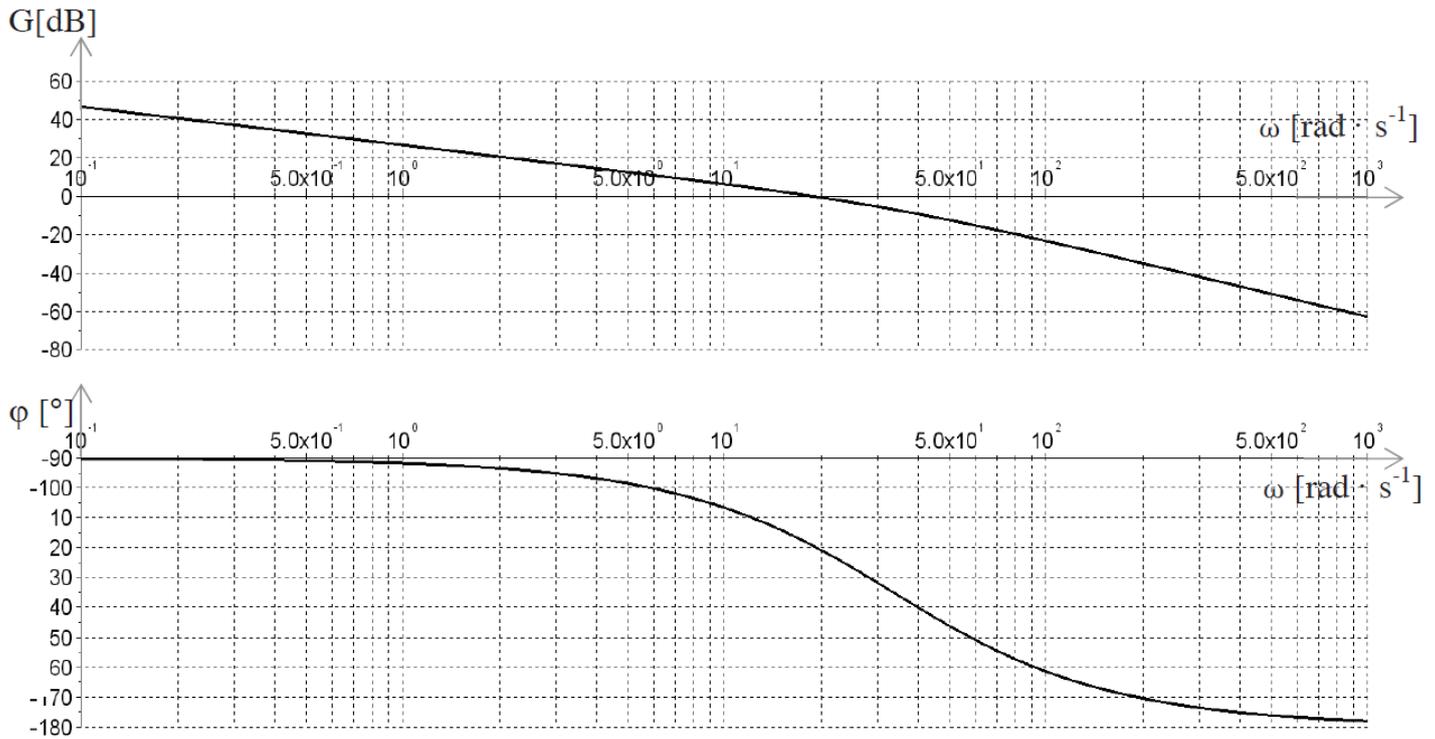


Q6 :

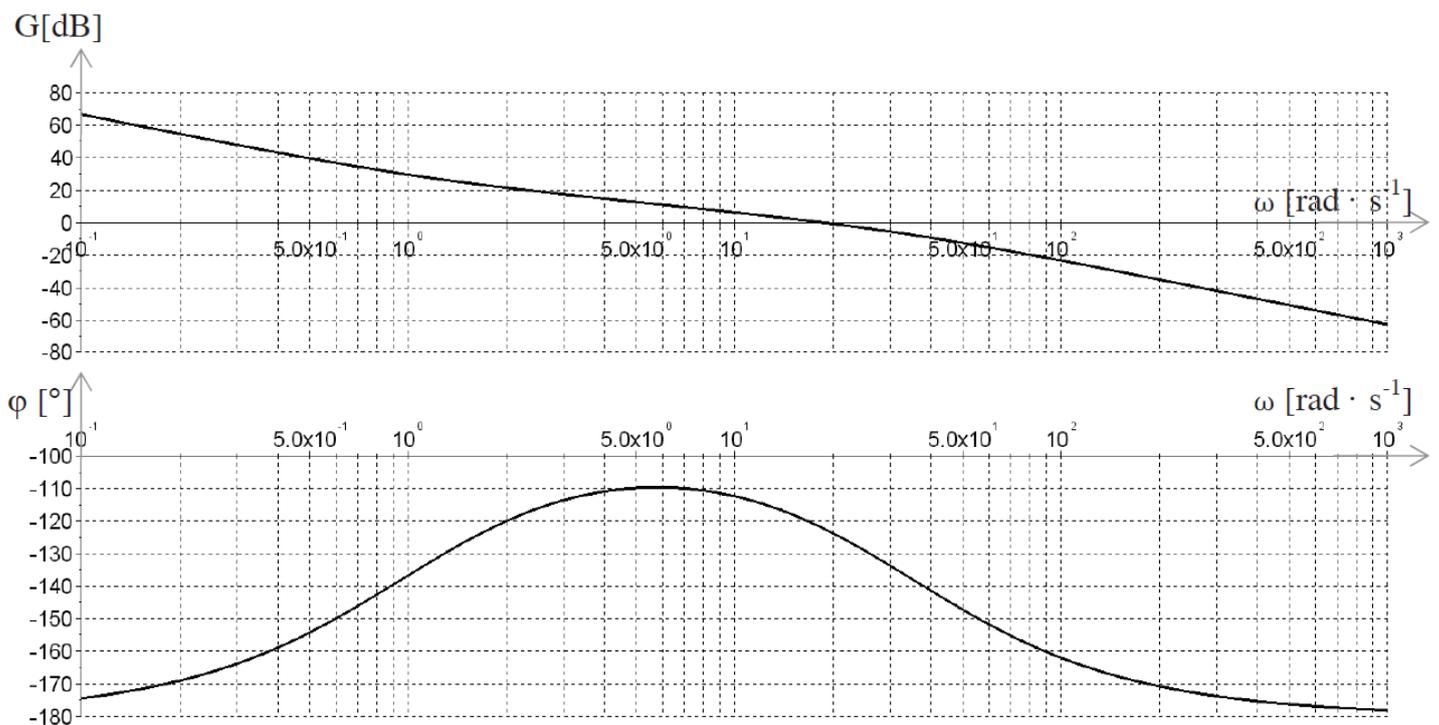


Réponses en vitesse et en intensité à un échelon de tension de 24 V

Q9 :

Diagramme de Bode de $H_{bo}(p)$ pour $K_p = 1$

Q10 :

Diagramme de Bode de $H_{bo}(p)$ avec un correcteur PI pour $K_p = 1$

Document réponse Problème 4

Q2- Diagramme de Bode de la FTBO, tracé asymptotique du gain :

