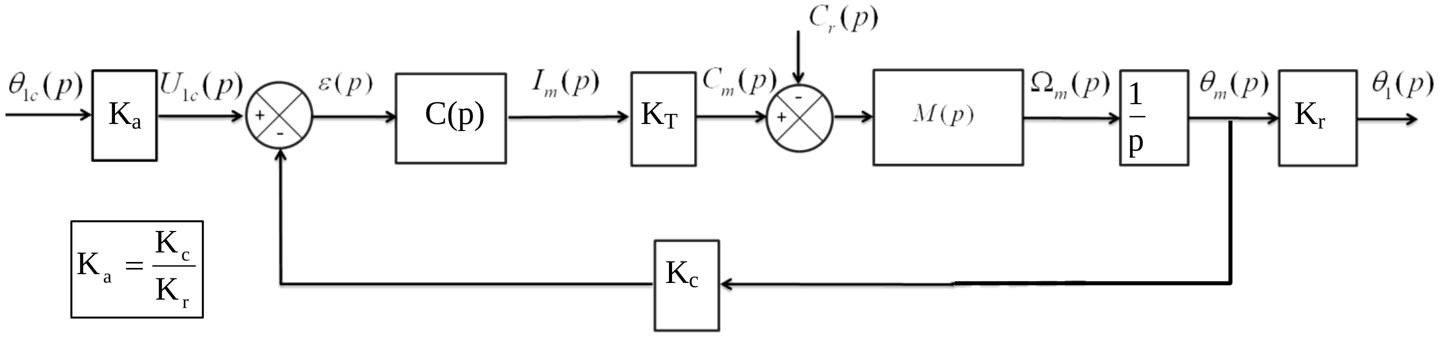
Problème 6 : Micromanipulateur pour chirurgie endoscopique (mines mp 2016)

Q1 :



Q2 :

- L'effet de la pesanteur : dépend de la position.
- Les actions dues aux frottements dans les liaisons : dépendent de l'intensité des actions de liaison.

Q3 : $\Delta\theta_m = \dfrac{2\pi}{\text{N impulsions}}$ et $\Delta\theta_1 = K_r.\Delta\theta_m = \dfrac{360\times 1}{2048\times 66}$

$\boxed{\text{Précision de mesure : } 2{,}66.10^{-3} \text{ deg} < 10^{-2} \text{ deg} \qquad \text{Conclusion : convenable.}}$

Q4 : Transmission par courroie inextensibles et sans glissement : $\omega_e = \dfrac{R_i}{R_e}.\omega_i = \dfrac{R_i}{R_e}.r.\omega_m$

RSG en I_i : $\vec{V}(Ii,4/g_i) = \vec{0}$ $\quad \vec{V}(Ii,4/0) = v(t)\,\vec{z}_0 = \vec{V}(I_i, g_i/0) = -R_g\,\vec{y}_0 \wedge \omega_e\,\vec{x}_0 = R_g.\omega_e\,\vec{z}_0$

$\boxed{v(t) = R_g.\dfrac{R_i}{R_e}.r.\omega_m(t)}$ $\qquad \boxed{z(t) = R_g.\dfrac{R_i}{R_e}.r.\theta_m(t)}$ en supposant les CI nulles

Q5 : $E_c(E/0) = \dfrac{1}{2}\left(I_m\omega_m^2 + I_r\omega_i^2 + I_i\omega_i^2 + I_e\omega_e^2 + 2I_p\omega_e^2 + 6I_g\omega_e^2 + m_4.v^2\right)$

$$\boxed{J_{eq} = I_m + r^2(I_r + I_i) + (I_e + 2I_p + 6I_g)\frac{r^2R_i^2}{R_e^2} + m_4.\frac{r^2R_i^2.R_g^2}{R_e^2}}$$

Q6 : Isolement de $E = 4 \cup \text{galets} \cup \text{pignons} \cup \text{poulies} \cup \text{rotor}$

Puissance extérieures :

- $P(res \to 4/0) = -k.z\,\vec{z}_0.v\,\vec{z}_0 = -k.z.v$
- $P(stator \to rotor/0) = C_m.\omega_m$
- $P(pes \to 4/0) = -m_4.g\,\vec{z}_0.v\,\vec{z}_0 = -m_4.g.v$
- $P(pes \to \text{autres pièces}/0) = 0$ car $\vec{V}(G_{\text{pièce}}/0) = \vec{0}$

Puissance intérieures nulles car les liaisons sont énergétiquement parfaites.

Q7 : On applique le théorème de l'énergie puissance à l'ensemble des pièces en mouvement par rapport à 0 :

$$P(res \to 4/0) + P(stator \to rotor/0) + P(pes \to E/0) + P_{\text{intéieures}} = \frac{dE_c(E/0)}{dt}$$

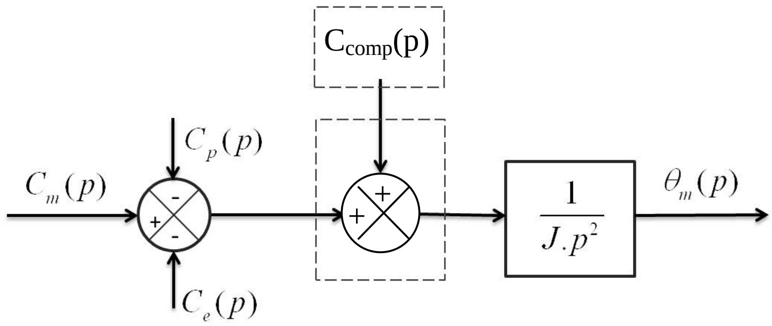
d'où : $-k.z.v - M.g.v + C_m\omega_m = J.\omega_m.\dfrac{d\omega_m}{dt}$

En utilisant les relations $v(t) = R_g.\dfrac{R_i}{R_e}.r.\omega_m(t)$ et $z(t) = R_g.\dfrac{R_i}{R_e}.r.\theta_m(t)$ trouvées en 8 on obtient :

$$-\left(R_g.\frac{R_i}{R_e}.r\right)^2.k.\theta_m - R_g.\frac{R_i}{R_e}.r.M.g + C_m = J.\frac{d\omega_m}{dt}$$ et par identification :

$$\boxed{C_e(t) = \left(R_g.\frac{R_i}{R_e}.r\right)^2.k.\theta_m(t)} \quad \boxed{C_p(t) = R_g.\frac{R_i}{R_e}.r.m_4.g}$$

Q8 :



Q9 : $\boxed{H_1(p) = \frac{1}{J.p}}$ $\boxed{H_2(p) = \frac{1}{p}}$ $\boxed{H_3(p) = K_{c\theta}}$

Q10 :

$$H_{BF}(p) = \frac{C_e(p)}{C_c(p)} = \frac{H_{cor}(p).H_1.H_2.H_3}{1+H_1.H_2.H_3}.\frac{1}{1+\dfrac{H_{cor}(p).H_1.H_2.H_3}{1+H_1.H_2.H_3}} = \frac{H_{cor}(p).H_1.H_2.H_3}{1+H_1.H_2.H_3+H_{cor}(p).H_1.H_2.H_3}$$

$$= \frac{K_{c\theta}}{Jp^2}.\frac{1}{1+2\dfrac{K_{c\theta}}{Jp^2}} = \frac{K_{c\theta}}{2K_{c\theta}+Jp^2}$$

La fonction de transfert est d'ordre 2 sans terme en p donc avec un amortissement nul.
La réponse à un échelon d'amplitude C_0 sera une sinusoïde d'amplitude C_0 et de moyenne $C_0/2$.

$$H_{BF}(p) = \frac{1/2}{1+\dfrac{J}{2K_{c\theta}}p^2}$$

Q11 : $$G(p) = \frac{C_e(p)}{C_m(p)} = \frac{H_1.H_2.H_3}{1+H_1.B}\frac{1}{1+\dfrac{H_1.H_2.H_3}{1+H_1.B}} = \frac{H_1.H_2.H_3}{1+H_1.B+H_1.H_2.H_3}$$

$$G(p) = \frac{K_{c\theta}}{Jp^2}.\frac{1}{1+\dfrac{B}{Jp}+\dfrac{K_{c\theta}}{Jp^2}} = \frac{K_{c\theta}}{K_{c\theta}+Bp+Jp^2}$$

$$\boxed{G(p) = \frac{1}{1+\dfrac{B}{K_{c\theta}}p+\dfrac{J}{K_{c\theta}}p^2}}$$

Q12 : On veut que le dénominateur de G(p) ait une racine double. Il faut donc que : $\frac{B^2}{K_{c\theta}^2} - 4.\frac{J}{K_{c\theta}} = 0$ soit

$B = 2\sqrt{J.K_{c\theta}}$ On a alors les pôles : $pi = -\frac{B}{2J} = -\sqrt{\frac{K_{c\theta}}{J}}$ et $\tau = -\frac{1}{pi} = \sqrt{\frac{J}{K_{c\theta}}}$

$$\boxed{B = 2\sqrt{J.K_{c\theta}}} \quad \boxed{\tau = \sqrt{\frac{J}{K_{c\theta}}}}$$

Q13 : $\varepsilon(p) = \dfrac{C_c(p)}{1+\dfrac{K_i(1+T_i.p)}{T_i.p(1+\tau p)^2}}$ et $C_c(p) = \dfrac{C_{c0}}{p}$ d'où $\varepsilon(\infty) = \lim\limits_{p\to 0} p\varepsilon(p) = \lim\limits_{p\to 0}\dfrac{C_{c0}}{1+\dfrac{K_i}{T_i.p}} = 0$ Nm

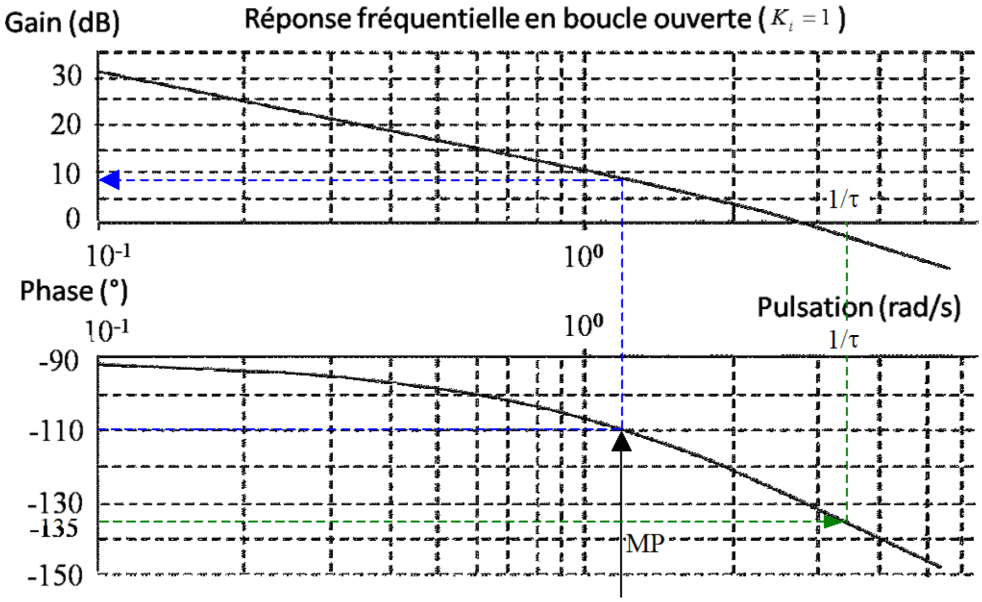
Conforme à l'exigence 1.2.1.1 : erreur statique nulle.

Q14 : en prenant $T_i = \tau$ on compense une partie du dénominateur et la ftbo sera d'ordre 2 ainsi que la ftbf :

$$\textbf{Q15 :}\ FTBO(p) = \frac{K_i}{T_i.p(1+\tau p)} \quad \text{ET} \quad FTBF(p) = \frac{K_i}{T_i.p(1+\tau p)+K_i} = \frac{1}{1+\frac{T_i}{K_i}p+\frac{T_i.\tau}{K_i}p^2} = \frac{1}{1+\frac{\tau}{K_i}p+\frac{\tau^2}{K_i}p^2}$$

$$\Rightarrow \omega_0 = \frac{\sqrt{K_i}}{\tau} \quad \text{et} \quad \xi = \frac{\omega_0}{2}.\frac{\tau}{K_i} = \frac{1}{2\sqrt{K_i}}$$

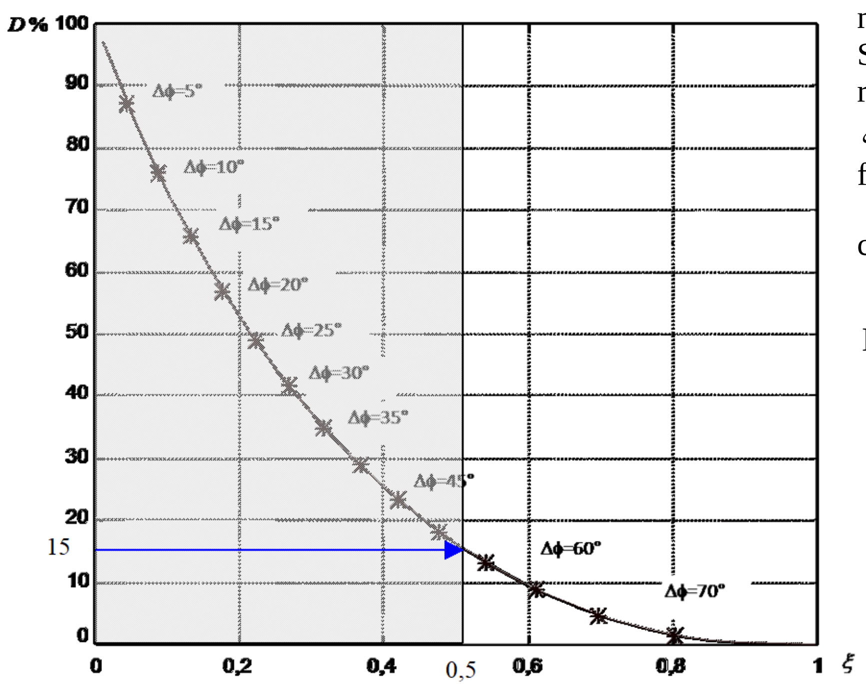
- Marge de gain
  Système du second ordre avec gain positif et tous les signes du dénominateur positifs donc marge de gain infinie.
- Marge de phase



Pour avoir $MP \geq 70°$ il faut abaisser la courbe de gain de 8dB. Soit prendre $K_i = \lambda.K_{i\,init}$ avec $20Log(\lambda) \leq -8dB$ soit $\lambda \leq 10^{-0,4}$ et $\boxed{K_i \leq 10^{-0,4} \times 1 = 0,4}$.

- Dépassement

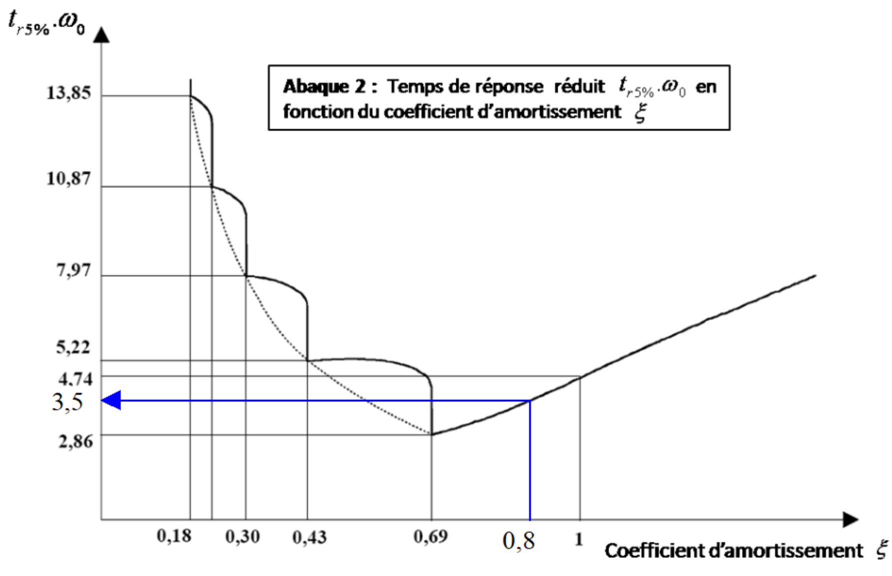
Abaque 1 : Premier dépassement *D%* en régime indiciel en boucle fermée pour un système du second ordre en fonction du coefficient d'amortissement ξ (sur la courbe figure la marge de phase en boucle ouverte Δϕ en astérisque)



Pour avoir $D\% \leq 15\%$ il faut $\xi \geq 0,5$
Cependant, on trouve sur ce diagramme qu'il faut avoir $\xi \geq 0,8$ pour avoir une marge de phase de 70°.
Si on souhaite obtenir le temps de réponse à 5% le plus rapide, comme $\xi \geq 0,8 > 0,7$, il faut prendre ξ le plus faible possible. Cela impose $\boxed{\xi = 0,8}$ et comme $\xi = \frac{1}{2\sqrt{K_i}}$ on a alors

$$K_i = \frac{1}{4\xi^2} = 0,4.$$

- Temps de réponse

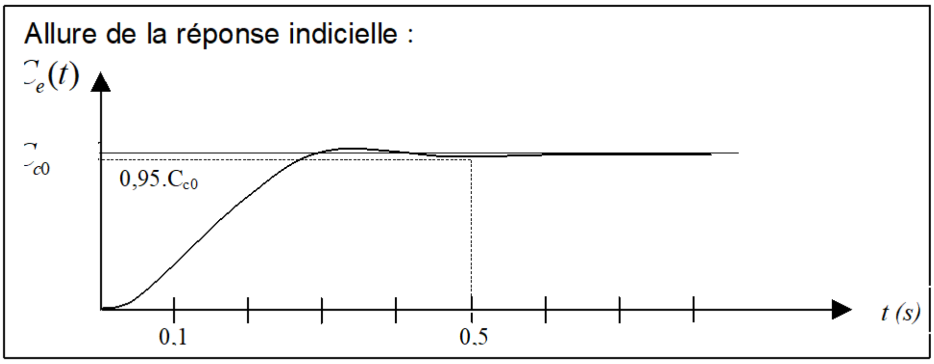


Pour $\xi = 0{,}8$, la lecture de l'abaque donne donc $t_{R5\%}.\omega_0 \geq 3{,}5$ et avec $t_{R5\%} \leq 0{,}5\text{s}$ on a $\boxed{\omega_0 \geq 7\text{rad/s}}$

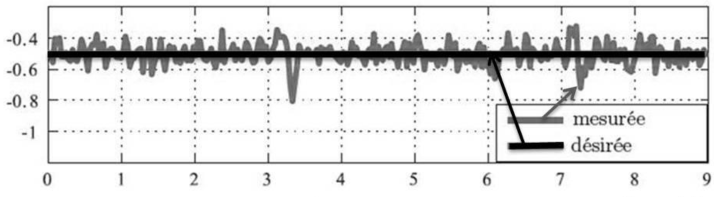
Il faut donc prendre $\boxed{K_i = 0{,}4}$.

Q16 :

Critère	Valeur
Marges de stabilité	≥ 70°
Dépassement	≈ 2%
Tr5%	< 0,5 s
Erreur statique en réponse à un échelon	0

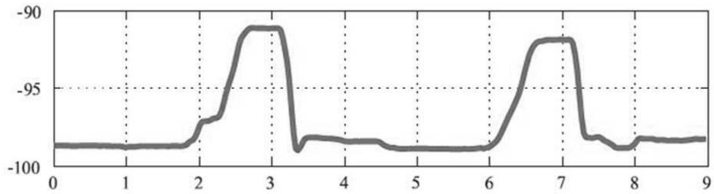


Q17 : La variation d'effort est au maximum de 0,3 N < 0,5 N (exigence 1.2.1.5 respectée).
La position est de période 4 s qui correspond bien à 0,25 Hz. Les pics de perturbation de l'effort correspondent à l'expiration. La position n'est pas asservie (asservissement en effort).



(a) Force de contact $\vec{R}_{ext\rightarrow 4}$ mesurée et désirée

Q 18 : L'abdomen du patient sur lequel est fixé le robot a été supposé rigide et ainsi le repère associe au solide (0) du robot supposé galiléen. On voit que le mouvement de l'abdomen a un effet non négligeable sur l'effort de l'extérieur sur 4 et donc que l'hypothèse n'est pas valide



(b) Position z (mm) de l'instrument (4)