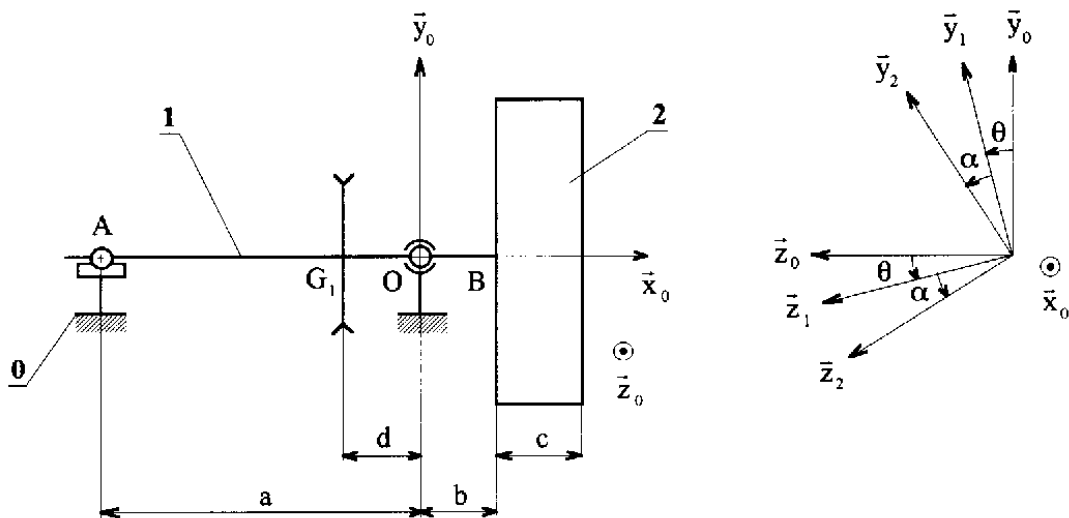


## Équilibreuse de roue de voiture

Afin d'équilibrer des roues de voitures, on place la roue sur un rotor (photo ci-contre) et on fait tourner l'ensemble. La machine indique ensuite à l'opérateur la position des masses de plomb qu'il doit placer sur les jantes intérieure et extérieure.

L'équilibreuse étudiée permet l'équilibrage des roues démontées. Elle est constituée d'un arbre **1** guidé en rotation par deux paliers à roulement en **O** et **A**. Ces paliers en liaison élastique avec le bâti **0**, dans une seule direction à l'aide de deux lames flexibles, permettent l'enregistrement des composantes horizontales des résultantes d'action mécanique dans les paliers à roulement, par l'intermédiaire de deux capteurs couplés à un repérage de la position angulaire de l'arbre **1**.

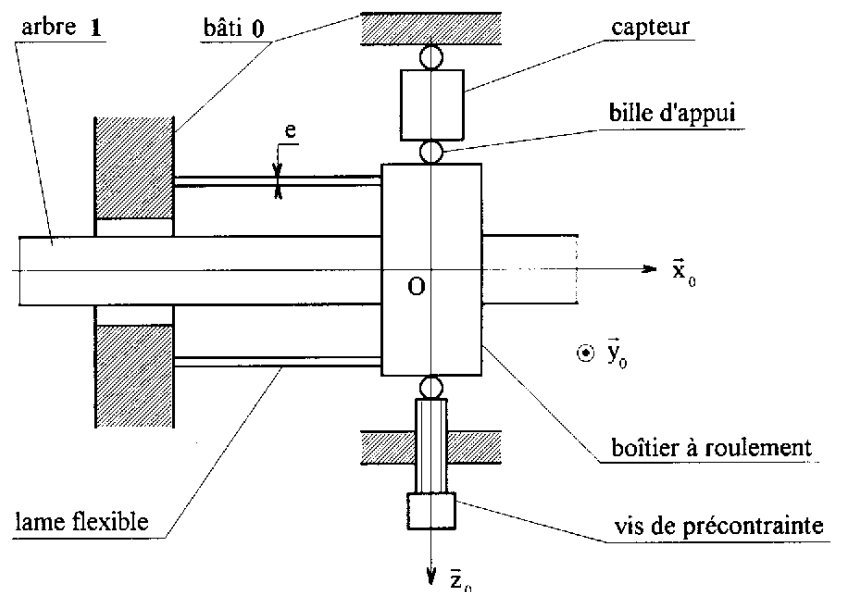


Le repère  $R_0(O, \bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{z}_0)$  est lié au bâti **0** ( $\bar{y}_0$  vertical ascendant).

Le repère  $R_1(O, \bar{x}_0, \bar{y}_1, \bar{z}_1)$  est lié à l'arbre **1**.  
On pose  $\theta = (\bar{y}_0, \bar{y}_1)$  avec  $\dot{\theta} = \text{constante}$ .

L'arbre **1** est entraîné en rotation par une courroie sur une poulie fixée au centre d'inertie  $G_1$  de l'arbre **1**. Le torseur d'action mécanique de la courroie sur la poulie est de la forme:

$$\mathbf{T}(\text{courroie} \rightarrow \text{poulie}) = \begin{Bmatrix} -T \bar{y}_0 \\ C_m \bar{x}_0 \end{Bmatrix}_{G_1}$$



L'arbre **1** (avec la poulie), de masse  $m_1$ , a pour moment d'inertie  $I_1$  par rapport à l'axe  $(O, \bar{x}_0)$  et est équilibré en rotation.

La roue **2**, à équilibrer, est fixée sur **1**. Le repère  $R_2(B, \bar{x}_0, \bar{y}_2, \bar{z}_2)$  est lié à la roue **2** avec  $\alpha = (\bar{y}_1, \bar{y}_2)$ , angle constant mais a priori inconnu. La roue **2**, de masse  $m_2$ , a pour centre d'inertie  $G_2$  dont la position est donnée par  $\overrightarrow{BG_2} = h \bar{x}_0 + \rho \bar{z}_2$ ,  $h$  et  $\rho$  étant des inconnues.

La matrice d'inertie en B de la roue **2** dans la base  $(\vec{x}_0, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  est de la forme :  $\mathcal{J}_B(2) = \begin{pmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{pmatrix}_{R_2}$

On note  $\mathbf{T}(0 \rightarrow 1) = \begin{Bmatrix} X_O & 0 \\ Y_O & 0 \\ Z_O & 0 \end{Bmatrix}_{R_0}$  et  $\mathbf{T}'(0 \rightarrow 1) = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_A & 0 \\ Z_A & 0 \end{Bmatrix}_{R_0}$  les torseurs d'actions mécaniques de **0** sur **1**.

**1** – En appliquant le principe fondamental de la dynamique à l'ensemble  $1 \cup 2$  en O, déterminer les composantes  $X_O$ ,  $Y_O$ ,  $Z_O$ ,  $Y_A$  et  $Z_A$  des résultantes d'actions mécaniques du bâti 0 sur l'arbre 1 en fonction des données.

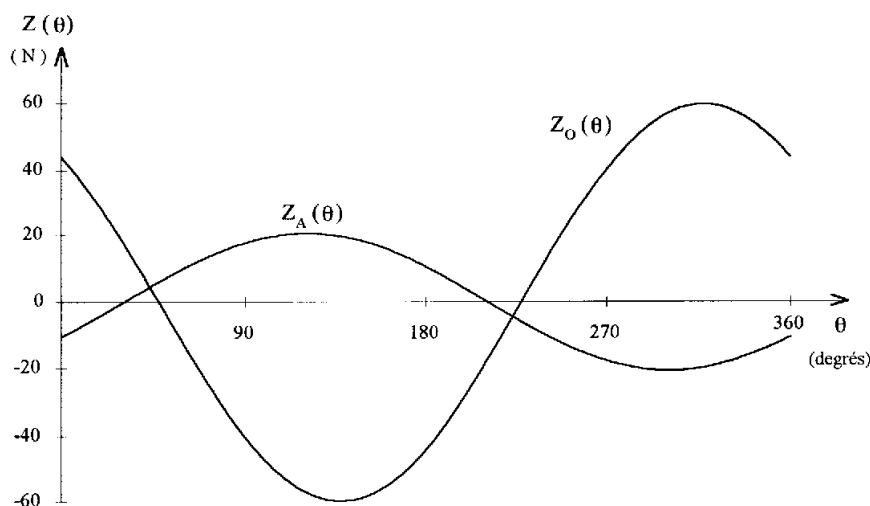
On utilise deux capteurs d'efforts, en O et A, situés dans un plan horizontal et couplés à un capteur angulaire de l'arbre **1**, pour mesurer les composantes suivant  $\vec{z}_0$  des résultantes d'action mécanique  $Z_O(\theta)$  et  $Z_A(\theta)$  du bâti **0** sur l'arbre **1**.

**2** – Déterminer, en fonction de  $Z_O(0)$ ,  $Z_O(\pi/2)$ ,  $Z_A(0)$  et  $Z_A(\pi/2)$ , les coordonnées  $\rho$  et  $\alpha$  du centre d'inertie  $G_2$  de la roue 2, ainsi que les produits d'inertie E et F.

On donne:

$$\begin{aligned} m_2 &= 18 \text{ kg} \\ a &= 460 \text{ mm} \\ b &= 80 \text{ mm} \\ \dot{\theta} &= 60 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

Les capteurs fournissent les courbes ci-contre et les valeurs ci-dessous:



$\theta$ en degrés	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330
$Z_O(\theta)$ en N	44,05	18,00	-12,86	-40,29	-56,92	-58,29	-44,05	-18,00	12,86	40,29	56,92	58,29
$Z_A(\theta)$ en N	-10,53	-0,28	10,04	17,68	20,57	17,96	10,53	0,28	-10,04	-17,68	-20,57	-17,96

**3** – En déduire les valeurs numériques de  $\rho$ ,  $\alpha$ , E et F.

La roue sera équilibrée avec deux masselottes **3** et **4**, assimilables à des points matériels  $M_3$  et  $M_4$  de masse  $m_3$  et  $m_4$ , situées de part et d'autre de la jante, de telle sorte que:

$$\overrightarrow{BM}_3 = r \vec{u}_3 \quad \text{et} \quad \overrightarrow{BM}_4 = c \vec{x}_0 + r \vec{u}_4 \quad \text{avec} \quad \beta_i = (\vec{z}_2, \vec{u}_i)$$

$r$  étant le rayon de la jante et  $c$  son épaisseur.

**4** – Ecrire les conditions d'équilibrage de la roue 2.

**5** – Déterminer les masses  $m_3$  et  $m_4$  des masselottes ainsi que leur position  $\beta_3$  et  $\beta_4$  sur la jante en fonction des caractéristiques de la roue.

On donne:  $r = 190 \text{ mm}$   $c = 180 \text{ mm}$

**6** – En déduire les valeurs numériques de  $m_3$ ,  $m_4$ ,  $\beta_3$  et  $\beta_4$ .