

## M.P. 2024–2025 : Colle 5

### 1 Réduction des endomorphismes

1. Sous-espaces stables par un endomorphisme : définition, endomorphisme induit, caractérisation matricielle.
2. Éléments propres d'un endomorphisme.
3. Éléments propres d'une matrice carrée.
4. Polynôme caractéristique et ordre d'une valeur propre.
5. Diagonalisation d'un endomorphisme : C.N.S. de diagonalisation par la somme des sous-espaces propres (ou de leurs dimensions).
6. Application aux matrices carrées.
7. Trigonalisation : C.N.S. par polynôme caractéristique scindé (aucune méthode pratique pour obtenir une forme spécifique n'est au programme).

### 2 Polynômes d'endomorphismes ou de matrices

1. Définition, polynôme annulateur.
2. Pour  $u \in \mathcal{L}(E)$ , sous-algèbre  $\mathbb{K}[u]$  des polynômes en  $u$  et idéal annulateur. Idem pour une matrice.
3. Polynôme minimal d'un endomorphisme (en dimension finie) ou d'une matrice.
4. Théorème de Cayley-Hamilton
5. Lemme de décomposition des noyaux.
6. Condition nécessaire et suffisante de diagonalisabilité par l'existence d'un polynôme annulateur scindé à racines simples ; application au polynôme minimal.
7. Sous-espaces caractéristiques : définition et dimension, application à la réduction (remarque : Dunford et Jordan ne sont pas au programme).