

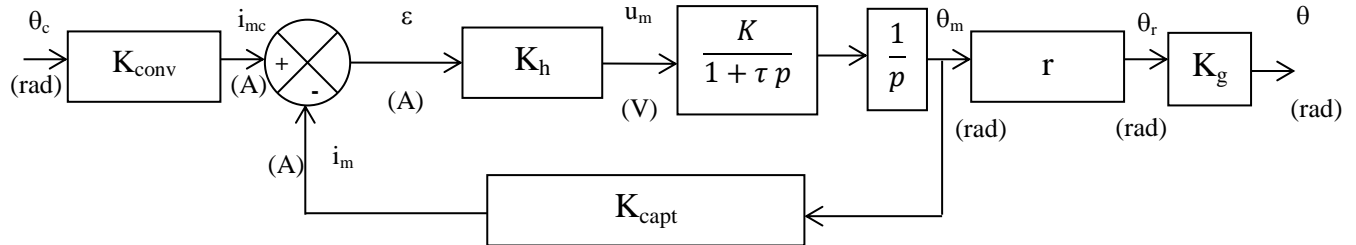
Interrogation de cours N°3

Durée 1h

NOM : _____

PRENOM : _____

Q1 : Donner la fonction de transfert du bloc adaptateur (ou convertisseur) du schéma bloc suivant afin que ce système bouclé soit un asservissement ($\varepsilon = 0$ lorsque entrée et sortie sont égales). K_{conv} , K_{capt} , K_h , K , τ , r , K_g sont des constantes.



Réponse :

Q2 : Quel est l'effet d'un correcteur proportionnel de gain K sur les tracés de bode de la Fonction de transfert en boucle ouverte d'un système asservi ? Discuter suivant la valeur de K (inférieure ou supérieure à 1)

Réponse :

Q3 : Soit $C(p) = K \frac{1+\tau p}{\tau p}$ la fonction de transfert du correcteur d'un système asservi.

- Donner le nom de ce correcteur.
- Quelle performance permet-il d'améliorer ?
- Tracer les diagrammes asymptotiques selon Bode et l'allure des lieux réels
- Comment place-t-on ce type de correcteur (réglage de τ en particulier) ?

Réponse :

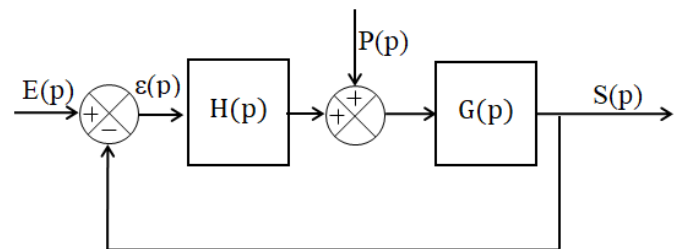
Q4 : Soit $C(p) = K \frac{1+\tau p}{1+a.\tau p}$ (avec $a < 1$) la fonction de transfert du correcteur d'un système asservi.

- Donner le nom de ce correcteur.
- Quelle performance permet-il d'améliorer ?
- Tracer les diagrammes asymptotiques selon Bode et l'allure des lieux réels
- Comment place-t-on ce type de correcteur (réglage de τ en particulier) ?
- Déterminer l'expression de la pulsation correspondant à la phase maximale ainsi que l'expression de cette phase maximale.

Réponse :

Q5 : On considère un système asservi dont le schéma-blocs prend la forme ci-contre. L'entrée en consigne du système est notée $E(p)$, la perturbation $P(p)$ et la sortie $S(p)$.

Où doit-on placer une action intégrale pour que celle-ci améliore la précision du système vis-à-vis de l'entrée en consigne ? et vis-à-vis de l'entrée en perturbation ?

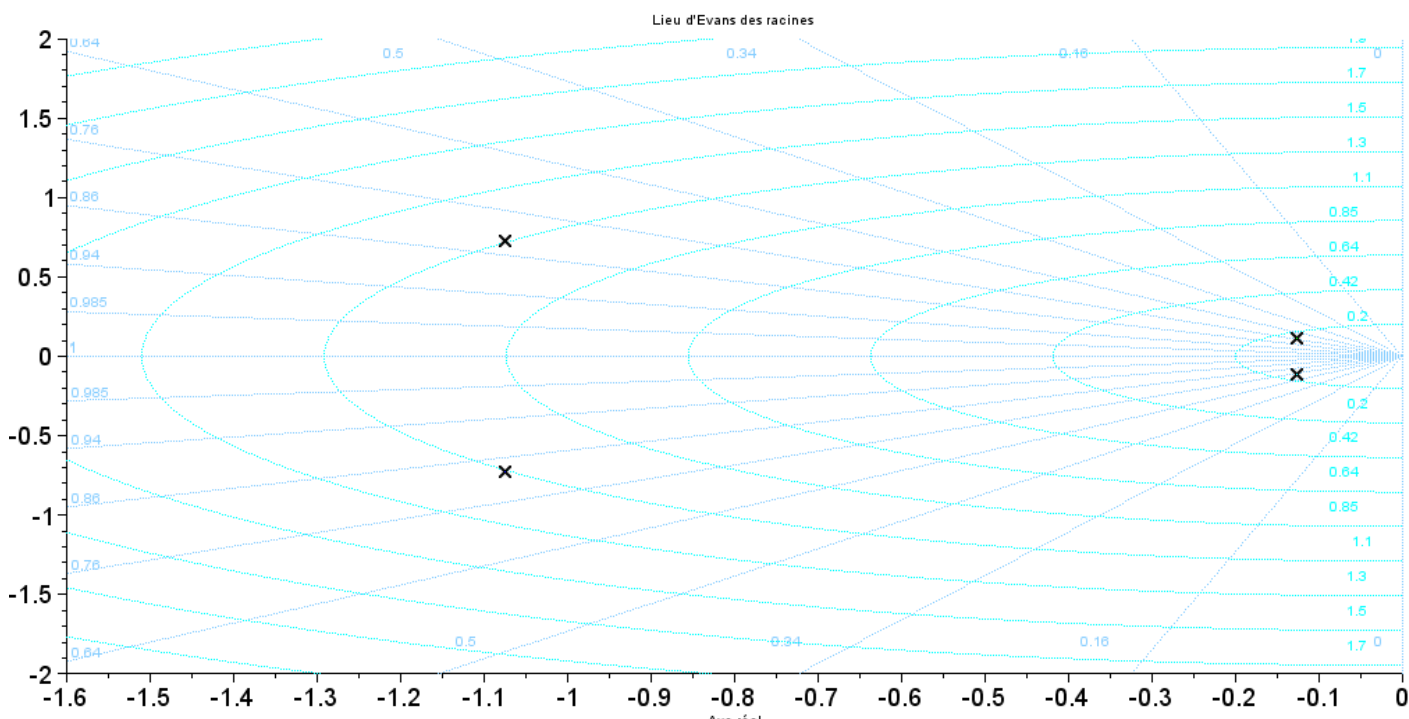


Réponse :

Q6 : Sur la figure ci-dessous sont positionnés dans le plan complexe, les pôles de la fonction de transfert en boucle fermée d'un système asservi.

- Préciser l'ordre du système
- Est-il stable ? justifier
- Donner l'ordre de la fonction de transfert simplifiée modélisant le système (FT pour laquelle on ne conserve que les pôles dominants de la fonction de transfert précédente). Justifier.

- Déterminer numériquement le dénominateur de la fonction de transfert du modèle simplifié.



Réponse :

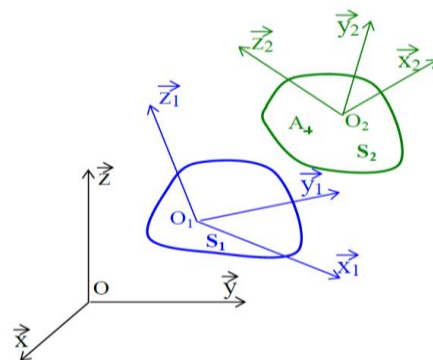
Q7 : Donner la relation entre les vitesses de deux points A et B supposés appartenir à un solide S dans son mouvement par rapport à un repère R.

Réponse :

Q8 : Donner les deux relations vectorielles traduisant la composition des mouvements au point A dans le cas représenté ci-contre.

Repère $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, Solide S_1 de repère $R_1(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$, Solide S_2 de repère $R_2(O_2, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$,

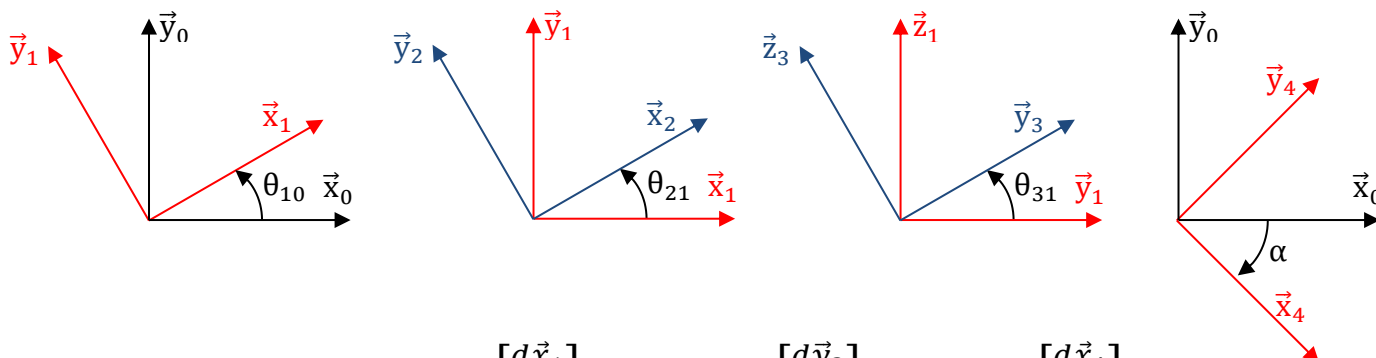
Réponse :



Q9 : Donner la relation entre la dérivée d'un vecteur \vec{U} quelconque par rapport au repère R_i et la dérivée de ce vecteur par rapport à un autre repère R_j . Le repère R_j étant déduit du repère R_i par une rotation paramétrée par l'angle $\theta_{ij} = (\vec{x}_i; \vec{x}_j) = (\vec{y}_i; \vec{y}_j)$ autour de l'axe commun $\vec{z}_i = \vec{z}_j$.

Réponse :

Q10 : Les bases $(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$ sont orthonormales directes. Les axes communs de rotation de chaque changement de base sont orientés perpendiculairement aux figures planes et orientés vers le lecteur. Les angles dépendent du temps.



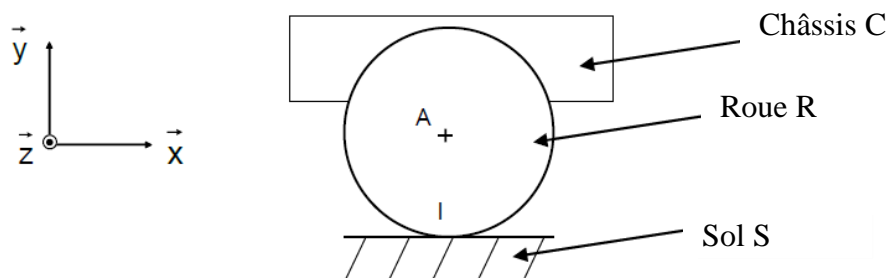
Déterminer les dérivées suivantes : $\left[\frac{d\vec{x}_1}{dt} \right]_{(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)}$ $\left[\frac{d\vec{y}_3}{dt} \right]_{(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)}$ $\left[\frac{d\vec{x}_4}{dt} \right]_{(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)}$

Réponse :

Q11 : Soit un véhicule quelconque vérifiant 2 hypothèses FONDAMENTALES :

- Le véhicule est en mouvement de translation par rapport au sol plat.
- On suppose qu'il y ait roulement sans glissement au contact roue/sol.

Schéma simplifié.



Le rayon de la roue est : r

Le point A est le centre de la roue et le point I, le point de contact roue/sol.

La vitesse de translation du châssis/sol est : $\forall P$, on a $\overrightarrow{V}(P \in C/S) = V_{CS} \vec{x}$

La vitesse de rotation de la roue/châssis est : $\overrightarrow{\Omega}_{R/C} = \omega_{RC} \vec{z}$

NB : $\omega_{RC} < 0$ si $V_{CS} > 0$

- Déterminer la relation entre ω_{RC} et V_{CS} répondant aux hypothèses.
- Représenter sur la figure ci-dessus : $\overrightarrow{V}(I \in C/S)$ et $\overrightarrow{V}(I \in R/C)$

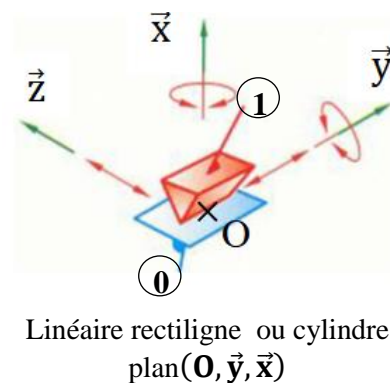
Réponse :

Q12 : Donner les conséquences du PFS pour un solide (ou ensemble de solides) soumis à 2 glisseurs.

Réponse :

Q13 : Donner la forme des torseurs d'action mécanique et cinématique de la liaison supposées parfaite représentée ci-contre (en 3D et en modélisation plane (plan (y,z)) :

Réponse :



Q14 : Le solide 1 dans le cadre de la liaison précédente a un mouvement de translation par rapport au solide 0 : $\overrightarrow{V}(0, 1/0) = V \vec{y}$ ($V > 0$ figure suivante). La liaison admet du frottement avec un coefficient d'adhérence et de glissement noté f (modèle de Coulomb). Donner la forme du torseur des actions mécaniques de la liaison ainsi que la relation entre certaines composantes de ce torseur en adhérence puis en glissement (attention aux signes).

Réponse :

Q15 : Donner la forme du torseur des actions mécaniques de la liaison hélicoïdale (parfaite) d'axe (O, \vec{x}) , de pas p , exprimé au centre de la liaison.

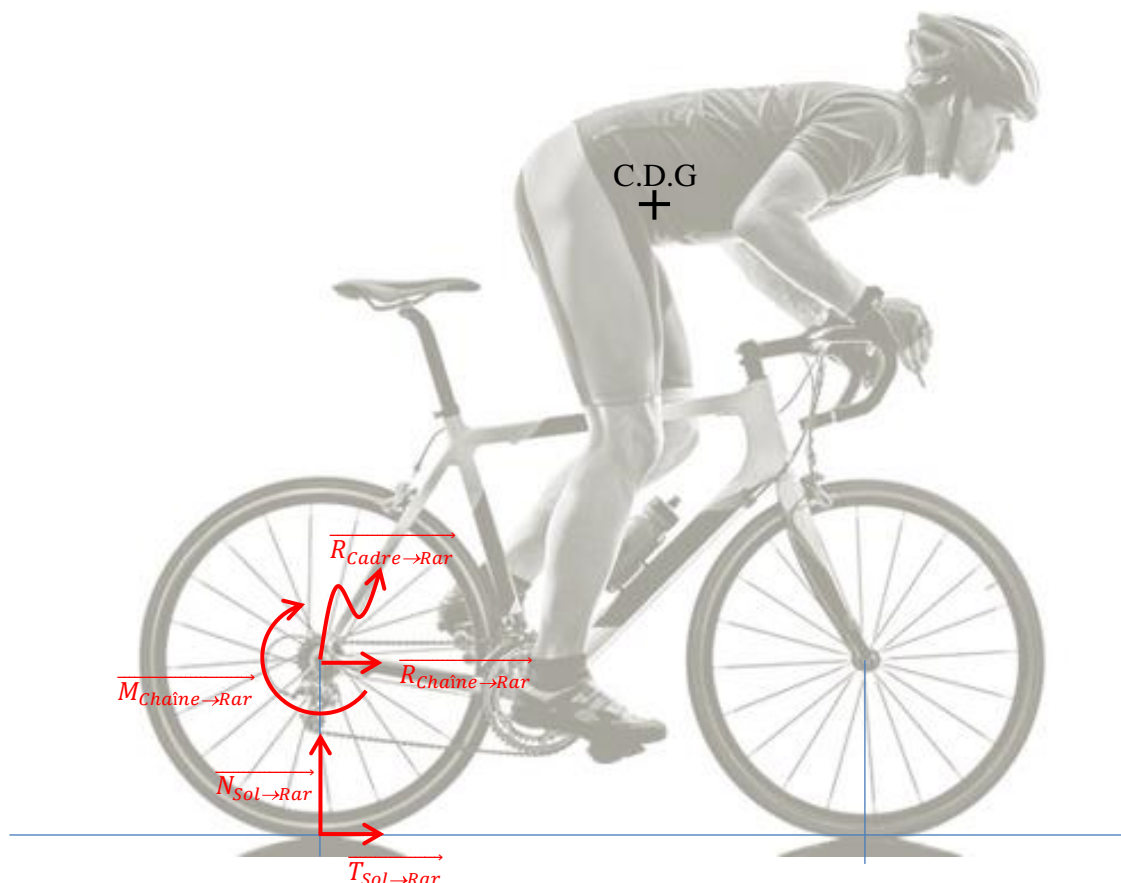
Réponse :

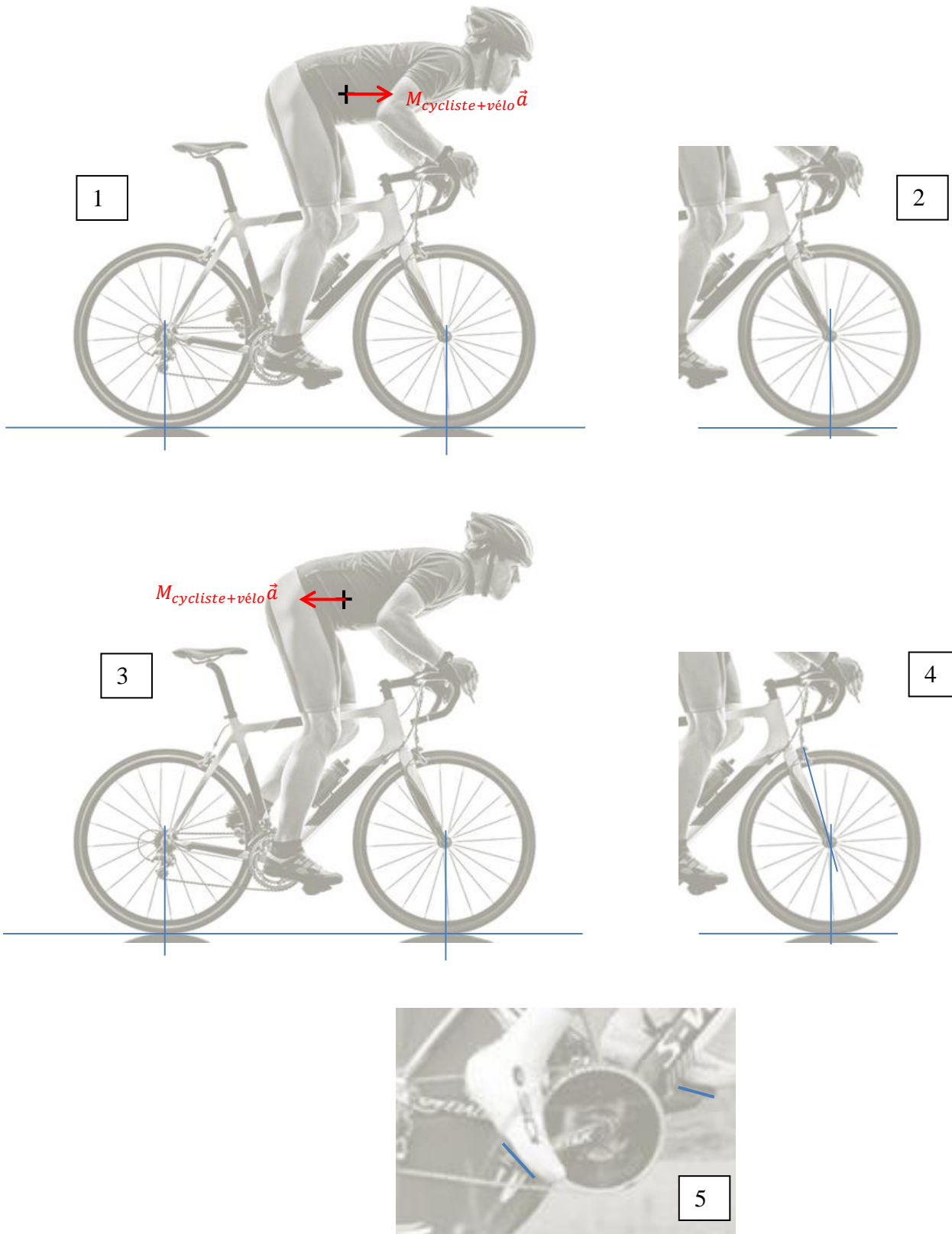
Q16 : Sur l'image ci-dessous, on a représenté le B.A.M.E. sur la roue arrière en phase d'accélération.

Représentez, sur les photos ci-après, les forces (glisseurs) ou moments des B.A.M.E. des isoléments suivants :

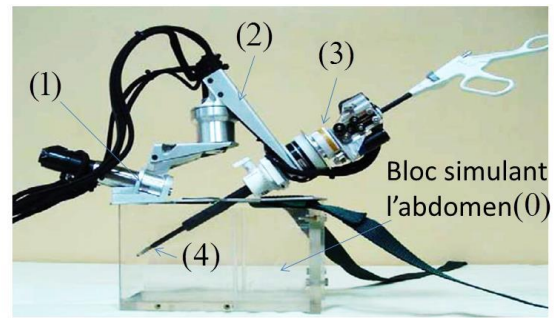
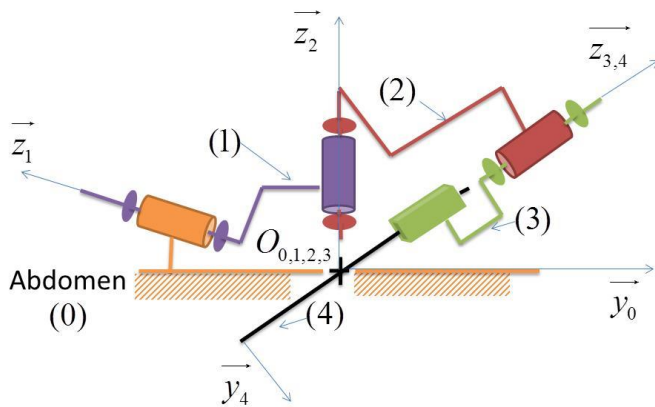
- 1) L'ensemble du vélo + cycliste en phase d'accélération
- 2) La roue avant en phase d'accélération
- 3) L'ensemble du vélo + cycliste en phase de freinage de la roue avant
- 4) La roue avant en phase de freinage de la roue avant
- 5) Le pédalier (avec ses pédales) en phase d'accélération sur la photo qui suit

On négligera les forces aérodynamiques. Les poids autre que celui de l'ensemble cycliste + vélo sont négligés ainsi que les inerties. Seule la résultante dynamique du cycliste (accélération et décélération faibles) est prise en compte et représentée en G (schémas 1 et 3). Les normes des vecteurs ne préjugent en rien des valeurs des actions mécaniques.





Q17 : On s'intéresse à un robot chirurgical utilisé en chirurgie endoscopique (photo et schéma cinématique ci-dessous) permettant d'améliorer la précision des gestes chirurgicaux . Il présente la particularité d'avoir quatre degrés de liberté : trois degrés de liberté en rotation et un degré de liberté en translation. Chaque liaison est motorisée (asservie en position et en effort). On étudie le maintien en position réalisé par les trois axes de rotation. Dans cette phase, les trois moteurs maintiennent la position du robot le plus précisément possible et ce malgré les perturbations qu'engendrent les actions de pesanteur ainsi que les réactions dues aux efforts à l'extrémité de la pince (4).



Hypothèses :

- L'Abdomen (0) est supposé Galiléen
- Le point $O_0 = O_{0,1,2,3}$ est supposé fixe ;
- Les actions mécaniques entre l'abdomen du patient et la pince (4) en O_0 seront négligées. On considère donc qu'il n'y a pas de liaison et d'action mécanique transmissible associée ;
- Les liaisons pivot et la liaison glissière sont toutes supposées parfaites (sans frottement).

Modélisation des actions mécaniques :

- Le moteur M1 et son réducteur, mettant en mouvement le solide (1) par rapport à (0), permettent d'exercer en sortie de réducteur un couple sur (1) dont le moment est noté : $\vec{C}_{m01} = C_{m01} \cdot \vec{z}_1$
- Le moteur M2 et son réducteur, mettant en mouvement le solide (2) par rapport à (1), permettent d'exercer en sortie de réducteur un couple sur (2) dont le moment est noté : $\vec{C}_{m12} = C_{m12} \cdot \vec{z}_2$
- Le moteur M3 et son réducteur, mettant en mouvement le solide (3) par rapport à (2), permettent d'exercer en sortie de réducteur un couple sur (3) dont le moment est noté : $\vec{C}_{m23} = C_{m23} \cdot \vec{z}_3$
- On admettra que le moteur M4 et son réducteur, mettant en mouvement la pince (4) par rapport à (3), permettent d'exercer un glisseur en O_4 de résultante $\vec{F}_{m34} = F_{m34} \cdot \vec{z}_3$
- L'action mécanique qu'exerce l'organe du patient sur la pince (4) est modélisable par un glisseur noté

$$\{T_{ext \rightarrow 4}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{ext \rightarrow 4} = R_{ext \rightarrow 4} \cdot \vec{z}_4 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{O_4} \quad \text{où } O_4 \text{ est le point de contact entre (4) et l'organe du patient.}$$

Question : Proposer la démarche (solide(s) isolé(s), théorème(s) utilisé(s) et axes de projection) permettant de déterminer les expressions littérales des couples C_{m01} , C_{m12} , C_{m23} et de la résultante F_{m34} lors de la phase de maintien statique.

Réponse :

$$Q1 : K_{conv} = \frac{K_{capt}}{r.K_g}$$

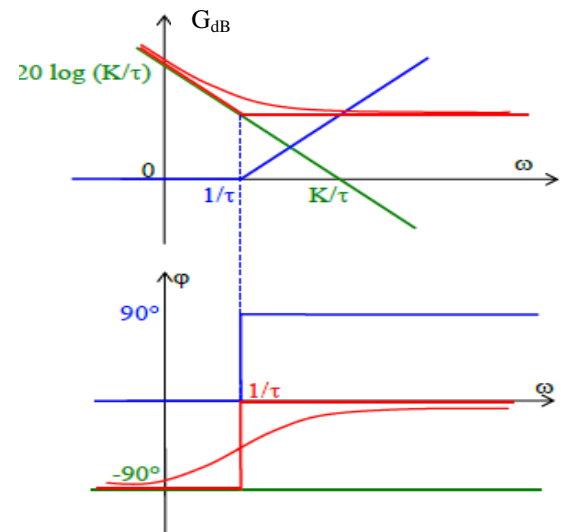
Q2 : Il translate la courbe de gain vers le haut si $K > 1$ (translation de $20\log K$) et vers le bas si $K < 1$. Pas d'effet sur le tracé de phase.

Q3 : Correcteur proportionnel intégral

Rend ε_s nul. Il améliore la précision statique.

On a besoin d'un gain de la FTBO infini à basse fréquence (théorème de la valeur finale pour calculer ε_s). On le place donc à BF pour qu'il ne perturbe pas trop la stabilité (en général à 1 décade avant la pulsation critique ou de coupure (gain nul) du système à corriger).

Tracés de Bode en rouge.

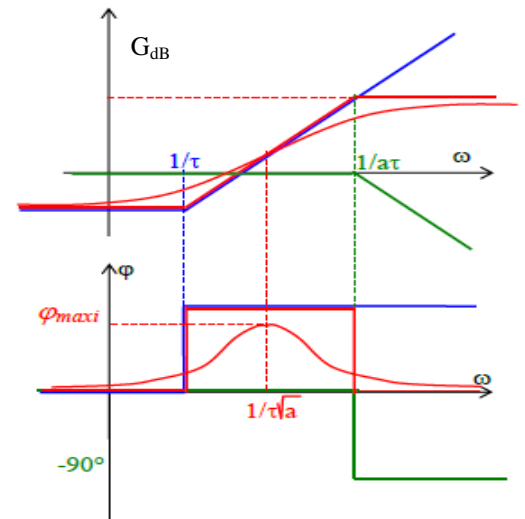


Q4 : Correcteur à avance de phase

Augmente la stabilité (la marge de phase)

On place le max de la phase amenée par le correcteur à la pulsation critique (gain nul) de la FTBO du système à corriger.

Tracés de Bode en rouge.



$$\varphi_{\maxi} \text{ pour } \omega_n \text{ tel que } \log \omega_n = (\log (1/\tau) + \log (1/a\tau))/2$$

$$\text{d'où } \boxed{\omega_n = 1/(\tau \sqrt{a})}$$

$$\varphi_{\maxi} = \arctan \tau \cdot \omega_n - \arctan a \cdot \tau \cdot \omega_n \Rightarrow \boxed{\tan \varphi_{\maxi} = \frac{1-a}{2\sqrt{a}}}$$

Q5 : Vis-à-vis de l'entrée en consigne : peu importe la position. Un intégrateur placé dans la FTBO rendra le système précis.

Vis-à-vis de l'entrée en perturbation : un intégrateur n'aura d'effet que s'il est placé en amont de la perturbation.

Q6 : Il y a 4 pôles (2 couples de complexes conjugués) donc la FT est d'ordre 4.

Le système est stable puisque les parties réelles des pôles de cette FTBF sont strictement négatives.

On ne garde que les pôles dominants (les plus proches de l'axe des imaginaires). Donc 2 pôles dominants. Donc modèle de FT simplifié d'ordre 2.

Les pôles dominants valent : $-0.125 \pm 0.1 i = \alpha \pm \beta i$

Le dénominateur de la FT du modèle simplifié vaut :

$$(p - \alpha - \beta i)(p - \alpha + \beta i) = p^2 - 2\alpha p + \alpha^2 + \beta^2 \approx p^2 + 0.25p + 0.025$$

$$\mathbf{Q7} : \overrightarrow{V(B \in S/R)} = \overrightarrow{V(A \in S/R)} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega_{S/R}} = \overrightarrow{V(A \in S/R)} + \overrightarrow{\Omega_{S/R}} \wedge \overrightarrow{AB}$$

$$\mathbf{Q8} : \overrightarrow{V(A \in R_2/R)} = \overrightarrow{V(A \in R_2/R_1)} + \overrightarrow{V(A \in R_1/R)} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{\Omega(R_2/R)} = \overrightarrow{\Omega(R_2/R_1)} + \overrightarrow{\Omega(R_1/R)}$$

$$\mathbf{Q9} : \left[\frac{d\vec{U}}{dt} \right]_{R_i} = \left[\frac{d\vec{U}}{dt} \right]_{R_j} + \overrightarrow{\Omega_{R_j/R_i}} \wedge \vec{U} \quad \text{avec} \quad \overrightarrow{\Omega_{R_j/R_i}} = \dot{\theta}_{ij} \vec{z}_i$$

Q10 :

$$\begin{aligned} \left[\frac{d\vec{x}_1}{dt} \right]_{(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)} &= \left[\frac{d\vec{x}_1}{dt} \right]_{(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)} + \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \vec{x}_1 = \vec{0} + \dot{\theta}_{10} \vec{z}_0 \wedge \vec{x}_1 = \dot{\theta}_{10} \vec{y}_1 \\ \left[\frac{d\vec{y}_3}{dt} \right]_{(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)} &= \left[\frac{d\vec{y}_3}{dt} \right]_{(\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)} + \overrightarrow{\Omega(3/2)} \wedge \vec{y}_3 = (\dot{\theta}_{31} \vec{x}_1 - \dot{\theta}_{21} \vec{z}_0) \wedge \vec{y}_3 = \dot{\theta}_{31} \vec{z}_3 + \dot{\theta}_{21} \cos \theta_{31} \vec{x}_1 \\ \left[\frac{d\vec{x}_4}{dt} \right]_{(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)} &= \left[\frac{d\vec{x}_4}{dt} \right]_{(\vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)} + \overrightarrow{\Omega(4/0)} \wedge \vec{x}_4 = \vec{0} + \dot{\alpha} \vec{z}_0 \wedge \vec{x}_4 = \dot{\alpha} \vec{y}_4 \end{aligned}$$

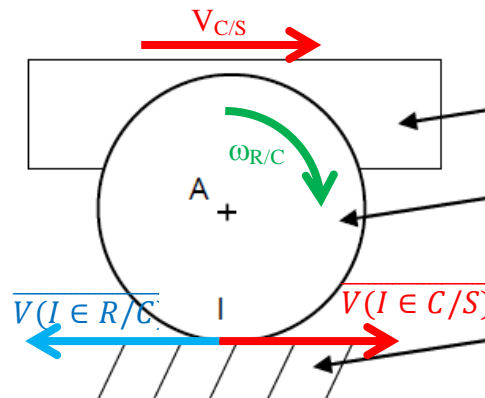
$$\mathbf{Q11} : \overrightarrow{V(I \in R/S)} = \vec{0} \text{ d'où } \overrightarrow{V(I \in R/C)} = \overrightarrow{V(I \in S/C)} = -\overrightarrow{V(I \in C/S)}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{V(A \in R/C)} + \overrightarrow{IA} \wedge \overrightarrow{\Omega(R/C)} = -V_{C/S} \vec{x}$$

$$r \vec{y} \wedge \omega_{R/C} \vec{z} = -V_{C/S} \vec{x}$$

$$r \omega_{R/C} = -V_{C/S} \quad (\text{signes cohérents})$$

modèle " $\mathbf{V} = R\omega$ " avec



Q12 : Lorsqu'un système en équilibre est soumis à deux glisseurs (force centrale en physique), les deux forces (ou résultantes des torseurs d'actions mécaniques) sont colinéaires, de même module et opposées en sens. La direction des forces est la droite qui passe par les points d'application des deux glisseurs.

Q13 : liaison cylindre-plan (linéaire rectiligne) d'axe (O, \vec{y}) et de normale \vec{x} :

$$\text{torseur des actions mécaniques en 3D} \begin{Bmatrix} X & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & N \end{Bmatrix}_{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}} \quad \text{en 2D (plan (y,z))} \begin{Bmatrix} - & 0 \\ 0 & - \\ 0 & - \end{Bmatrix}_{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}}$$

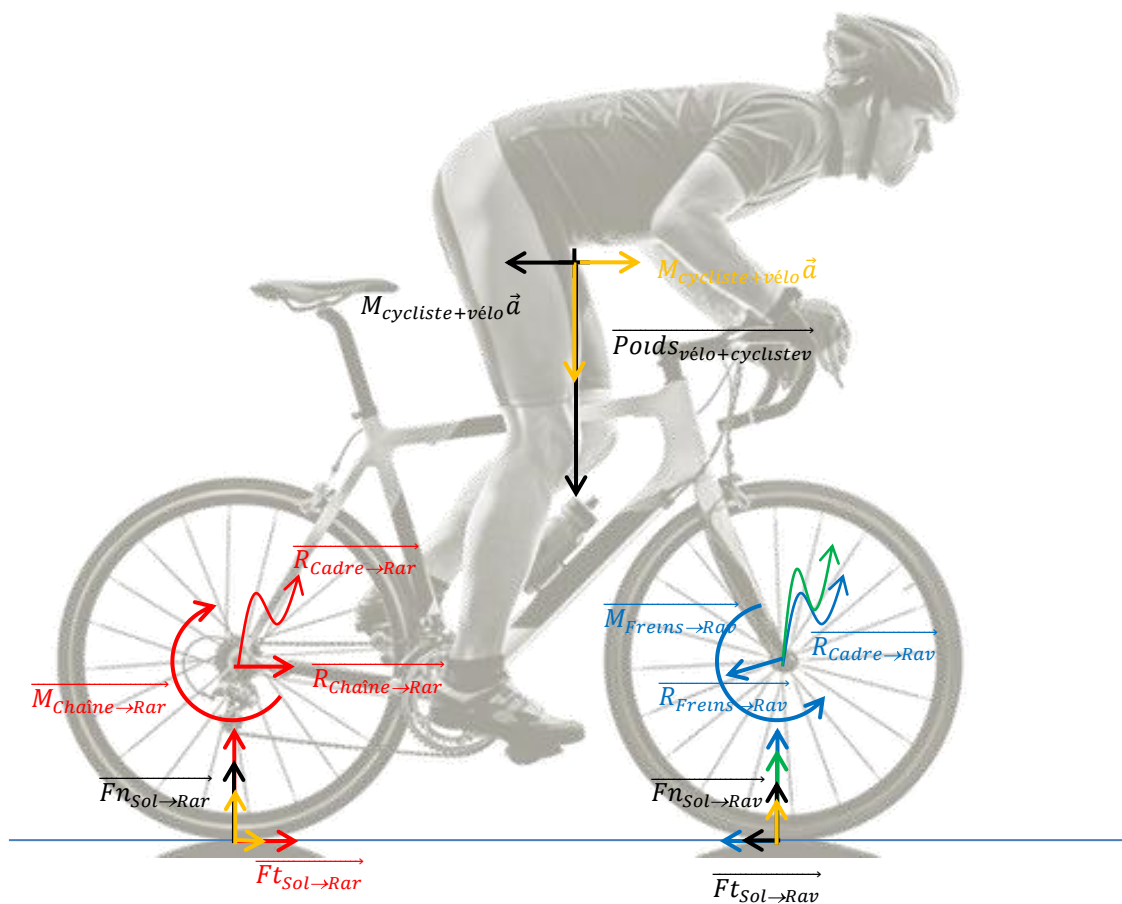
$$\text{torseur cinématique en 3D} \begin{Bmatrix} \omega_x & 0 \\ \omega_y & V_y \\ 0 & V_z \end{Bmatrix}_{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}} \quad \text{en 2D (plan (y,z))} \begin{Bmatrix} \omega_x & - \\ - & V_y \\ - & V_z \end{Bmatrix}_{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}}$$

Q14 : torseur des actions mécaniques en 3D : $T_{0 \rightarrow 1} = \begin{Bmatrix} X & 0 \\ -Y & 0 \\ 0 & N \end{Bmatrix}_{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}}$ avec $X \geq 0$ et $Y \geq 0$

adhérence : $|Y| \leq f|N|$ glissement : $Y = -fX$

Q15 : torseur des actions mécaniques en 3D : $\begin{Bmatrix} X & L \\ Y & M \\ Z & N \end{Bmatrix}_{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}}$ avec $L = -\frac{p}{2\pi} \cdot X$

Q16 :



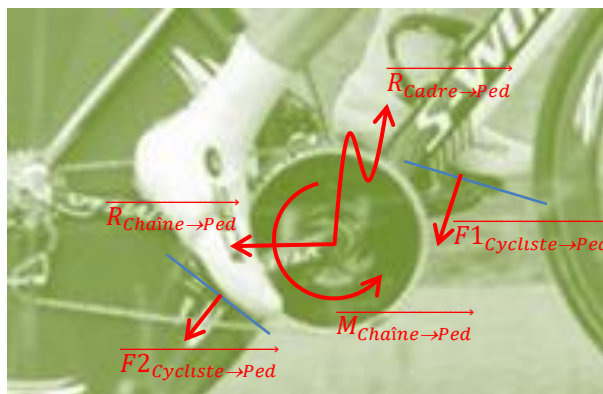
B.A.M.E. sur la roue arrière en phase d'accélération : Rouge

B.A.M.E. sur la roue avant en phase d'accélération : Vert

B.A.M.E. sur la roue avant en phase de freinage de la roue avant : Bleu

B.A.M.E. sur l'ensemble en phase de freinage de la roue avant : Noir

B.A.M.E. sur l'ensemble en phase d'accélération : Jaune



B.A.M.E. sur le pédalier en phase d'accélération : Rouge

Q17 :

Dans R_0 galiléen et en statique les effets dynamiques sont nuls.

- Isolement de $E_1 = 1 \cup 2 \cup 3 \cup 4$ et théorème du moment en O_1 en projection sur \vec{z}_1 :

$$\underbrace{\vec{M}(O_1, M_1 \rightarrow 1) \cdot \vec{z}_1}_{C_{m01}} + \underbrace{\vec{M}(O_1, 0 \rightarrow 1) \cdot \vec{z}_1}_{0 \text{ L parf}} + \underbrace{\vec{M}(O_1, 0 \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_1}_{\text{négligé}} + \vec{M}(O_1, \text{ext} \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_1 + \vec{M}(O_1, \text{pes} \rightarrow E_1) \cdot \vec{z}_1 = 0$$

- Isolement de $E_2 = 2 \cup 3 \cup 4$ et théorème du moment en O_1 en projection sur \vec{z}_2 :

$$\underbrace{\vec{M}(O_1, M_2 \rightarrow 2) \cdot \vec{z}_2}_{C_{m02}} + \underbrace{\vec{M}(O_1, 1 \rightarrow 2) \cdot \vec{z}_2}_{0 \text{ L parf}} + \underbrace{\vec{M}(O_1, 0 \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_2}_{\text{négligé}} + \vec{M}(O_1, \text{ext} \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_2 + \vec{M}(O_1, \text{pes} \rightarrow E_2) \cdot \vec{z}_2 = 0$$

- Isolement de $E_3 = 3 \cup 4$ et théorème du moment en O_1 en projection sur \vec{z}_3 :

$$\underbrace{\vec{M}(O_1, M_3 \rightarrow 3) \cdot \vec{z}_3}_{C_{m03}} + \underbrace{\vec{M}(O_1, 2 \rightarrow 3) \cdot \vec{z}_3}_{0 \text{ L parf}} + \underbrace{\vec{M}(O_1, 0 \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_3}_{\text{négligé}} + \vec{M}(O_1, \text{ext} \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_3 + \vec{M}(O_1, \text{pes} \rightarrow E_3) \cdot \vec{z}_3 = 0$$

- Isolement de 4 et théorème de la résultante en projection sur \vec{z}_3 :

$$\underbrace{\vec{R}(M_4 \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_3}_{F_{m34}} + \underbrace{\vec{R}(3 \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_3}_0 + \underbrace{\vec{R}(0 \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_3}_{\text{négligé}} + \vec{R}(\text{ext} \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_3 + \vec{R}(\text{pes} \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_3 = 0$$