

M.P. : Colle 3

1 Espaces vectoriels normés - Partie 1

1. Norme : définition, distance associée.
2. Normes de références : normes 1, 2 et ∞ sur $\mathbb{K}^n$ (extension à un espace de dimension finie muni d'une base) ; normes intégrales 1 et 2 sur $\mathcal{C}([a, b], \mathbb{K})$, norme ∞ sur les fonctions bornées de A dans $\mathbb{K}$.
3. Norme dominée par une autre, normes équivalentes.
4. Norme produit.
5. Boules et parties bornées.
6. Convexité : définition, convexité des boules.
7. Convergence des suites à valeur dans un E.V.N. ; suites extraites et valeurs d'adhérences.
8. Topologie d'un EVN : ouvert et fermé, intérieur et adhérence ; caractérisation séquentielle de l'adhérence (et donc des fermés) ; partie dense ; frontière ; ouverts et fermés relatifs à une partie.

2 Suites de fonctions

Les fonctions considérées sont définies sur, et à valeurs dans, des espaces vectoriels de dimensions finies.

1. Suites de fonctions : définition, convergence simple, convergence uniforme.

Note aux colleurs : du fait notamment de la visite papale nous n'avons pas beaucoup avancé sur les suites de fonctions. Je vous prie néanmoins de commencer systématiquement la colle par une étude de convergence simple/convergence uniforme, en veillant à la rigueur de cet aspect "uniforme" dans l'expression de l'élève. Ensuite vous pouvez revenir sur le chapitre de topologie.