

Exercice 10 : en noir, le **minimum** à écrire

Question 1 :

Cette question de la représentation des forces (ou glisseurs) ne peut pas vous être demandé dans un sujet. La dernière réforme de programme en SI a fait disparaître les méthodes graphiques. Néanmoins, cela reste très utile dans l'étape de modélisation des actions mécaniques extérieures à un système. Une fois le BAME sur l'ensemble du fauteuil représenté, on peut facilement vérifier l'équilibre :

$\sum \overrightarrow{Forces}_{ext} = \vec{0}$ sur chaque axe horizontal (X_M et X_P s'opposent) et vertical ($Z_M + Z_P$ s'opposent à P).

$\sum \overrightarrow{Moments}_{F_{ext}} = \vec{0}$. Les forces représentées permettent de bloquer le mouvement de rotation.

Ici, l'hypothèse Pb plan (on étudie le fauteuil dans son plan de symétrie) et les contacts ponctuels en M et P permettent de modéliser les Actions Mécaniques comme des glisseurs.

- $\{T_{sol \rightarrow Roue Av}\} = \begin{pmatrix} X_M & - \\ - & 0 \\ Z_M & - \end{pmatrix}_M$ Z_M est la composante normale et X_M la composante tangentielle. Ne pas

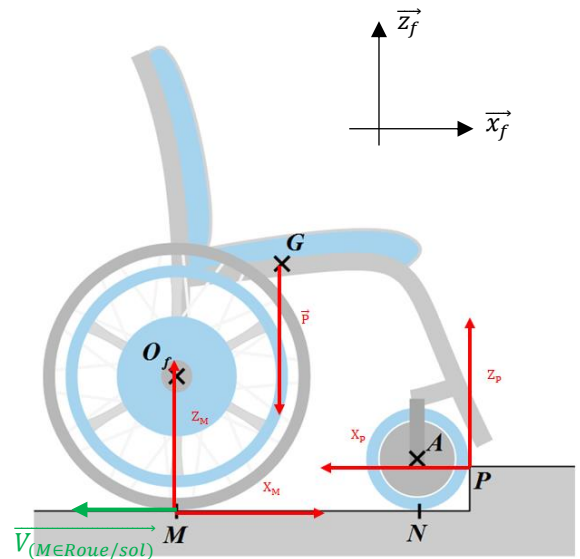
écrire $X_M = f Z_M$ (Coulomb avec glissement) puisque l'idée est qu'après résolution, on sache s'il y a adhérence ou pas en M. s'il y a adhérence, le fauteuil monte le trottoir, s'il y a glissement, on reste dans cette phase sans franchir l'obstacle.

X_M est la composante tangentielle de l'action du sol sur la roue due au frottement et s'oppose à la vitesse de glissement en M de la roue par rapport au sol. **En vert.**

- $\{T_{sol \rightarrow Roue Av}\} = \begin{pmatrix} X_P & - \\ - & 0 \\ Z_P & - \end{pmatrix}_P$ Difficile de dire qui est la composante normale et qui est la composante

tangentielle. Le plan tangent au contact n'est pas identifiable. Force inconnue, donc 2 composantes. Ne surtout pas présumer de la direction de la force.

X_P et Z_P sont logiquement négatifs. Par défaut, ceux sont des valeurs algébriques, c'est la résolution qui donnera leurs signes.



Bilan : 4 composantes de force inconnues et le PFS ne donne que 3 équations (TRS sur $\vec{x}_f$ et $\vec{z}_f$ puis TMS sur $\vec{y}_f$).

On ne peut pas finir la résolution. On propose d'isoler la roue avant pour réduire le nombre d'inconnues.

Question 2 : La roue avant est soumise à :

- L'action du sol en P (déjà modélisée)
 - L'action de la pesanteur (glisseur vertical en A) négligée très certainement
 - L'action du cadre du fauteuil : pivot en A sans frottement donc glisseur inconnu
- Finalement, elle est soumise à deux glisseurs. Le TMS nous dit que ces glisseurs ont comme direction la droite passant par les points d'application (A et P).

Analytiquement, il faut le traduire par un TMS en A :

$$\overrightarrow{M}_{(A, cadre \rightarrow Roue Av)} + \overrightarrow{M}_{(A, sol \rightarrow Roue Av)} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{AP} \wedge (X_P \vec{x}_f + Z_P \vec{z}_f) = \vec{0}$$

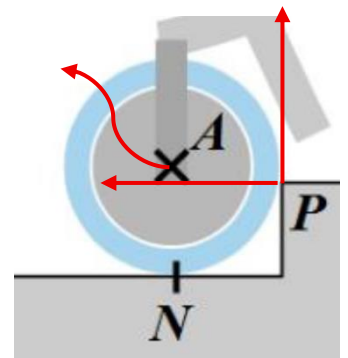
$$\Rightarrow (\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{NP}) \wedge (X_P \vec{x}_f + Z_P \vec{z}_f) = \vec{0} \Rightarrow (-r \vec{z}_f + r' \vec{x}_f + d \vec{z}_f) \wedge (X_P \vec{x}_f + Z_P \vec{z}_f) = \vec{0}$$

$$\text{D'où } r' Z_P = (r - d) X_P$$

Question 3 : On revient à l'isolement du fauteuil pour écrire toutes les équations du TRS

$$\text{TRS à } S/\vec{x}_f : X_P = X_M \quad \text{TRS à } S/\vec{z}_f : Z_P + Z_M = Mg$$

$$\text{En remplaçant dans l'équation de Q2 : } r'(Mg - Z_M) = (r - d) X_M$$



Question 4 : Il reste une dernière équation du PFS au fauteuil à écrire. On va faire le TMS en P puisqu'on veut des informations sur les composantes de l'action en M.

$$\text{TMS à S en P} / \vec{y}_f : (\overrightarrow{M_{(P, \text{sol} \rightarrow \text{Roue Av})}} + \overrightarrow{M_{(P, \text{sol} \rightarrow \text{Roue Ar})}} + \overrightarrow{M_{(P, \text{pes} \rightarrow \text{fauteuil})}}) \cdot \vec{y}_f = 0$$

$$\Rightarrow (\overrightarrow{PM} \wedge (X_M \vec{x}_f + Z_M \vec{z}_f) + \overrightarrow{PG} \wedge (-Mg \vec{z}_f)) \cdot \vec{y}_f = 0 \Rightarrow (l + e + r')Z_M - dX_M - (e + r')Mg = 0$$

Question 5 : D'après la question 3 :

$$Mg = \left(\frac{r-d}{r'} \right) X_M + Z_M$$

Ce qui donne avec l'équation de la question 4 :

$$lZ_M + \left(\frac{ed}{r} - \frac{er}{r'} - r \right) X_M = 0 \Rightarrow \frac{X_M}{Z_M} = \frac{l r'}{er + r r' - ed} = 0,69 < 0,8$$

Il y a adhérence puisque « $T < N.f$ » donc l'obstacle est franchissable.

Question 6 : Le couple du motoréducteur s'exerce sur les roues arrière. C'est une action mécanique interne au fauteuil. Il faut donc isoler les roues arrière et appliquer le TMS au centre des roues.

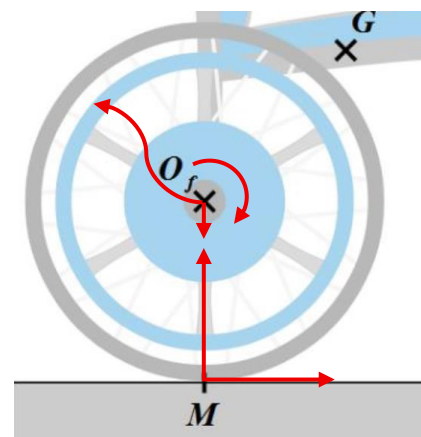
La roue arrière qui est soumise à :

- son poids (glisseur en O_f).
- l'action du châssis du fauteuil dans la liaison pivot parfaite ($O_f, \vec{y}_f$) .
Glisseur en O_f .
- l'action du sol en M.
- l'action de chaque motoréducteur (torseur couple $-Cr \vec{y}_f$ avec $Cr > 0$)

$$\text{TMS aux roues arrière en } O_f / \vec{y}_f : -2 Cr + R X_M = 0$$

$$\text{Avec les équations précédentes, cela donne : } X_M = \frac{Mg r'}{r-d + \frac{r'}{0,7}} = 841 \text{ N}$$

D'où : $Cr = 168 \text{ Nm}$ couple en sortie du réducteur nécessaire pour permettre le franchissement de l'obstacle.



Question 7 : On relève un couple de pointe (max) de 52 Nm. Il faut donc réduire par un facteur d'à peu près 3 le rapport de réduction.

$$\text{Rappel sur rendement : } \eta = \frac{\text{puissance en sortie de réducteur}}{\text{puissance en entrée de réducteur}} = \frac{C_r \omega_r}{C_m \omega_m} = \frac{C_r}{C_m} \cdot \lambda \quad \text{avec } \lambda \text{ le rapport de réduction}$$

Le réducteur doit multiplier par trois le couple donc diviser par trois la vitesse.

La vitesse (nominale = pas loin de la max) de rotation en sortie de réducteur vaut $\omega_r = 135 \text{ rpm} = 135 * (2\pi/60) \text{ rad/s} \approx 14 \text{ rad/s}$ (rpm = rotations par minute (revolutions per minute) donc tour/min).

Soit une vitesse de translation du véhicule $V_{nom} = R \omega_r = 0,2 * 14 = 10 \text{ km/h}$ (vérifié sur doc fiche technique).

En divisant par trois la réduction, et en utilisant une roue de diamètre 800 mm cela donne

$$V_{nom} = R \omega_r = (0,4 * 14) / 3 = 6,7 \text{ km/h} \text{ et } V_{max} = (18/10) * 6,7 = 12 \text{ km/h} \text{ d'après la notice. Résultat acceptable.}$$

Je déduis la vitesse max du rapport de la vitesse max précisée (18 km/h) et de la vitesse nominale (10 km/h) avec la roue choisie par le constructeur.

Exercice 11 : en noir, le maximum écrire

Q1. On a affaire à une chaîne ouverte. On isole donc $E_{12} = \{1, 2\}$ (en équilibre dans le référentiel galiléen du bâti 0) et on applique le théorème du moment statique (TMS) en B , projeté selon la direction $\vec{y}_0$ (pour ne pas faire apparaître les inconnues de l'action mécanique transmissible par la liaison pivot d'axe $(B, \vec{y}_0)$ entre les solides 3 et 2).

En effet, le bilan des actions mécaniques extérieures (BAME) à l'ensemble isolé est :

$$\{\mathcal{T}_{pes \rightarrow E_{12}}\} = \left\{ \begin{array}{c} -M_{12}g\vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{G_{12}} \quad \{\mathcal{T}_{hum \rightarrow 1}\} = \left\{ \begin{array}{c} -F\vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_D$$

$$\{\mathcal{T}_{mot \rightarrow 2}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C_{32}\vec{y}_0 \end{array} \right\}_{\forall M} \quad \{\mathcal{T}_{3 \rightarrow 2}\} = \left\{ \begin{array}{c} X_{32} \\ - \\ Z_{32} \end{array} \right\}_{B, B_0}$$

Le TMS implique alors $[\vec{M}_{B, pes \rightarrow E_{12}} + \vec{M}_{B, hum \rightarrow 1}] \cdot \vec{y}_0 + C_{32} + 0 = 0$ soit :

$$\begin{aligned} & [\vec{M}_{G_{12}, pes \rightarrow E_{12}} + \overrightarrow{BG_{12}} \wedge \vec{R}_{pes \rightarrow E_{12}} + \vec{M}_{D, hum \rightarrow 1} + \overrightarrow{BD} \wedge \vec{R}_{hum \rightarrow 1}] \cdot \vec{y}_0 + C_{32} = 0 \\ \Rightarrow & [\vec{0} + (-\ell_3\vec{z}_3 - \ell_4\vec{z}_0 + Z_{G_{12}}\vec{z}_0) \wedge (-M_{12}g\vec{z}_0) + \vec{0} + (-\ell_3\vec{z}_3 - \ell_4\vec{z}_0 + Z_D\vec{z}_0) \wedge (-F\vec{z}_0)] \cdot \vec{y}_0 + C_{32} = 0 \\ \Rightarrow & \ell_3 \sin(\theta_{43})M_{12}g + \ell_3 \sin(\theta_{43})F + C_{32} = 0 \end{aligned}$$

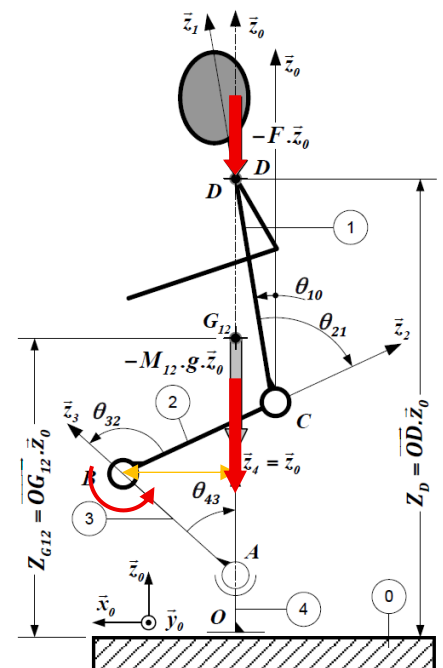
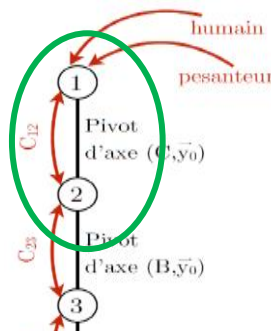
D'où : $C_{32} = -\ell_3 \sin(\theta_{43})(M_{12}g + F)$. N.B. : A.N. : $C_{32} \simeq 94,7 \text{ N.m}$ ($\theta_{43} < 0$).

L'équation à écrire s'obtient rapidement par le schéma cinématique sur lequel sont représentées les forces. L'isolement est visible (tout ce qui est en gras). Le TMS en B consiste à écrire que le couple C_{32} s'oppose au moment créé par les deux glisseurs (force du patient et celle de la pesanteur sur 1+2) puisque la liaison pivot en B est sans frottement. Le bras de levier est tracé sur la figure et vaut $AB \sin \theta_{43}$. Attention $\theta_{43} < 0$ et $C_{32} > 0$. Le calcul des moments avec le produit vectoriel ci-dessus peut être court-circuiter.

On peut utiliser le graphe des liaisons avec les actions mécaniques pour détailler le BAME sur 1+2. La frontière d'isolement en vert.

D'où 4 actions mécaniques :

- Glisseurs $-F\vec{z}_0$ et $-M_{12}g\vec{z}_0$ en D ou G_{12} .
- Glisseur en B : pivot sans frott
- Couple $C_{32}\vec{y}_0$



Vous pouvez rédiger littéralement comme ceci puis donner l'équation projetée du TMS en B directement

Q2. Puisque le rendement est égal à 1, on a : $C_m = \frac{\omega_{32}}{\omega_m} C_{32} = \frac{1}{r_{32}} C_{32}$. A.N. : $C_m \simeq 0,99 \text{ N.m} < 2,5 \text{ N.m}$. Le moteur est en mesure de rester en position de genuflexion pendant que le patient est en appui sur l'épaule du robot. Il faudra cependant prendre garde que cette position ne perdure pas trop dans le temps au risque d'un échauffement des bobinages du moteur.