

DS N°1

Aucun document autorisé

Calculatrices autorisées

Durée 4 heures

Le devoir comporte trois problèmes extraits de sujets de concours

Problème N°1 : Roue autonome ezwheel (extrait ccp mp 13)

I. présentation

I.1. La roue autonome

Ez-Wheel SAS est une entreprise française de technologie innovante fondée en 2009. Elle propose une gamme de roues électriques "clé en main", 100% intégrées. La roue autonome ez-Wheel (prononcer "easy- wheel") propose une solution simple pour tracter des équipements de manutention et de transport de charges, des véhicules légers et matériels médicaux. L'avantage de la solution ez-Wheel est d'être adaptable à la majorité des produits roulants qui existent sur le marché. Les dimensions et l'interface mécanique standardisées permettent une installation simple et immédiate. Le stator de la roue ez-Wheel est fixé sur le châssis de l'engin à déplacer et son rotor est assemblé directement sur sa roue.

La solution intègre, au sein d'une roue, tous les composants nécessaires à la traction : la motorisation électrique, des batteries haute énergie de très longue durée de vie, un contrôleur de puissance assurant un pilotage optimal et la gestion de la batterie ainsi qu'une interface de commande sans fil. La transmission de l'énergie est réalisée par un variateur (incorporé à la carte de commande), un moteur brushless, puis un réducteur (figure2).

I.2. Mise en situation

Nous nous proposons, dans ce sujet, d'étudier l'implantation de la roue autonome sur un fauteuil roulant (figure2). Pour ce genre d'application, où il est nécessaire de mettre en place deux roues autonomes sur le fauteuil, la commande des roues n'est pas aussi simple que pour des applications à une seule roue. En effet, en plus de gérer le mouvement d'avance du fauteuil, il faut également gérer ses changements de direction. Les deux ez-Wheel étant implantées sur chacune des deux roues arrière, le pilotage des deux roues est lié afin de maîtriser la direction du fauteuil. Chacune des deux roues est alors asservie par l'intermédiaire de capteurs mesurant la vitesse de rotation de l'arbre du moteur brushless.

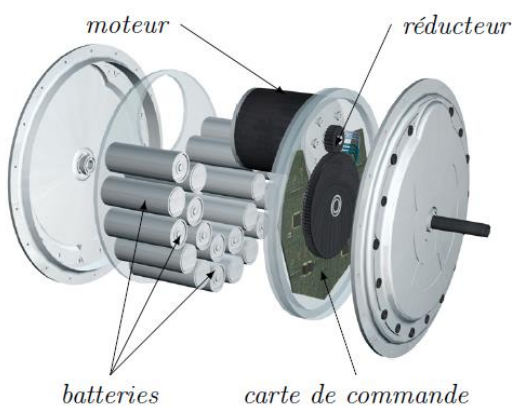


Figure 1 : Principaux éléments d'une roue ez-Wheel



Figure 2 : Prototype de fauteuil roulant équipé de deux ez-Wheel

II. présentation fonctionnelle et technique

Le tableau 1 ci-dessous est un extrait du cahier des charges dans la phase de vie d'utilisation du produit. Il donne la caractérisation des exigences fonctionnelles principales attendues de la roue ez-wheel.

Repère	Expression	Critères	Valeurs
Ex1	Permettre à l'utilisateur de se déplacer par rapport au sol	Vitesse en ligne droite ($\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$)	≤ 6
		Rayon de courbure (m)	$0 \leq \rho \leq \infty$
		Stabilité (pour une ez-Wheel)	
		• marge de phase (°)	≥ 45
		• marge de gain (dB)	≥ 15
		Précision	
Ex2	Recevoir les commandes de l'utilisateur	• erreur statique pour une vitesse de consigne V_{cons} (%) en ligne droite	± 10
		• erreur statique pour un rayon de consigne ρ_{cons} (%)	± 3
Ex3	S'adapter au sol	Dépassement sur la vitesse	Aucun
		Rapidité : temps de réponse à 5 % du fauteuil pour chaque consigne (s)	$\leq 0,3$
Ex4	Franchir les obstacles	Coefficient de frottement béton sec/pneu	$0,75 \leq f \leq 0,85$
Ex5	Respecter les normes	Coefficient de frottement béton mouillé/pneu	$f = 0,45$
Ex6	Etre autonome en énergie électrique	Inclinaison du sol (%)	≤ 12
Ex7	Se recharger en énergie électrique	Hauteur d'une bordure (cm)	≤ 14
Ex8	Respecter l'environnement	ISO 7176-2:2001	
Ex9	Résister à l'environnement	Autonomie (heures)	≥ 24
		Raccord au secteur EDF	
		(Non étudié dans le sujet)	
		Etanchéité	

Tableau 1 : extrait du cahier des charges

III. Etude de l'exigence 3 : « s'adapter au sol »

Les différentes normes relatives à l'accessibilité des espaces publics aux personnes à mobilité réduite imposent certaines réalisations au niveau des accès des bâtiments. Les escaliers, infranchissables pour une personne en fauteuil roulant, doivent être remplacés ou complétés par des rampes d'accès. Comme l'indique la figure 3, extraite des textes normatifs, ces rampes peuvent avoir une pente maximale de 12% (soit environ 6,8°).

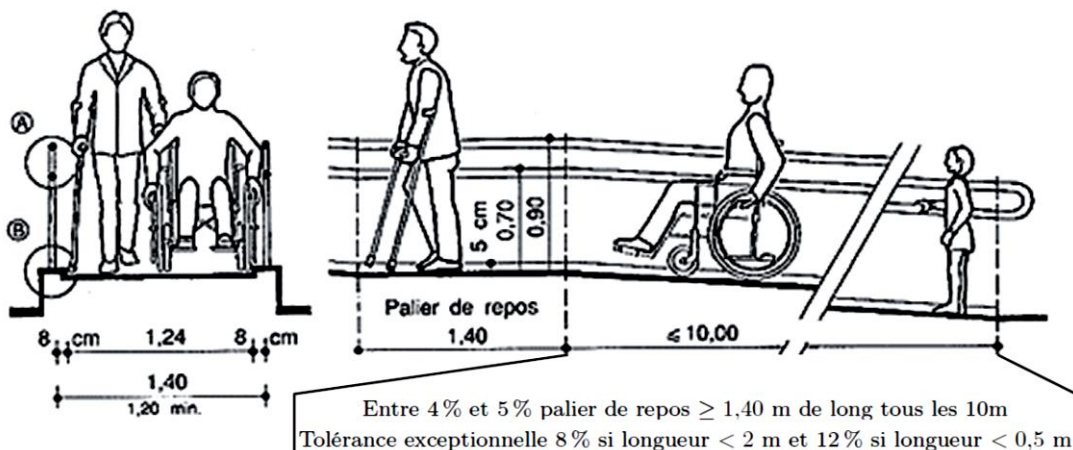


Figure 3 : Illustration des normes relatives aux accès des bâtiments pour les personnes à mobilité réduite

La figure 4, donne les dimensions du fauteuil motorisé et la figure 5, le paramétrage de l'étude en phase de montée d'une pente.

Les hypothèses d'étude de cette partie sont :

- le référentiel $R_0 (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, lié au sol, est supposé galiléen ;
- le fauteuil se déplace en ligne droite dans une phase de montée. Le problème est considéré comme un problème plan ;
- le référentiel $R_f (O_f, \vec{x}_f, \vec{y}_f, \vec{z}_f)$ est lié au fauteuil avec $\vec{y}_0 = \vec{y}_f$;
- $\vec{g} = -g \vec{z}_0$ est l'action de la pesanteur avec $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$;
- le vecteur position du fauteuil est $\vec{OO}_f = x(t) \vec{x}_f + R \vec{z}_f$;
- chaque motoréducteur fournit le même couple, noté C_{red} (chacun peut fournir 70 Nm au maximum) ;
- on supposera que le problème est équivalent à un seul moteur qui fournit un couple $2 C_{red}$ sur une seule roue arrière ;
- l'ensemble $S = \{\text{fauteuil} + \text{roues motorisées} + \text{utilisateur}\}$ a une masse $M_S = 150 \text{ kg}$, son centre d'inertie est G ; le contact roues arrière/sol modélisé par une liaison ponctuelle se fait avec frottement, on note f le coefficient de frottement ;
- le contact roues avant/sol est modélisé par une liaison ponctuelle ;
- l'inertie des roues et celle du motoréducteur sont négligées ;
- l'inertie des roues étant faible devant les autres inerties, l'effort tangentiel (suivant $\vec{x}_f$) du sol sur les roues avant sera négligé (se démontre par l'application du TMD au centre des roues avant) ;
- les roues arrière sont en liaison pivot d'axe $(O_f, \vec{y}_f)$ par rapport au châssis du fauteuil ;
- les roues avant sont en liaison pivot d'axe $(A, \vec{y}_f)$ par rapport au châssis du fauteuil ;
- les liaisons autres que les liaisons roue/sol sont considérées comme parfaites.

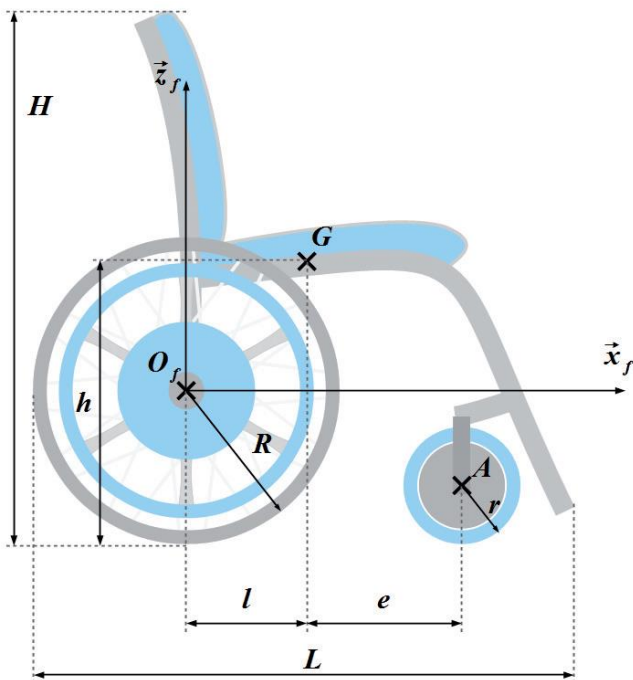


Figure 4 : Dimensions d'un fauteuil équipé de deux roues ez-Wheel

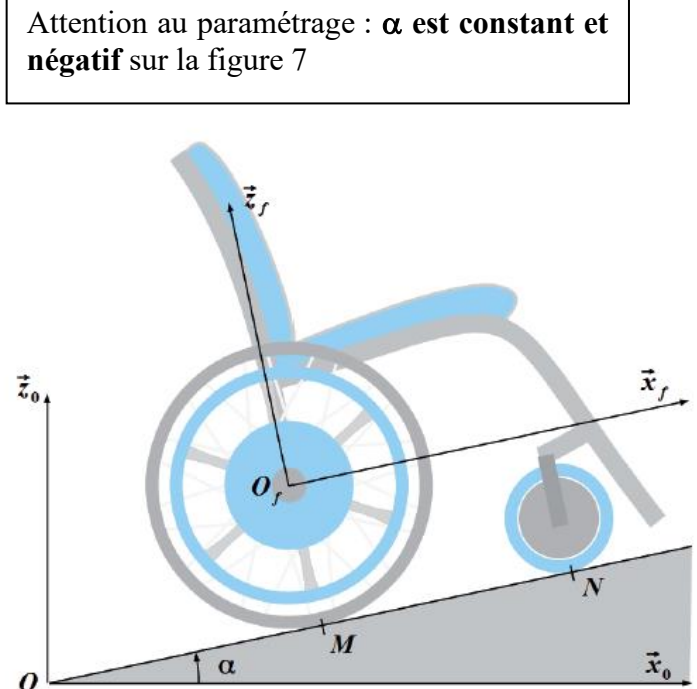


Figure 5 : Paramétrage de l'étude en phase de montée d'une pente **constante**

Les dimensions du fauteuil sont celles d'un fauteuil classique : $e = 400 \text{ mm}$ $h = 600 \text{ mm}$ $H = 1000 \text{ mm}$
 $l = 200 \text{ mm}$ $L = 1300 \text{ mm}$ $r = 150 \text{ mm}$ $R = 400 \text{ mm}$

Le torseur des actions mécaniques transmissibles par le solide i sur le solide j , réduit au point A et exprimé dans le repère R , sera noté :

$$\{T_{i \rightarrow j}\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_{(i \rightarrow j)}} \\ \overrightarrow{M_{(A, i \rightarrow j)}} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{cc} X_A & L_A \\ Y_A & M_A \\ Z_A & N_A \end{array} \right\}_{A,R}$$

- Q1.** Donner les expressions des torseurs des actions mécaniques transmissibles en faisant apparaître les composantes nulles et le repère choisi :
- du sol sur le fauteuil au niveau des roues avant $\{T_{sol \rightarrow \text{roue avant}}\}$ au point N . Justifier que la composante tangentielle de la résultante est nulle.
 - du sol sur le fauteuil au niveau des roues arrière $\{T_{sol \rightarrow \text{roue arrière}}\}$ au point M ,
 - du poids sur le fauteuil $\{T_{poids \rightarrow \text{fauteuil}}\}$ au point G .
- Q2.** Justifier soigneusement que le moment dynamique de l'ensemble S par rapport au référentiel R_0 au point G noté $\vec{\delta}(G, S/R_0)$ est nul. Vous serez amené à introduire les masses des roues (notées m_R et m_r pour les roues respectivement arrière et avant) ainsi que le centre de gravité du fauteuil avec l'utilisateur sans les roues qu'on supposera confondu avec G .
- Q3.** Ecrire les trois équations scalaires issues du principe fondamental de la dynamique appliqué à l'ensemble S en projection dans R_f au point G .

Pour les questions **Q4** à **Q7**, on suppose que le contact roue arrière/sol se fait à la limite du glissement.

- Q4.** En déduire l'accélération maximale du fauteuil $\ddot{x}(t)$ pour être à la limite du glissement. Faire l'application numérique pour une pente de béton mouillé de 12 % ($f = 0,45$).
- Q5.** En appliquant le théorème du moment dynamique à la roue arrière, déterminer l'expression du couple moteur C_{red} en fonction de l'accélération $\ddot{x}(t)$. Faire l'application numérique dans les conditions de limite de glissement.
- Q6.** Comparer avec la valeur du couple motoréducteur du constructeur et justifier ce choix. Déterminer l'expression littérale puis la valeur numérique de l'action mécanique du sol sur la roue avant. Conclure.

On suppose, pour la question suivante, que le contact entre les roues arrière et le sol se fait toujours avec frottement mais qu'il n'est plus à la limite de glissement. On suppose, de plus, que le couple motoréducteur est de 70Nm sur chacune des roues.

- Q7.** Calculer l'accélération du fauteuil. Les motoréducteurs, mis en place sur le fauteuil, permettent-ils de respecter les normes d'accès au bâtiment ? Le fauteuil risque-t-il de basculer ? Conclure sur l'étude menée.

Problème N°2 : Robot Lola (extrait Mines mp 2015)

I. Présentation

Le développement de robots à forme humaine est en croissance constante depuis quelques dizaines d'années. En robotique, il est difficile d'affirmer que tous les robots remplaçant l'homme dans ses tâches doivent être de forme humaine. Les véhicules autonomes, par exemple, ne sont pas anthropomorphes. Les tâches auxquelles sont destinées les robots définissent leur forme idéale. Si nous souhaitons un jour que les robots remplacent l'homme dans ses tâches ennuyeuses, ils devront s'intégrer au mieux à notre société, à notre environnement et à notre ergonomie.

Le robot humanoïde LOLA (figure 1), développé par l'Université de Munich, est un robot de forme humaine conçu pour un mode de marche rapide. LOLA possède une structure à 25 degrés de liberté lui permettant une flexibilité accrue. Chaque jambe possède 7 degrés de liberté, le haut du corps 8 et la tête 3.

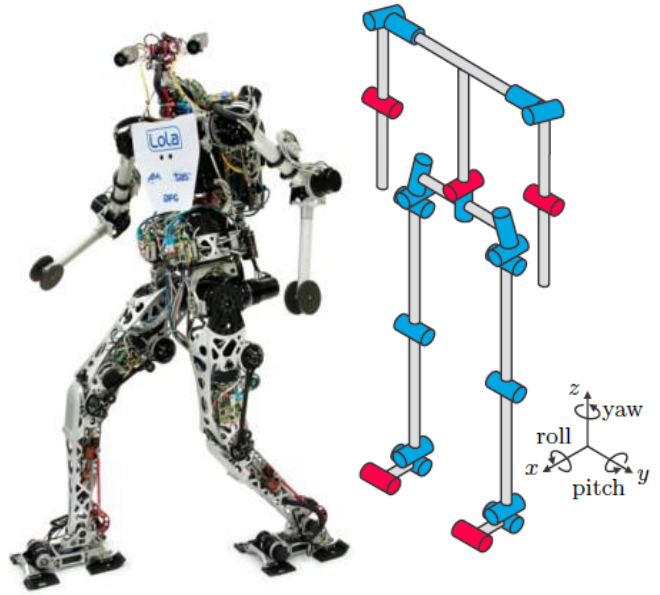


Figure 1 : le robot humanoïde LOLA et sa structure cinématique

Le robot est équipé d'une caméra stéréoscopique haute définition afin de percevoir son environnement, d'une centrale inertielle équipée de 3 gyroscopes et de 3 accéléromètres. Chaque articulation possède un codeur angulaire absolu et chaque pied est muni d'un capteur d'effort 6 axes permettant d'obtenir l'effort de contact avec le sol.

Les caractéristiques techniques de LOLA sont données dans le tableau suivant :

Caractéristiques	Valeurs
Hauteur	180 cm
Masse	55 kg
Nombre de degrés de liberté	25
Vitesse de marche	5 km.h ⁻¹ maxi
Hauteur du centre de gravité	105 cm

Tableau 1 : caractéristiques principales du robot

L'objectif de l'étude proposée est de justifier en partie le respect du cahier des charges. Elle se décomposera en 2 parties : l'étude de la stabilité du robot bipède et la mesure de l'effort de contact avec le sol

II. Stabilité du robot

Par définition, le robot humanoïde bipède s'appuie sur ses deux jambes. Comme tout système de solides en équilibre statique, LOLA est à l'équilibre si la projection de son centre de gravité sur le sol est contenue dans le polygone de sustentation qui est tracé en rouge autour de ses deux pieds sur la figure 2. Lorsque le robot marche, il y a une phase où il n'est en appui que sur un seul pied. Dans ce cas, le polygone de sustentation est réduit à un seul pied.

L'objectif de cette partie est de trouver à quelle condition le maintien du contact sur le sol est possible lorsque le robot marche et si l'accélération est compatible avec le cahier des charges, dont un extrait est donné ci-après.



Figure 2 : polygone de sustentation sur deux pieds

Exigence 1.3 : Le robot ne doit pas basculer lors de la marche**Description :** La position du ZMP* reste dans le polygone de sustentation

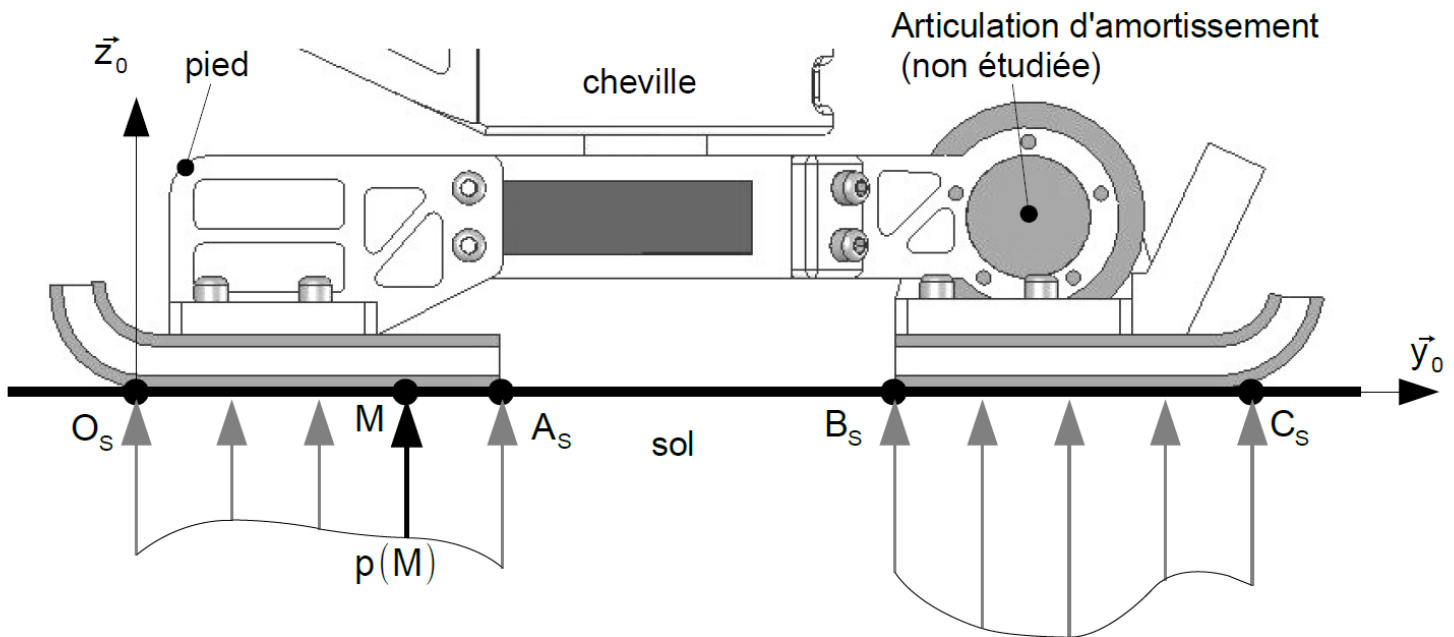
* : défini dans la suite

Exigence 1.1 : Le robot doit pouvoir atteindre les performances cibles

Sous-exigence	Description
Id=1.1.4	La longueur d'une foulée est de 150 cm au maximum
Id=1.1.3	Le robot peut accélérer jusqu'à $1,39\text{m.s}^{-2}$

Tableau 2 : extrait du diagramme d'exigences

Le contact du pied sur le sol est modélisé sans frottement sur la figure 3.

**Figure 3 :** modélisation du contact entre le pied et le sol**II.1. Modélisation de l'effort de contact entre le sol et le robot.**

Sous la semelle du robot, la pression de contact avec le sol est supposée répartie de manière uniforme transversalement (suivant la direction $\vec{x}_0$). Le problème se ramène donc à une répartition linéique de pression sur les deux segments de contact $[O_s ; A_s]$ et $[B_s ; C_s]$. En chaque point M (d'ordonnée y) de ces segments, la densité d'efforts de contact est $p(M) \vec{z}_0$, avec $p(M)$ en N.m^{-2} . On notera que si le robot n'est pas équipé de semelles magnétiques ou adhésives, on a $p(M) > 0$. Ainsi, en notant b la largeur de la semelle suivant $\vec{x}_0$ et $\Sigma = [O_s, A_s] \cup [B_s, C_s]$, le modèle global d'action mécanique de contact du sol sur le pied peut être donné par le torseur exprimé en O_s :

$$\{T_{\text{sol} \rightarrow \text{pied}}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{\text{sol} \rightarrow \text{pied}} = b \int_{(M \in \Sigma)} p(M) \vec{z}_0 dy \\ \vec{M}(O_s, \text{sol} \rightarrow \text{pied}) = b \int_{(M \in \Sigma)} \overrightarrow{O_s M} \wedge p(M) \vec{z}_0 dy \end{array} \right\}$$

Q1. Montrer que $\{T_{\text{sol} \rightarrow \text{pied}}\}$ est un glisseur (on pourra s'intéresser à l'automoment de ce torseur c'est-à-dire le double du produit scalaire de la résultante par le moment du torseur).

Soit H_s le point de la droite $(O_s, \vec{y}_0)$ tel que $\vec{M}_{(H_s, \text{sol} \rightarrow \text{pied})} = \vec{0}$, on notera $\overrightarrow{O_s H_s} = Y_{H_s} \vec{y}_0$. Ce point est fondamental en robotique humanoïde, il prend le nom de Zero Moment Point (ZMP) : de l'anglais « point de moment nul ».

Q2. Montrer que $H_s \in [O_s; C_s]$, c'est à-dire qu'il est situé sous le pied du robot.

Q3. Donner la forme du torseur $\{T_{sol \rightarrow pied}\}$ dans le cas d'un contact avec frottement dans le plan sagittal (c'est-à-dire que la densité d'efforts de contact est $p(M) \vec{z}_0 + t(M) \vec{y}_0$). Montrer que les résultats des questions 1 et 2 sont inchangés.

II.2. Établissement de la condition de non-bascullement.

Considérons le robot en marche avec le torse ayant un mouvement de translation vers l'avant (suivant $+\vec{y}_0$). Le robot est toujours dans la phase d'appui d'un seul pied sur le sol, via une des deux jambes notées (2).

Données et paramètres :

Torse (1) :

- masse m_1 , accélération de la pesanteur : $\vec{g} = -g \vec{z}_0$ avec $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$;
- centre de gravité : G, tel que $\vec{O_s G} = Y_G(t) \vec{y}_0 + Z_G(t) \vec{z}_0$;
- le torse est supposé en mouvement de translation rectiligne, de direction $\vec{y}_0$ par rapport au sol, on a le torseur cinématique suivant :

$$\{V_{1/sol}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ \frac{dY_G}{dt} \vec{y}_0 \end{array} \right\}_G$$

Jambes avec les pieds (2) :

Masses et inerties négligeables dans cette phase.

N.B. : le pied d'appui est sans mouvement par rapport au sol.

L'action mécanique du sol sur la semelle du pied est modélisée par le glisseur $\{T_{sol \rightarrow pied}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_{sol \rightarrow pied} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{H_s}$:

où :

- H_s est le ZMP, point mis en évidence à la question 2 tel que $\vec{O_s H_s} = Y_{H_s} \vec{y}_0$
- $\vec{R}_{sol \rightarrow pied} = N_{sol \rightarrow pied} \vec{z}_0 + T_{sol \rightarrow pied} \vec{y}_0$, avec à la limite du glissement $|T_{sol \rightarrow pied}| = \mu |N_{sol \rightarrow pied}|$ où μ est le facteur de frottement du contact sol / semelle.

Le principe fondamental de la dynamique, appliqué à l'ensemble $E=1 \cup 2$ dans le cas de ce mouvement de translation donne l'équation torsielle suivante :

$$\{T_{actions \text{ méca extérieures à } E \rightarrow E}\} = \left\{ \begin{array}{c} m_1 \ddot{Y}_G(t) \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_G$$

Q4. Justifier l'expression du torseur dynamique précédent et en projetant les trois équations issues du principe fondamental de la dynamique appliqué à l'ensemble $E=1 \cup 2$, retrouver la condition de non basculement dite de stabilité : $Y_{H_s}(t) = Y_G(t) - \frac{Z_G}{g} \ddot{Y}_G(t)$

Conformément au résultat de la question 2, le calculateur du robot contrôle en permanence la position du point H_s (ZMP) : s'il est positionné à l'intérieur du segment $[O_s ; C_s]$, le robot ne bascule pas. On appelle foulée, la longueur entre deux emplacements successifs d'appui du même pied. Lors du premier pas, le centre de gravité se

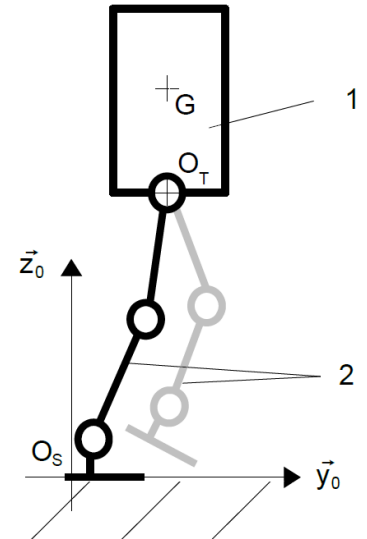


Figure 4 : modélisation du robot en marche

déplace de sorte que $Y_G \in [-\text{foulée}/4 ; + \text{foulée}/4]$, car pour une accélération constante, les deux pas qui constituent une foulée sont de même longueur.

Le cahier des charges stipule qu'à partir de la station immobile, le robot doit atteindre la vitesse cible de

5 km.h^{-1} en une seconde, avec une accélération constante du centre de gravité $\ddot{Y}_G = 1.39 \text{ m.s}^{-2}$. On rappelle que $Z_G = 105 \text{ cm}$.

Q5. Sachant que la longueur de la semelle du robot $[O_s ; C_s]$ est $L = 300 \text{ mm}$, déterminer la longueur de la première foulée du robot qui garantit la condition de non-basculement. Est-ce compatible avec le cahier des charges ?

Q6. Dans le cas d'un sol relativement glissant, avec un facteur de frottement du contact sol /semelle $\mu = 0,1$, quelle accélération maximale $\ddot{Y}_{G_{\max}}$ le robot peut-il avoir ? Est-ce compatible avec le cahier des charges pour la phase de démarrage ?

III. Déterminer la position du Zero Moment Point

Pour déterminer en temps réel la position du ZMP de LOLA, le robot a été équipé d'un module de mesure d'effort 6 axes positionné entre la cheville et le pied (figure 5). Le corps d'épreuve est une structure constituée de 3 capteurs d'efforts indépendants. Le modèle mécanique associé à ce module est une association en parallèle de trois liaisons sphère-cylindre à 120° entre la cheville (C) et le pied (P) de LOLA (figure 5). Les capteurs (piézo électriques) mesurent les efforts dans la liaison en A_0 , A_1 et A_2 . Nous noterons : $\overrightarrow{O_p A_0} = r \vec{y}_0$, $\overrightarrow{O_p A_1} = r \vec{y}_1$ et $\overrightarrow{O_p A_2} = r \vec{y}_2$.

Les bases de vecteurs notée $B_i (\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$ avec $i = \{0, 1, 2\}$ sont définies orthonormées et directes.

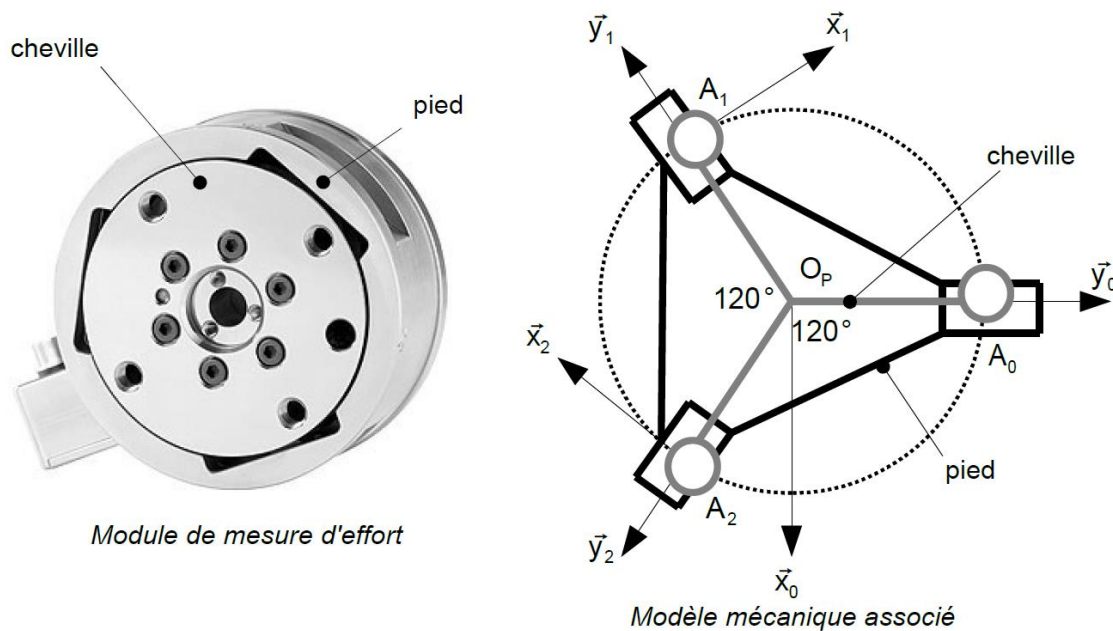


Figure 5 : module d'effort

Pour assurer la stabilité du robot, la commande doit s'assurer de respecter les exigences suivantes :

Exigence 1.3 : le robot ne doit pas basculer lors de la marche	
Sous-exigence	Description
Id=1.3.1	Lors de la marche le ZMP est déterminé en temps réel
Id=1.3.1.d	Le robot doit mesurer les 6 composantes d'effort sous chaque pied

Tableau 3 : extrait du diagramme des exigences

L'objectif de cette partie est de montrer que l'utilisation de ce module de mesure permet de déterminer l'effort de contact entre le sol et le pied ainsi que la position du "Zero Moment Point" ZMP .

Nous considérerons le pied à l'équilibre et de masse négligeable, ainsi l'action mécanique du sol (S) sur le pied (P) est égale à l'action mécanique du pied sur la cheville. Le tableau du document-réponse représente pour 3 actions mécaniques du sol sur le pied différentes, la forme des torseurs d'action mécanique transmissible dans les 3 liaisons sphère-cylindre en A_0 , A_1 et A_2 . L'action mécanique du sol (S) sur le pied (P) est modélisée par le torseur

$$\{T_{S \rightarrow P}\} = \begin{Bmatrix} X_{SP} & L_{SP} \\ Y_{SP} & M_{SP} \\ Z_{SP} & N_{SP} \end{Bmatrix}_{O_P, B_0}$$

Q7. Pour le cas n°1 du document-réponse, indiquer la forme des torseurs des efforts mesurés dans les 3 liaisons sphère-cylindre en suivant l'exemple des deux dernières colonnes. Indiquer les composantes non nulles ainsi que leurs signes par un + ou un -. Indiquer par un 0 les composantes nulles. Les torseurs seront exprimés dans les bases locales. Les composantes des torseurs seront indicées par A_0 , A_1 ou A_2 .

Le pied du robot est en contact sans mouvement relatif avec le sol selon la figure 6.

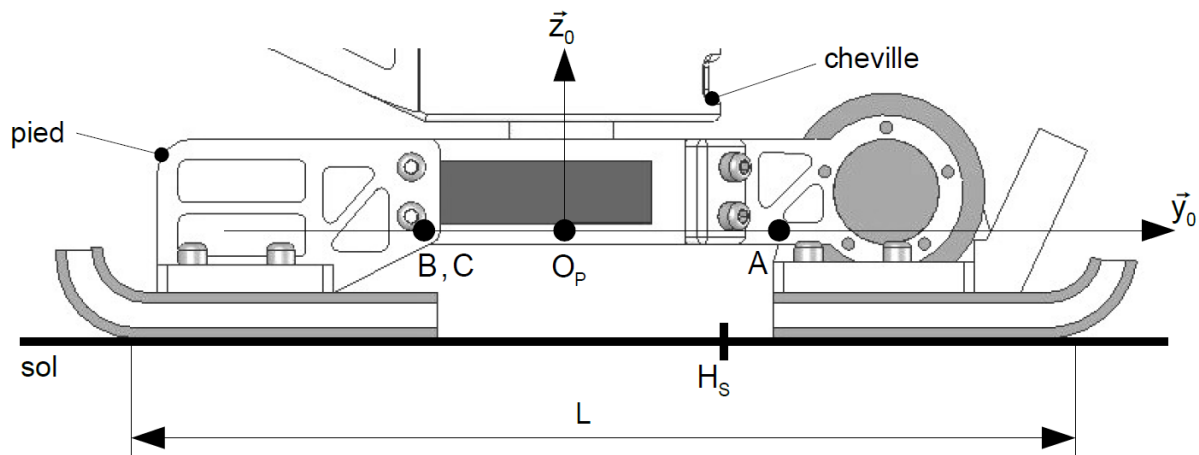


Figure 6 : contact sol/pied

La longueur L de la semelle du robot est de 300 mm. Le ZMP est repéré par le vecteur $\overrightarrow{O_P H_S} = Y_{ZMP} \vec{y}_0 - h \vec{z}_0$.

Le rayon r est de 40 mm et la hauteur h vaut 50 mm. L'action mécanique du sol (S) sur le pied (P) est modélisée par le torseur :

$$\{T_{S \rightarrow P}\} = \begin{Bmatrix} 0 & L_{SP} \\ Y_{SP} & 0 \\ Z_{SP} & 0 \end{Bmatrix}_{O_P, B_0}$$

Une simulation a permis de déterminer l'action mécanique du sol sur le pied à la limite de l'équilibre. Le torseur obtenu est le suivant : $Y_{SP} = 300$ N, $Z_{SP} = 400$ N et $L_{SP} = 35$ N.m. Les actions mécaniques de la cheville (C) sur le pied (P), mesurées par les 3 capteurs du module de mesure d'effort, sont représentées par les 3 torseurs suivants :

$$\{T_{0C \rightarrow P}\} = \begin{Bmatrix} X_0 & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_0 & 0 \end{Bmatrix}_{A_0, B_0}, \quad \{T_{1C \rightarrow P}\} = \begin{Bmatrix} X_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_1 & 0 \end{Bmatrix}_{A_1, B_1}, \quad \{T_{2C \rightarrow P}\} = \begin{Bmatrix} X_2 & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_2 & 0 \end{Bmatrix}_{A_2, B_2}.$$

Nous cherchons à montrer qu'il est possible de localiser le ZMP à l'aide des mesures effectuées par le module de mesure d'effort.

Q8. Déterminer l'abscisse Y_{ZMP} du point H_S en fonction de L_{SP} , Y_{SP} , Z_{SP} et h . Vérifier que le critère de stabilité du robot sur ses deux pieds est assuré.

On cherche à relier l'effort du sol (S) sur le pied (P) en fonction des composantes mesurées dans le module de mesure d'efforts.

Q9. Déterminer à l'équilibre les expressions des composantes d'efforts mesurées dans les 3 capteurs X_0 , X_1 , X_2 , Z_0 , Z_1 et Z_2 en fonction de r , L_{SP} , Y_{SP} et Z_{SP} .

Le module de mesure d'effort sera supposé linéaire dans le domaine d'utilisation préconisé par le constructeur : $[-680 \text{ N} ; +680 \text{ N}]$. Cela signifie que le comportement du module est linéaire tant que les composantes des actions mécaniques mesurées dans chacun des 3 capteurs restent dans cet intervalle.

Q10. Vérifier que le module de mesure d'effort permet de déterminer la position du "Zero Moment Point" ZMP en restant dans le domaine de linéarité préconisé par le constructeur.

La détermination de la position du ZMP par cette méthode permet d'assurer le contrôle de la commande en accélération du robot LOLA.

Problème N°3 : Analyse sanguine (extrait Centrale mp 2010)

L'évolution des connaissances associées à l'analyse sanguine a conduit à l'amélioration des diagnostics médicaux lors de l'apparition d'une pathologie inconnue, induisant une intensification du recours aux tests sanguins. Cette augmentation a incité certains laboratoires à créer des structures automatisées capables de réaliser l'ensemble des tests lors d'un seul processus d'analyse.

1. Présentation de la chaîne de test du laboratoire

La chaîne automatisée ADVIA WorkCell® installée dans le laboratoire du Docteur Philippe Mine, situé à THIANT (département du Nord) permet le travail simultané de trois postes de test sanguin permettant d'assurer la grande majorité des analyses demandées par les médecins, le tout sans aucune intervention humaine. Des postes spécifiques, gérés manuellement, complètent cette structure.

1.1. Structure générale du système ADVIA WorkCell®

La figure 1 décrit la structure générale du système ADVIA WorkCell®. Les échantillons sanguins à tester, identifiés par des codes-barres collés sur le tube, sont placés par les laborantins dans des zones identifiées du module automatisé de stockage et de gestion des tubes de sang.

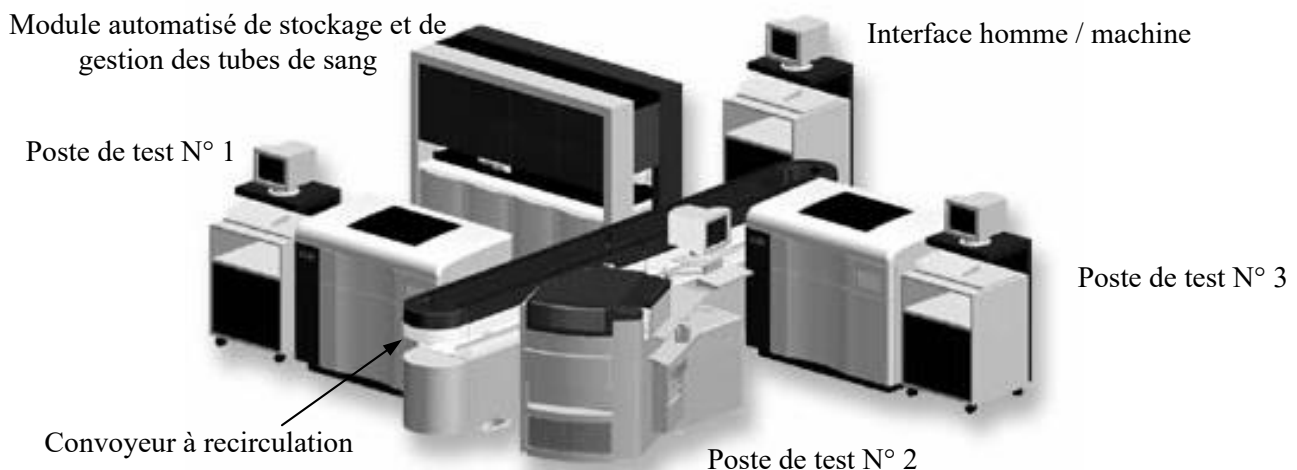


Figure 1 : Exemple d'organisation des postes autour du convoyeur [Document BAYER-SIEMENS DIAGNOSTICS]

Le début du test commence par l'extraction du tube de sang de ce module et son placement sur le convoyeur à recirculation (figure 2 à gauche). La fin du test correspond à la remise en place du tube dans son emplacement initial dans le module de stockage et de gestion des tubes de sang après que tous les tests aient été effectués (figure 2 à droite). Ces opérations sont réalisées par un bras motorisé muni d'une pince pneumatique. Entre ces deux étapes, le tube de sang est passé par les postes de test placés autour du convoyeur en fonction des tests demandés par les médecins.

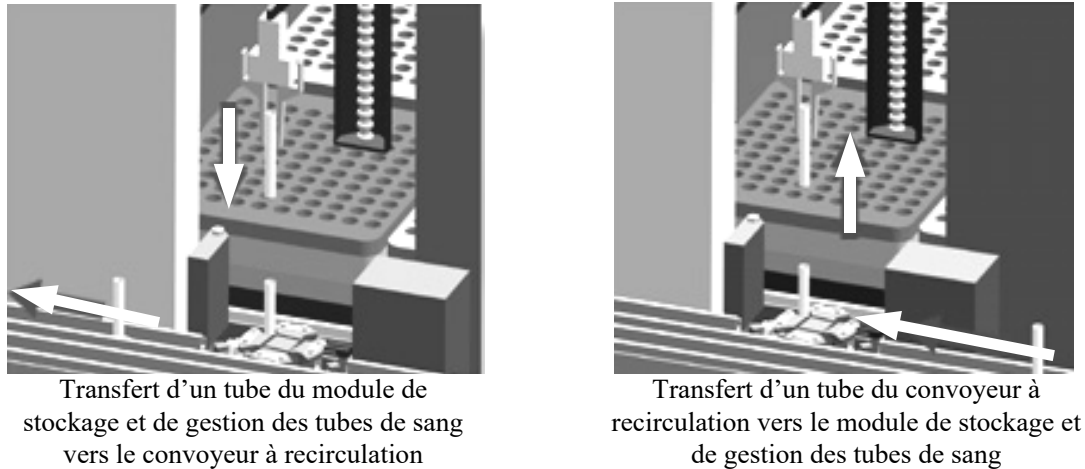


Figure 2 : Phases de déplacement du tube entre le module de stockage et de gestion et le convoyeur à recirculation

1.2. Avantages du système ADVIA® WORKCELL

L'architecture du système ADVIA WorkCell®, contrairement à certains systèmes concurrents, est très souple car :

- elle est modulaire (et peut même évoluer en une structure intégralement automatisée appelée LabCell),
- elle accepte des postes de tests de différents fournisseurs, ce qui assure l'indépendance du laboratoire vis-à-vis des acteurs économiques et industriels du marché de l'analyse sanguine
- et elle autorise la reconfiguration de la structure de la chaîne en moins d'une journée, programmation comprise, pour répondre à des sollicitations exceptionnelles.

1.3. Le module automatisé de stockage et de gestion des tubes de sang

1.3.1. Structure générale du module

Le module automatisé de stockage et de gestion des tubes (figure 3 à gauche) comporte huit plateaux pouvant accueillir jusqu'à cent tubes à tester (figure 3 à droite). Le personnel du laboratoire place les tubes à tester dans les trous du plateau au fur et à mesure de leur arrivée puis les récupère à la fin des tests. Le plateau peut être inséré dans le module qu'il soit plein ou incomplet. Il est possible d'intervenir à tout moment dans le module automatisé de stockage pour placer ou enlever un tube manuellement : cette opération n'interrompt pas le cycle mais le tube ainsi placé est alors traité en priorité.

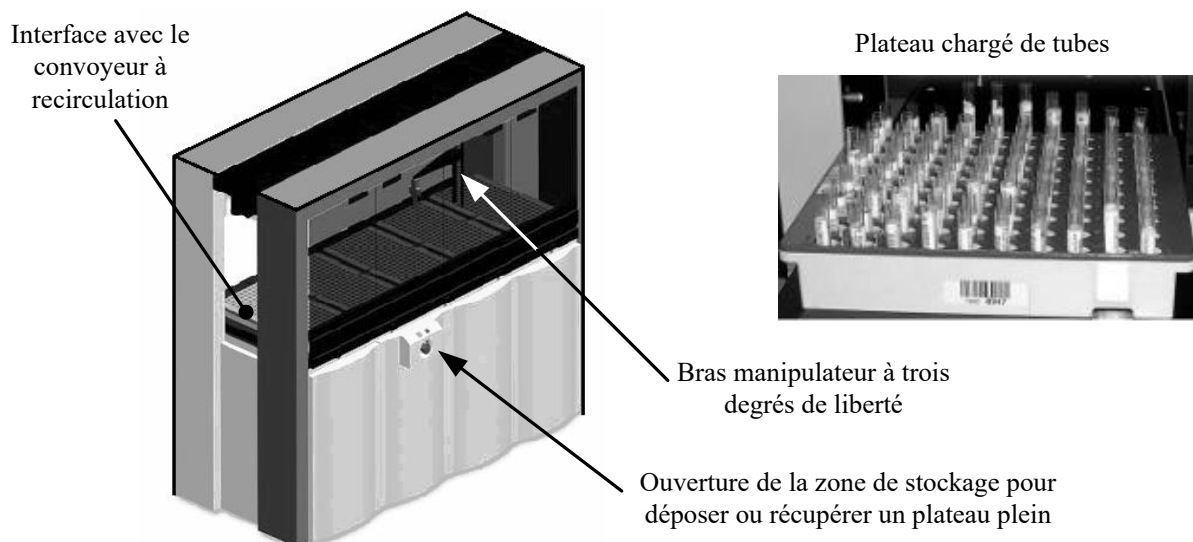


Figure 3 : Ensemble automatisé de stockage et de gestion des tubes et un plateau rempli de tubes
[Document BAYER-SIEMENS DIAGNOSTICS et photographie laboratoire]

1.3.2. Le bras à trois degrés de liberté

Un bras automatisé à trois degrés de liberté « T-R-T » (translation – rotation – translation) muni en extrémité d'une pince à commande pneumatique (air sous pression) est placé dans le module de stockage (voir figure 4). Il assure les déplacements des tubes de sang entre le plateau et le convoyeur à recirculation. La fiabilité du fonctionnement de cet élément mécanique est fondamentale pour les besoins du laboratoire :

- s'il ne fonctionne plus, la totalité de la chaîne automatisée est bloquée ;
- toute projection du sang lors des transferts des tubes conduit à un arrêt de la chaîne, l'annulation de tous les tests en cours, un nettoyage complet et la destruction de l'ensemble des échantillons présents sur la chaîne.

En conséquence :

- un bras de rechange doit toujours être disponible permettant un échange rapide (moins de 20 minutes)
- et la commande de ce système doit être performante et garantir la stérilité de la zone de stockage : **cette problématique constitue l'objet de l'étude proposée.**

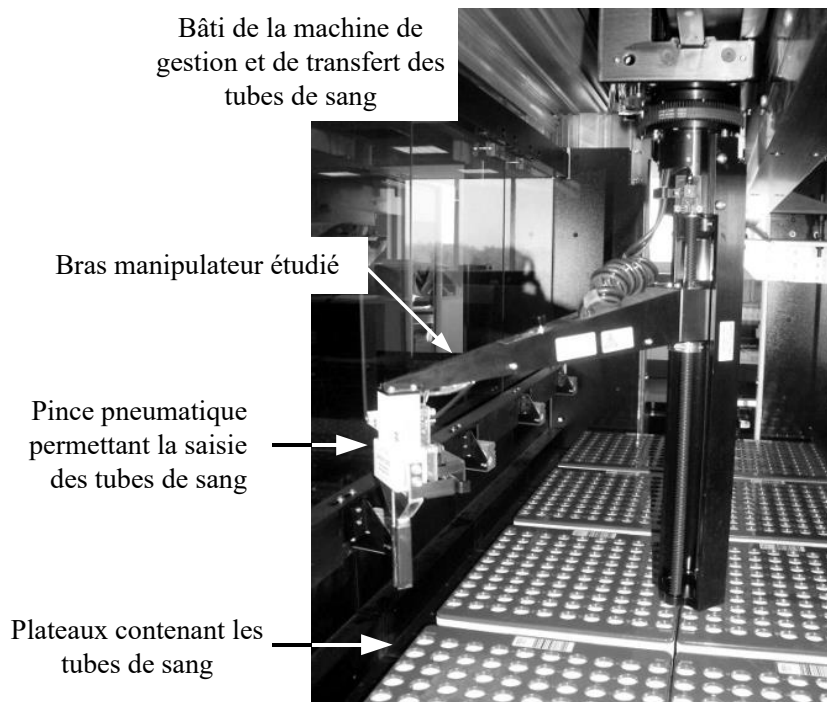


Figure 4 : Zone de stockage des tubes et bras manipulateur à trois degrés de liberté

2. Etude du bras automatisé à trois degrés de liberté « T-R-T » : Validation de l'exigence principale.

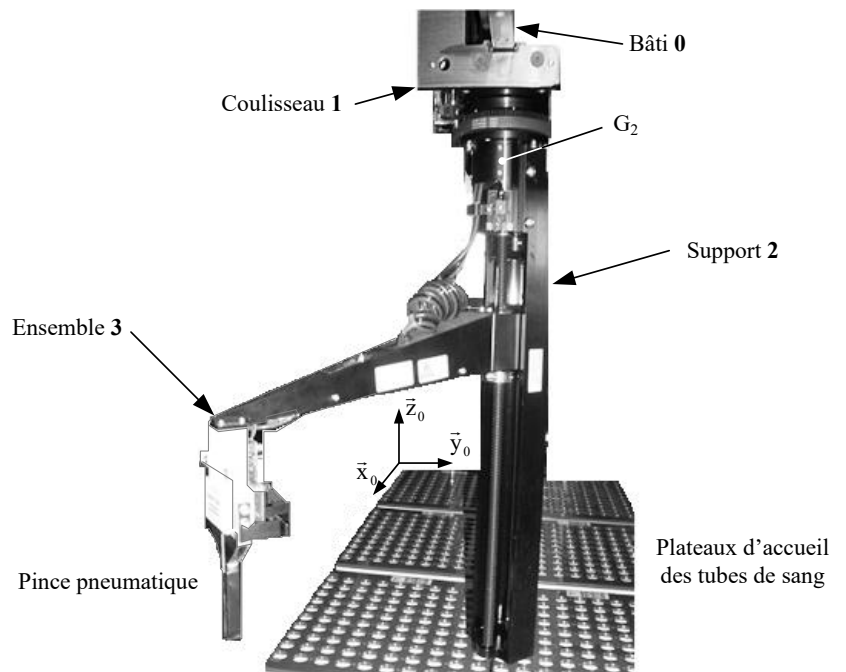
L'étude dynamique qui suit vise à valider l'exigence principale du bras automatisé : « Déplacer un tube de sang entre un plateau du poste de stockage et de gestion des échantillons de sang et le convoyeur en préservant la zone de test de toute projection de sang »

Objectif et démarche : Analyser et justifier, vis-à-vis des critères de respect de l'hygiène de la zone de stockage, les performances de la commande d'axe du bras à trois degrés de liberté dédié au transfert des tubes de sang. Pour cela on procède à la caractérisation des effets dynamiques appliqués à l'échantillon pouvant conduire à des projections de sang. Ce qui permet ensuite la synthèse d'une loi de commande (non étudiée dans cet extrait de sujet).

Description et modélisation du bras motorisé :

Le bras implanté sur le système ADVIA WorkCell®, dont une photographie est fournie figure 5, est motorisé selon trois « axes » asservis (appelés « Axe N° 1 », « Axe N° 2 » et « Axe N° 3 » dans la suite) assurant les mouvements de type translation / rotation / translation.

Figure 5 : Constitution du bras motorisé de manipulation des tubes



Le bras est constitué de trois solides indéformables : Coulisseau 1, Support 2 et Ensemble bras + pince + tube 3. Les mouvements autorisés entre ces solides sont associés aux trois axes du bras manipulateur et sont paramétrés de la façon suivante :

Mouvements	Axe N° 1	Axe N° 2	Axe N° 3
Pièces considérées	(0) / (1)	(1) / (2)	(2) / (3)
Mouvements	Translation de direction $\vec{x}_0$	Rotation d'axe $(G_2, \vec{z}_0)$	Translation de direction $\vec{z}_0$
Paramètre	$x(t)$	$\theta(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3)$	$z(t)$
Amplitude	$-1 \text{ m} \leq x \leq 1 \text{ m}$	$-\pi/2 \text{ rad} \leq \theta \leq \pi/2 \text{ rad}$	$0 \text{ m} \leq z \leq 0,3 \text{ m}$

Les amplitudes sont définies depuis la position de référence du bras, dans laquelle il se place après la prise d'origine.

- Q1.** Justifier la structure mécanique adoptée pour le bras afin d'atteindre tous les tubes de la zone. Proposer une autre structure sous la forme d'un schéma cinématique permettant de répondre au même besoin.
- Q2.** À partir du tableau donné précédemment décrivant les mouvements, proposer une modélisation des liaisons entre les différentes pièces, en indiquant précisément leurs caractéristiques (axe, direction, normale, centre, etc.). Donner pour chaque liaison, la forme du torseur d'action mécanique et du torseur cinématique : les réponses seront précisées sur le document réponse.

Les trois solides ont les caractéristiques suivantes :

Caractéristiques cinétiques	Coulisseau (1)	Support (2)	Bras + pince + tube (3)
Masse	m_1	m_2	m_3
Centre de gravité G_i	$\overrightarrow{OG_1} = x(t) \vec{x}_0$	$\overrightarrow{OG_2} = x(t) \vec{x}_0 - d_1 \vec{z}_0$	$\overrightarrow{OG_3} = x(t) \vec{x}_0 - (d_1 + z(t)) \vec{z}_0 + \left(\frac{\lambda}{2}\right) \vec{x}_3$
Moment d'inertie	sans objet	J_2 selon l'axe $(G_2, \vec{z}_0)$	Voir question 5

L'orientation de la base $(\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ par rapport à la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est définie par $\theta(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3)$.

Pour chacun des trois axes motorisés, une action mécanique et un frottement visqueux équivalents de l'actionneur $[M_i]$ associé à l'axe N° i sont définies au niveau de la liaison correspondante :

Grandeurs équivalentes rapportées à l'axe	Axe N° 1	Axe N° 2	Axe N° 3
Action mécanique de l'actionneur $[M_i]$ sur l'axe	$F_{M1}(t)$ (en N)	$C_{M2}(t)$ (en N.m)	$F_{M3}(t)$ (en N)
Coefficient de frottement visqueux	b_1 (en N.s.m ⁻¹)	f_2 (en N.m.s.rad ⁻¹)	b_3 (en N.s.m ⁻¹)

On rappelle que le frottement visqueux produit une action mécanique (résultante (N) ou moment (Nm)) résistante proportionnelle à la vitesse (respectivement vitesse (m/s) ou vitesse angulaire (rad/s))

Le « graphe des liaisons et des efforts » (encore appelé « graphe d'analyse ») du modèle mécanique du bras est proposé figure 7 :

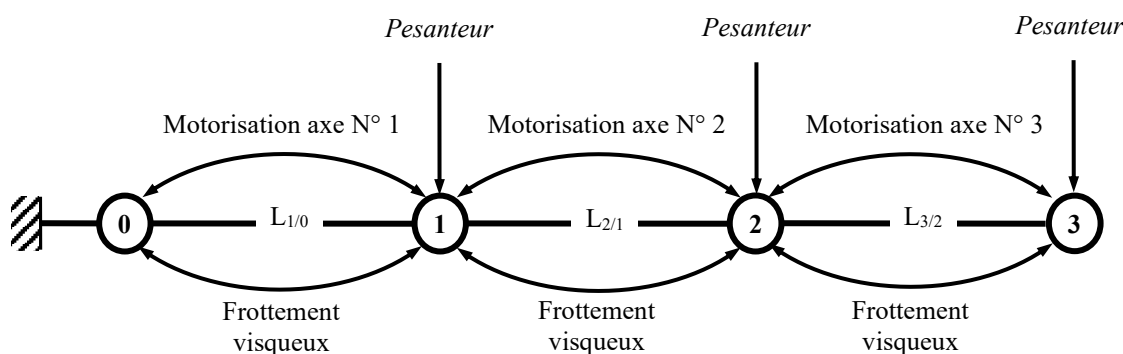


Figure 7 : Graphe des liaisons et des efforts de la modélisation mécanique du bras à trois degrés de liberté

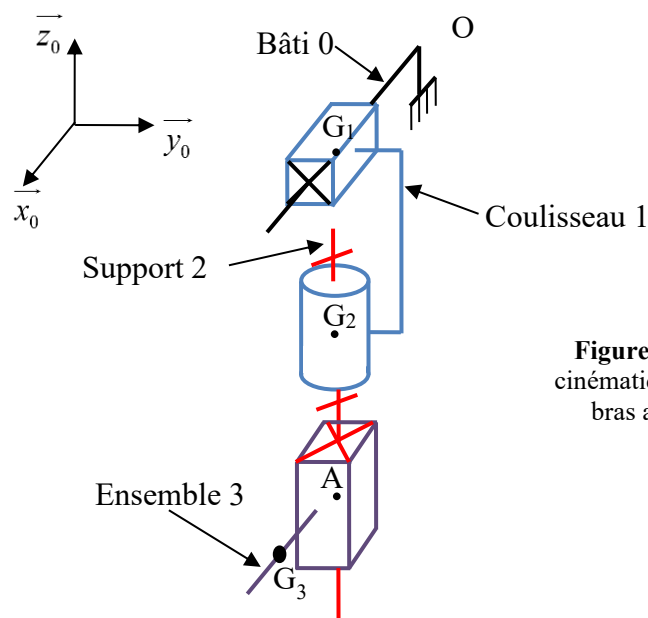


Figure 8 : Schéma cinématique spatial du bras automatisé

Q3. Expliciter la stratégie d'isollements et de calculs à mettre en œuvre pour déterminer les expressions des actions mécaniques F_{M1} , C_{M2} et F_{M3} (générées par les actionneurs $[M_i]$ associés aux trois) : on indiquera, sur le tableau du document réponse l'ensemble isolé, le théorème à utiliser (avec éventuellement le point de calcul) et la direction de projection en justifiant clairement le choix de la méthode adoptée.

À partir de la stratégie d'isollements établie, on obtient les deux équations différentielles suivantes pour les expressions des efforts F_{M1} et F_{M3} :

- Équation (E₁) $F_{M1}(t) = (m_1 + m_2 + m_3) \ddot{x}(t) + b_1 \dot{x}(t) - m_3 \left(\frac{\lambda}{2}\right) (\ddot{\theta}(t) \sin \theta(t) + \dot{\theta}(t)^2 \cos \theta(t))$
- Équation (E₃) $F_{M3}(t) = m_3 \ddot{z}(t) + b_3 \dot{z}(t) + m_3 g$

Afin d'établir l'équation permettant de déterminer C_{M2} , il est nécessaire d'étudier la cinétique de l'ensemble (3).

On modélise l'ensemble (3) comme composé (voir figure 9) :

- d'une tige (dimensions radiales négligeables) représentant le bras, de longueur λ , de masse m et de centre de gravité confondu avec G_3 tel que $\overrightarrow{AG_3} = \frac{\lambda}{2} \overrightarrow{x_3}$ avec A situé sur l'axe $(G_2, \overrightarrow{z_0})$.
- d'une masse ponctuelle (dimensions radiales négligeables) représentant l'ensemble pince plus tube de sang, de masse m_p , placée à l'extrémité de la tige en C_3 . On a $m_3 = m_p + m$.

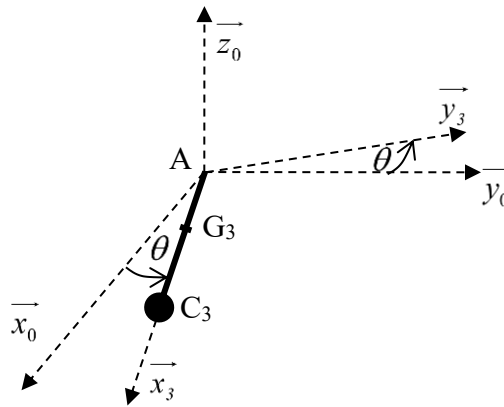


Figure 9 : Modèle de l'ensemble 3

Q4. Donner la matrice d'inertie de l'ensemble 3 au point G_3 dans la base $(\overrightarrow{x_3}, \overrightarrow{y_3}, \overrightarrow{z_0})$ à partir du modèle proposé figure 9. Aidez-vous de l'annexe donnant la matrice d'inertie d'un parallélépipède rectangle en son centre de gravité G .

Pour la suite on notera J_3 le moment d'inertie de l'ensemble 3 autour de l'axe $(G_3, \overrightarrow{z_0})$

Q5. Effectuer le bilan des actions mécaniques extérieures à l'ensemble (3+2) en exprimant les torseurs associés.

Q6. Etablir l'équation différentielle reliant le couple C_{M2} , l'angle $\theta(t)$, le déplacement $x(t)$ et leurs dérivées successives en appliquant le théorème du moment dynamique en G_2 à l'ensemble (2)+(3) en projection suivant $\overrightarrow{z_0}$ (utiliser le formulaire de dynamique en annexe si nécessaire).

Q7. Montrer que l'équation obtenue peut s'écrire sous la forme $C_{M2}(t) = A \ddot{\theta}(t) + B \dot{\theta}(t) + C \ddot{x}(t)$ où :

$$A = \left[J_3 + J_2 + m_3 \left(\frac{\lambda}{2} \right)^2 \right] ; B = f_2 ; C = -m_3 \left(\frac{\lambda}{2} \right) \sin \theta$$

Les évolutions dynamiques associées au bras motorisé lorsque les trois actionneurs sont commandés simultanément sont donc décrites par les trois équations différentielles obtenues précédemment.

Q8. À partir des équations précédentes, justifier que les mouvements de deux des axes sont couplés.

Nota : le couplage des mouvements peut créer des accélérations transitoires importantes pouvant induire un risque de débordement du sang du tube saisi par la pince en extrémité du bras à trois degrés de liberté.