Questions de cours posées à l'oral de Centrale sans préparation ces dernières années

1 Analyse

— Théorème de la limite monotone (pour des suites et pour des fonctions) (cours de MPSI) ;
— Formule de Taylor avec reste intégral (cours de MPSI) ;
— Définition d'une fonction continue par morceaux sur un intervalle (voir intégrales généralisées) ;
— Intégration des relations de comparaison (voir intégrales généralisées) ;
— Théorème des séries alternées (voir séries numériques) ;
— Critère de d'Alembert (voir séries numériques) ;
— Caractérisation métrique d'un fermé (voir topologie) ;
— Définition d'une partie dense et caractérisation séquentielle (voir topologie) ;
— Définition de lipschitzienne et lipschitzienne implique continuité (voir topologie) ;
— Définition d'un compact et description en dimension finie (voir compacité) ;
— Description des compacts et des convexes de $\mathbb{R}$ (voir compacité et convexité) ;
— Une suite bornée d'un evn de dimension finie qui admet une unique valeur d'adhérence converge (voir compacité) ;
— Définition de l'uniforme continuité et théorème de Heine (voir compacité) ;
— La norme subordonnée est une norme sous-multiplicative (voir topologie et les exemples importants de séries et fonctions vectorielles) ;
— Convergence absolue implique convergence (voir séries numériques et séries vectorielles) ;
— Intégration d'une somme de série de fonctions convergeant uniformément sur un segment (voir suites et séries de fonctions) ;
— Pour $f \in \mathscr{C}^1(\mathrm{U}, \mathbb{R})$ avec U un ouvert de E euclidien, définition de $\mathrm{d}f(a)$ et de $\nabla f(a)$ avec $a \in \mathrm{U}$ (voir calcul différentiel) ;
— Condition nécessaire d'extremum local pour une fonction différentiable sur un ouvert de $\mathbb{R}^n$ (voir calcul différentiel).

2 Algèbre

— Caractérisation du rang par les matrices extraites (cours de MPSI) ;
— Caractérisation de l'équivalence de matrices avec le rang (cours de MPSI) ;
— Relation entre matrice et comatrice (cours de MPSI) ;
— Décomposition en éléments simples de $\dfrac{\mathrm{P}'}{\mathrm{P}}$ avec $\mathrm{P} \in \mathbb{C}[\mathrm{X}]$ (cours de MPSI) ;
— Soit p un projecteur en dimension finie, alors $\mathrm{Tr}\,(p) = \mathrm{rg}\,(p)$ (voir rappels d'algèbre linéaire, notion de base adaptée) ;
— Lemme des noyaux (voir réduction) ;
— Définition du polynôme minimal, caractérisation de la diagonalisabilité avec le polynôme minimal (voir réduction) ;
— Théorème fondamental de diagonalisation (voir réduction) ;
— Toute matrice de $\mathscr{M}_n(\mathbb{C})$ est trigonalisable (cours de réduction) ;
— Suites récurrentes linéaires d'ordre deux à coefficients constants (voir réduction) ;
— Identité du parallélogramme et identités de polarisation (voir préhilbertiens) ;
— Dans E préhilbertien réel, si F sev de dimension finie, alors $\mathrm{E} = \mathrm{F} \overset{\perp}{\oplus} \mathrm{F}^{\perp}$ (voir préhilbertiens) ;

- Dans E préhilbertien réel, formule de p_{F} avec F sev de dimension finie (voir préhilbertiens) ;
- Théorème spectral, version vectorielle et matricielle (voir euclidiens) ;
- Définition et propriétés d'une matrice de $\mathscr{S}_n^{++}(\mathbb{R})$ (voir euclidiens) ;
- Structure de groupe, morphisme de groupes, groupes des inversibles d'un anneau (voir groupes, anneaux) ;
- Définition et formule de l'indicatrice d'Euler (voir arithmétique) ;
- Petit théorème de Fermat (voir arithmétique, cas particulier du théorème d'Euler) ;

3 Probabilités

- Inégalités de Markov et Bienaymé-Tchebychev ;
- Fonction génératrice, définition et propriétés ;
- Lois usuelles, propriétés ;
- Loi faible des grands nombres.