

M.P. 2024–2025 : Colle 8

1 Espaces vectoriels normés - Partie 1

1. Norme : définition, distance associée.
2. Normes de références : normes 1, 2 et ∞ sur \mathbb{K}^n (extension à un espace de dimension finie muni d'une base) ; normes intégrales 1 et 2 sur $\mathcal{C}([a, b], \mathbb{K})$, norme ∞ sur les fonctions bornées de A dans \mathbb{K} .
3. Norme dominée par une autre, normes équivalentes.
4. Norme produit.
5. Boules et parties bornées.
6. Convexité : définition, convexité des boules.
7. Convergence des suites à valeur dans un E.V.N. ; suites extraites et valeurs d'adhérences.
8. Topologie d'un EVN : ouvert et fermé, intérieur et adhérence ; caractérisation séquentielle de l'adhérence (et donc des fermés) ; partie dense ; frontière ; ouverts et fermés relatifs à une partie.

2 Espaces vectoriels normés - Partie 2

1. Fonctions définies entre espaces vectoriels normés – limite et continuité : définition et propriétés générales.
2. Uniforme continuité, fonctions lipschitziennes, application aux fonctions linéaires.
3. Compacité : définition, propriétés d'une fonction continue sur un compact (bornes atteintes, Heine), suites à valeurs dans un compact.

Remarque aux colleurs : ce qui concerne la spécificité des espaces de dimension finie n'est pas au programme cette semaine, il y aura une troisième semaine de colle sur la topologie.