Semaine 2 du 30/05/23 au 2/06/23

Révisions : mécanique Spé + thermochimie + optique + électromagnétisme

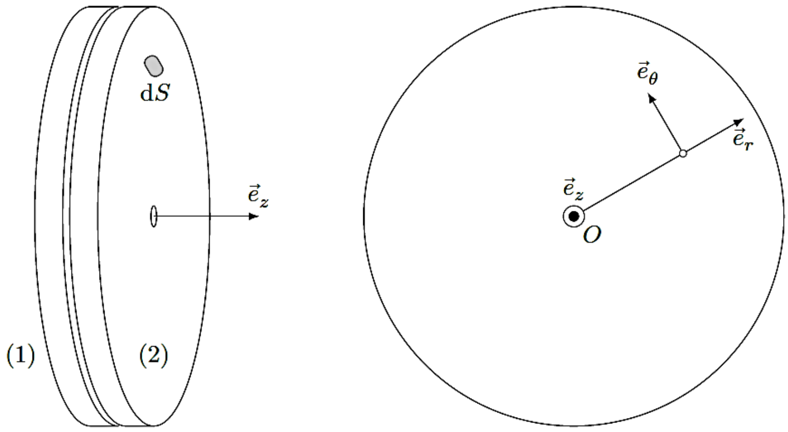
Mécanique Spé :

S2ex1 : Centrale Physique-Chimie 2

Embrayage à sec monodisque

Ce sujet est associé à un document décrivant le principe de fonctionnement d'un dispositif d'embrayage, par exemple automobile. On modélise cet embrayage par deux disques de même rayon R et de même moment d'inertie J par rapport à leur axe de rotation commun (Oz). Soit $\vec{F} = F\vec{e}_z$ la force de contact exercée par (1) sur (2) ; la force exercée par un élément de surface d'aire $\mathrm{d}S$ sur l'élément en vis à vis de (2) est, en coordonnées polaires d'axe (Oz),

$$\mathrm{d}\vec{F} = \frac{F}{\pi R^2}\,\mathrm{d}S\vec{e}_z + \mathrm{d}F'\vec{e}_\theta.$$



1.
   a. Rappeler les lois de Coulomb du frottement de glissement. On notera μ_d et μ_s les coefficients de frottement, dont on rappellera les définitions, unités et ordres de grandeur.

   On suppose que le frottement des éléments de surface $\mathrm{d}S$ en contact des disques d'embrayage vérifie ces lois.

   b. Quelle est l'expression de $\mathrm{d}F'$ si $\Omega_1 \neq \Omega_2$? On distinguera deux cas.

   c. Que peut-on dire si $\Omega_1 = \Omega_2$?

2. On étudie une phase de démarrage, le dispositif étant embrayé à partir de $\Omega_1(t=0) = \omega_0$ et $\Omega_2(t=0) = 0$. Le moteur est accouplé au disque (1) et exerce sur celui-ci le couple moteur $\vec{\Gamma}_1 = \Gamma_1\vec{e}_z$. La charge utile du dispositif (les roues du véhicule, etc.), de moment d'inertie J', est accouplée au disque (2). On posera $J_2 = J + J'$. Cet ensemble mobile est soumis à un couple de frottement $\vec{\Gamma}_2 = -\Gamma_2\vec{e}_z$; Γ_1 et Γ_2 sont supposés constants.

   a. Calculer le moment $\vec{\Gamma}_{12}$ des efforts de contact exercés par (1) sur (2) pendant le patinage.

   b. À quelle(s) condition(s) observe-t-on une accélération du véhicule se terminant sans patinage ? Quelle serait l'évolution ultérieure du système ?

   c. Calculer l'énergie dissipée par les frottements pendant la phase de patinage. Que devient-elle ?

3. À partir d'un fonctionnement de régime permanent sans patinage, l'arbre moteur tournant à la vitesse angulaire ω_0, on déclenche le freinage (sans débrayage) du véhicule. Dans ces conditions, le couple moteur exercé sur le disque (1) est remplacé par un couple de frein moteur $\vec{\Gamma}'_1 = -\Gamma'_1\vec{e}_z$ et un couple de frottement proportionnel à sa vitesse de rotation s'exerce sur le disque (2), $\vec{\Gamma}_f = -K\Omega_2\vec{e}_z$.

   À quelle condition l'embrayage ne patinera-t-il pas ?

Annexe

L'embrayage est un dispositif d'accouplement entre un arbre dit moteur et un autre dit récepteur. Du fait de sa transmission par adhérence, il permet une mise en charge progressive de l'accouplement ce qui évite les à-coups qui pourraient provoquer la rupture d'éléments de transmission ou l'arrêt du moteur dans le cas d'une transmission avec un moteur thermique.

L'embrayage est nécessaire sur les véhicules automobiles à moteurs thermiques qui doivent continuer à tourner même si le véhicule est à l'arrêt. Le désaccouplement facilite aussi le changement de rapport de vitesses. L'embrayage trouve donc sa place sur la chaîne de transmission, entre le moteur et la boîte de vitesses, où, de plus, le couple à transmettre est le moins élevé. Il est souvent fixé sur le volant moteur sur les voitures ou camions où le grand diamètre disponible permet d'utiliser un système monodisque ou bidisque. Il est plutôt en bout de vilebrequin sur les motos ou cyclos, en version multi-disque à bain d'huile (boîte manuelle) ou centrifuge à tambour (transmission automatique).

« Embrayage » désigne également la phase de fonctionnement où l'accouplement est établi ; il s'agit de l'opération inverse du « débrayage » pendant laquelle les arbres sont désolidarisés.

Les phases de fonctionnement d'un embrayage

On distingue trois phases de fonctionnement pour un dispositif d'embrayage.

- En position embrayée : l'embrayage transmet intégralement la puissance fournie (la voiture roule, le moteur est lié à la boîte de vitesses). C'est le plus souvent la position stable du dispositif (absence d'action de commande).
- En position débrayée : la transmission est interrompue. Roue libre, ou voiture arrêtée, le moteur peut continuer à tourner sans entraîner les roues. La situation est équivalente au point mort.
- Phase transitoire de glissement : en particulier pendant l'embrayage, la transmission de puissance est progressivement rétablie. Ce moment est appelé point de patinage. Pendant cette phase, l'arbre d'entrée et de sortie ne tournent pas à la même vitesse ; il y a alors glissement entre les disques, donc dissipation d'énergie, sous forme de chaleur. Cette phase est à limiter dans le temps, même si elle est inévitable et permet de solidariser graduellement le moteur et la boîte de vitesses. L'usure des disques a lieu pendant cette phase, souvent utilisée lors des démarrages en côte.

C'est la situation de glissement qui donne les conditions de dimensionnement de l'embrayage. Elle détermine le couple maximum transmissible. Au-delà, le glissement est systématique. La même configuration technologique est d'ailleurs adoptée sur les systèmes limiteurs de couple, qui vont donc patiner lorsque le couple sollicité devient trop important.

Classification

Les solutions technologiques retenues pour ce dispositif se distinguent suivant plusieurs critères.

- Selon la géométrie de la surface de friction :
  - disques, le contact étant effectif suivant une couronne par face de disque ;
  - tambour (dans le cas de certains embrayages centrifuges) ;
  - conique (abandonné aujourd'hui sauf quelques applications à faible puissance). Son intérêt réside dans le fait qu'il est autobloquant : l'assemblage conique reste coincé en l'absence d'effort presseur. Il faut agir pour débrayer.
- Selon le nombre de disques (quand il s'agit de disques) :
  - monodisque ;
  - bidisque à sec à commande unique ou à commande séparée (double) ;
  - multidisque humide ou à sec.

Les surfaces de contact peuvent :

- fonctionner à sec avec refroidissement par air ;
- être lubrifiées et refroidies par bain d'huile.

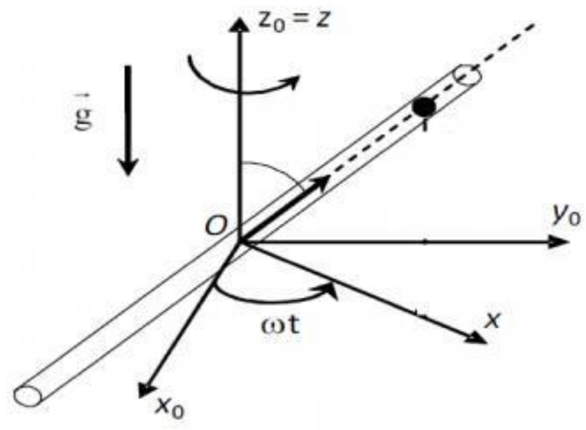
La commande peut être :

- mécanique ;
- hydraulique ;
- électrique asservie électroniquement ;
- centrifuge (dans ce cas la commande n'est pas directe mais induite par l'action sur l'accélérateur).

S2ex2 : CCINP MP

Exercice 1 :

On considère un tube vide de longueur 2L en rotation autour d'un axe fixe (Oz) à la vitesse angulaire constante ω par rapport à un référentiel R galiléen. Le tube fait un angle θ constant avec (Oz). On note R' le référentiel lié au tube.
On place une bille dans le tube. A t=0, on note v_0 et r_0 respectivement la vitesse initiale et la distance à l'origine initiale de la bille. On suppose que la bille glisse sans frottement dans le tube.



1) a) Effectuer un bilan des forces s'exerçant sur la bille.
1) b) En déduire une équation différentielle en r(t) avec r la distance à l'origine O et la résoudre pour $v_0=0$.
2) Quand la bille tombe-t-elle du tube ? De quel côté ?

Thermochimie :

S2ex3 : CCINP

Exercice 2 :

On étudie la réaction en phase gazeuse de vaporeformage du méthane : $CH_4 + H_2O = CO + 3H_2$

1) a) Calculer son enthalpie standard de réaction.
1) b) Calculer son entropie standard de réaction.
1) c) Commenter les signes.
2) a) Calculer son enthalpie libre standard de réaction à 1273K.
2) b) Calculer sa constante d'équilibre à cette température.
3) Quelle est l'influence :
   a) d'une augmentation de température à pression constante ?
   b) d'une augmentation de pression à température constante ?
   c) Commenter le fait que la réaction est faite industriellement à 1273 K et 5 bars.

Données à 298K :
$\Delta_f H^0(CH_{4(g)}) = -74{,}9 kJ.mol^{-1}$; $\Delta_f H^0(H_2O_{(g)}) = -241{,}8 kJ.mol^{-1}$; $\Delta_f H^0(CO_{(g)}) = -110{,}6 kJ.mol^{-1}$;
$S^0_m(H_{2(g)}) = 130{,}5 J.K^{-1}.mol^{-1}$; $S^0_m(CH_{4(g)}) = 186{,}2 J.K^{-1}.mol^{-1}$;
$S^0_m(H_2O_{(g)}) = 188{,}7 J.K^{-1}.mol^{-1}$; $S^0_m(CO_{(g)}) = 197{,}6 J.K^{-1}$.

S2ex4 : Centrale TSI Physique-Chimie 1

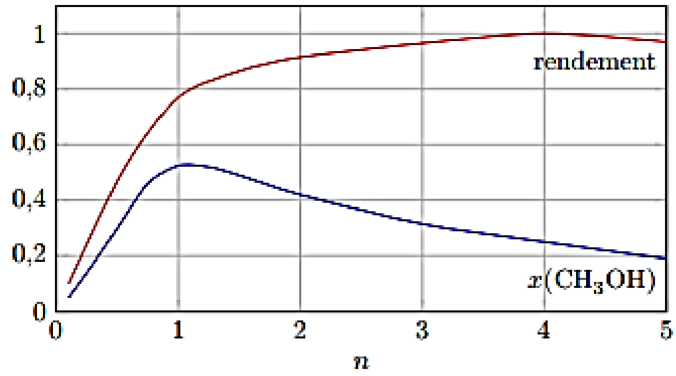
On considère la réaction de synthèse du méthanol : $CO_{(g)} + 2\,H_{2\,(g)} = CH_3OH_{(g)}$.

On donne la constante d'équilibre de la réaction à 573 K : $K°(573\,\mathrm{K}) = 2{,}5 \times 10^{-3}$.

On définit le rendement ρ de la réaction par : $\rho = \frac{\xi_{\text{final}}}{\xi_{\max}}$, où ξ désigne l'avancement de la réaction.

1. Calculer l'enthalpie standard de réaction $\Delta_r H°$ de la synthèse du méthanol. Commenter.
2. On désire obtenir, à l'équilibre, à $T = 573\,\mathrm{K}$, en partant des proportions stœchiométriques en CO et H_2, un rendement en méthanol égal à 70%. Quelle pression doit-on imposer ? Commenter.
3. En opérant à $P = 200$ bar, dans les proportions stœchiométriques, quelle doit être la température T pour que le rendement en méthanol gazeux à l'équilibre soit égal à 70% ? Commenter.

En opérant à $P = 200$ bar et $T = 573\,\mathrm{K}$, on fait réagir n moles de ~~dioxyde~~ monoxyde de carbone avec 2 moles de dihydrogène, n variant entre 0,1 mol et 5 mol. H_2 étant le réactif le plus cher, on le prend comme référence pour définir le rendement de la réaction. On trace les variations du rendement de la réaction et de la fraction molaire en méthanol du mélange réactionnel à l'équilibre en fonction de n.



4. Expliquer comment on peut obtenir ces courbes par le calcul.
5. Quelle valeur de n vous semble optimale ? Commenter.

Données

Loi de Van't Hoff : $\dfrac{\mathrm{d}(\ln k°)}{\mathrm{d}T} = \dfrac{\Delta_r H°}{RT^2}$

Constante des gaz parfaits : $R = 8{,}314\ \mathrm{J{\cdot}K^{-1}{\cdot}mol^{-1}}$

	$CO_{2\,(g)}$	$H_{2\,(g)}$	$CH_3OH_{(g)}$	$CO_{(g)}$
$\Delta_f H°$ ($\mathrm{kJ{\cdot}mol^{-1}}$)	$-395{,}5$	?	$-201{,}5$	-110,5

Optique

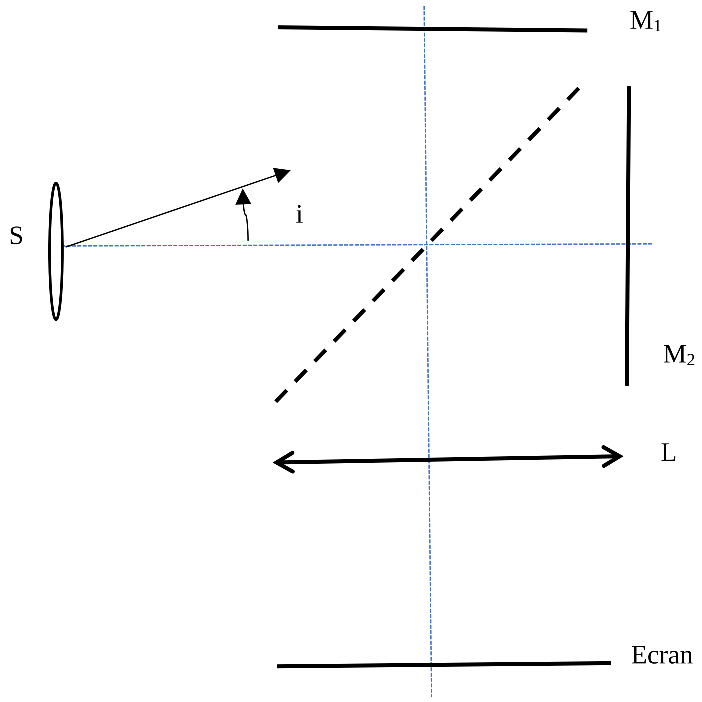
S2ex5 : CCINP
Lunette astronomique

On observe la planète Mars depuis la Terre.
On dispose d'une lunette astronomique constituée d'un objectif assimilé à une lentille (L_1) convergente de centre O_1 de distance focale $f'_1 = 100$cm, et d'un oculaire qui est une deuxième lentille convergente de centre O_2 et de distance focale $f'_2 = 2{,}5$cm.
La planète Mars est située à une distance de la Terre variant entre 56 et 400 millions de kilomètres, son diamètre apparent est de 6800 km.

1) Calculer le diamètre angulaire apparent minimal de Mars (observée sans la lunette).
2) La lunette est en réglage afocal. Que peut-on en déduire sur la position des lentilles ?
3) On considère un faisceau lumineux de rayons issus de Mars, parallèles entre eux et formant un angle α avec l'axe optique. Faire un tracé du parcours de ces rayons à travers la lunette.
4) Il se forme une image intermédiaire de Mars entre les lentilles. Calculer la taille de cette image.
5) Calculer le grossissement $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ de la lunette, où α' est l'angle d'observation à travers la lunette.

Rem : Aucune aide de l'examinateur (muet). Une calculatrice était fournie.

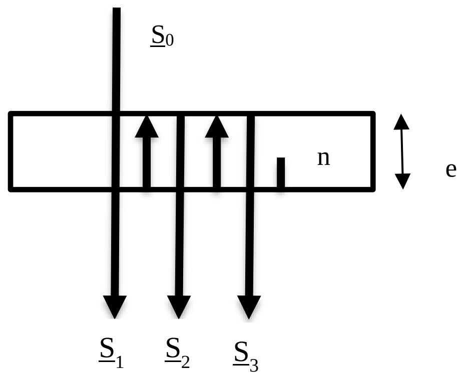
S2ex6 : Mines-Ponts 2022 - Estéban Yung – Michelson en lame d'air



On dispose d'un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air, d'une source monochromatique étendue de longueur d'onde λ, d'une lentille L d'observation de distance focale $f' = 1$ m et d'un écran. Depuis le contact optique, on a décalé le miroir M_2 du Michelson d'une distance $d = 0{,}2$ mm.

1) Pour observer des interférences bien contrastées, où doit-on placer la source S et l'écran ? Faut-il diaphragmer la source ? Que représenta le pointillé sur le schéma ?
2) Prolonger sur le schéma le rayon lumineux issu de S et les rayons réfléchis que les miroirs. Proposer et justifier un schéma équivalent. Etablir l'expression de la différence de marche en un point M de l'écran.
3) Exprimer $r_k^2 - r_{k+1}^2$ où r_k désigne le rayon de l'anneau lumineux d'ordre k. Calculer la valeur de la longueur d'onde λ sachant qu'on a mesuré les rayons de trois premiers anneaux suivants : 5,7 cm ; 7,9 cm ; 9,6 cm.

S2ex7 : Centrale Physique-Chimie 1 - Filtre interférentiel

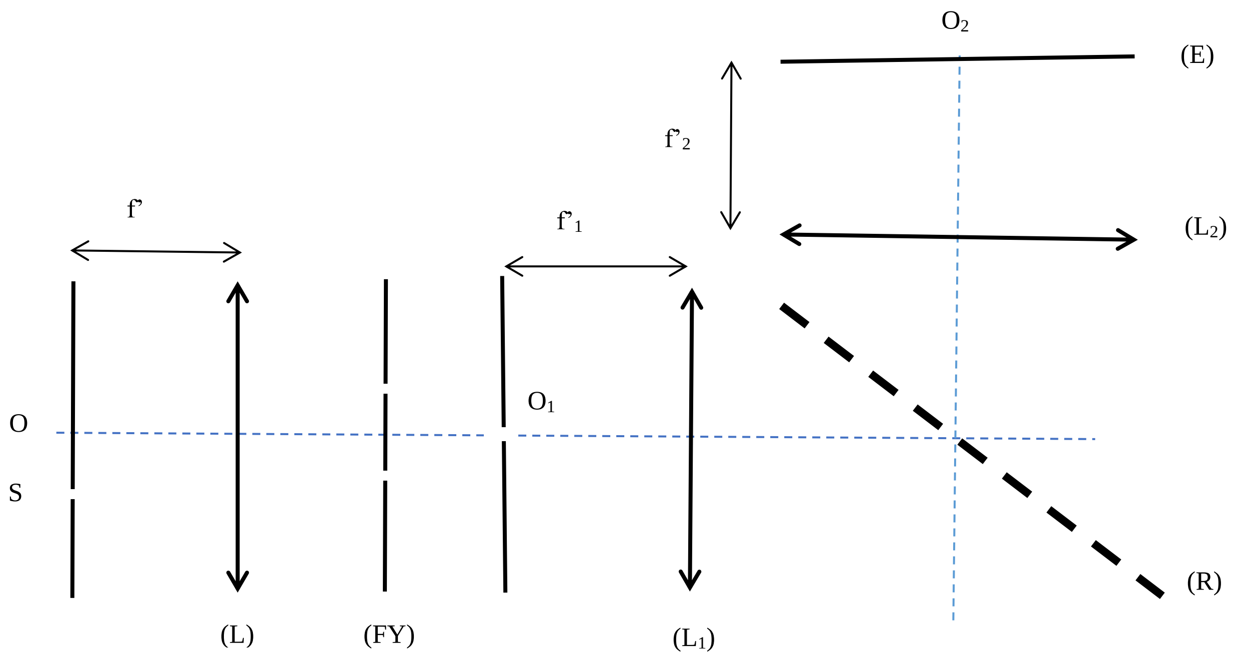


Ce filtre est constitué d'une lame à faces parallèles d'indice n et d'épaisseur e. On l'éclaire sous incidence normale par une onde monochromatique de longueur d'onde λ et d'amplitude complexe $\underline{S}_O$. On note r le coefficient de réflexion en amplitude, t_{1n} le coefficient de transmission en amplitude de l'air vers la lame et t_{n1} de la lame vers l'air.
On pose $R = r^2$ et on admet que $t_{1n}\, t_{n1} = 1 - R$.
On suppose que R = 0,95.

1) Donner l'amplitude complexe de chaque faisceau transmis en fonction de $\underline{S}_1$, R et $\Phi = \frac{4\pi}{\lambda} ne$.
2) Montrer que l'intensité lumineuse à l'infini peut se mettre sous la forme $I(\Phi) = \frac{I_0}{1+\frac{4R}{(1-R)^2}\sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right)}$
3) Représenter l'intensité I en fonction de ϕ.
4) Trouver les valeurs de ϕ autour du pic $\phi = 0$ pour lesquelles $I(\phi) = I_0/2$. En déduire la largeur à mi-hauteur des pics.
5) Calculer la longueur d'onde transmise dans le visible λ_0 et la largeur spectrale $\Delta\lambda$ pour une lame de cryolite d'indice n = 1,365 et d'épaisseur e = 0,250 µm.
6) …

S2ex8 : Mines-Ponts 2022 - François Deleu – Interférences (ex1)

On étudie le dispositif interférentiel dessiné ci-dessous. Il est éclairé par une source de lumière blanche placé en S dans le plan focal objet de la lentille (L). L'observation se fait sur le plan de l'écran (E) placé dans le plan focal image de la lentille (L_2). (FY) est percé de deux fentes d'Young distantes de a = 200 µm. (R) est un réseau dont le nombre de traits par millimètre est noté n. On prendra f' = f'$_1$ = f'$_2$ = 20 cm.



1) Expliquer à quoi servent les lentilles (L_1) et (L_2) et justifier leur emplacement.
   Pourquoi la lumière en O_2 est-t-elle quasiment monochromatique ?
2) Quel doit être le nombre de traits par millimètre n du réseau (R) afin qu'on observe l'ordre 2 de la composante λ = 735 nm de la lumière blanche en O_2 ?
3) La distance $\overline{OS}$ est réglable. Justifier que cela permet de contrôler l'intensité lumineuse en O_2.
   Dans l'hypothèse OS<<f', pour quelles valeurs de $\overline{OS}$ cette intensité est-t-elle la plus grande ou la plus faible ?

Remarques : Il a fallu redémontrer la formule des réseaux et la différence de marche des fentes d'Young.

Electromagnétisme :

S2ex9 : Mines-Pont 2022 – HM Moreau – Effet Joule dans un fil conducteur

On considère un fil conducteur cylindrique de rayon R et d'axe (Oz), de conductivité γ, et parcouru par un courant de densité volumique uniforme $\overrightarrow{j_0} = j_{0m}\cos(\omega t)\overrightarrow{u_z}$. On se place dans l'ARQS.

1) Etablir le champ magnétique $\overrightarrow{B_1}$ à l'intérieur du fil.
2) Etablir la composante non uniforme du champ électrique dans le fil, notée $\overrightarrow{E_2} = E_2(M,t)\overrightarrow{u_z}$.
3) Etablir alors la densité volumique totale de courant puis la puissance moyenne dissipée par effet Joule dans une potion de fil de longueur L.
4) …

S2ex10 : Mines-Télécom (sans préparation) Ex1 - Electrostatique

On considère une boule chargée de rayon R et de centre C en volume avec une densité volumique de charges uniforme ρ > 0 uniforme.

1) Exprimer la charge totale Q de la boule.
2) Déterminer le champ électrique $\vec{E}$ en tout point de l'espace.
3) AN : calculer la norme de ce champ pour r = R = 3.10^{-15}m et Q = e = $1,6.10^{-19}$C.
4) Tracer $\|\vec{E}\|$ en fonction de r.
5) Déterminer le potentiel électrostatique en tout point de l'espace.
6) On ajoute une cavité de rayon a au centre de la boule de telle sorte que le champ électrique dans la cavité soit nul. Quelle est la charge à l'intérieur de la cavité ? Exprimer le champ électrique total.

S2ex11 : Mines-Ponts

On étudie la propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu, de champ électrique :

$\vec{E} = E_0 e^{i(\omega t - \alpha y)}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$ avec α = 0,44 m^{-1} et de fréquence f = 14 MHz.

1) Quelle est la densité volumique de charges dans ce milieu ?
2) Calculer numériquement la vitesse de phase.
3) Exprimer le champ magnétique.
4) Exprimer la densité volumique de courant.
5) Déterminer le facteur χ tel que $\vec{j} = \varepsilon_0 \chi \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$.
6) Quelle est l'unité de χ ? Que vaut-il si la vitesse de phase est c ?
7) Le champ électromagnétique cède-t-il de l'énergie au milieu ?

S2ex12 : CCINP 2022 – Alicia Thomas – Onde électromagnétique dans une cavité

On considère une cavité vide entourée de conducteurs parfaits : $\begin{cases}0 < x < a\\0 < y < b\\0 < z < d\end{cases}$

Dans cette cavité règne le champ électrique $\underline{\vec{E}} = E_m \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) sin\left(\frac{\pi y}{b}\right) e^{-j\omega t}\overrightarrow{u_z}$

1) Quelle doit-être l'expression de la pulsation ω pour que ce champ puisse exister dans la cavité ?
2) Calculer le champ magnétique associé dans la cavité.
3) Calculer la valeur moyenne de la densité volumique d'énergie électromagnétique associée.

Réponses :

S2ex1 : Centrale Physique-Chimie 2 (site de Centrale) Embrayage

1.b. Si $\Omega_1 \neq \Omega_2$, $dF' = \mp\mu_d \frac{F}{\pi R^2} dS$ *avec + si embrayage et - si débrayage*

1.c. Si $\Omega_1 = \Omega_2$, $|dF'| < \mu_s \frac{F}{\pi R^2} dS$

2.a. $\overrightarrow{\Gamma_{12}} = \mu_d \frac{2FR}{3} \overrightarrow{e_z}$

2.b. Accélération si $\Gamma_1 > \Gamma_2$ *sans patinage si* $\Omega_2 < \omega_0$ *donc jusqu'à* $t_f = \frac{J_2\omega_0}{\Gamma_1 - \Gamma_2}$

Ensuite la vitesse de rotation reste constante et égale à celle du moteur.

2.c. Energie dissipée par les frottements -Γ_2 *dans le référentiel de la voiture :* $W_{frot\,2} = -\frac{J_2\Gamma_2\omega_0^2}{2(\Gamma_1-\Gamma_2)} < 0$ *Cette énergie est dissipée en chaleur.*

Energie dissipée par les frottements Γ_{12} *exercés sur (1) et sur (2) dans le référentiel de la voiture :*$W_{frot\,12} = -\frac{J_2\Gamma_1\omega_0^2}{2(\Gamma_1-\Gamma_2)} < 0$ *Cette énergie est en partie transformée en énergie cinétique de (2) et en partie dissipée en chaleur.*

3. L'embrayage ne patine pas si $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega$ *et tant que* $\Gamma_{12} < \mu_s \frac{2FR}{3} = \frac{\mu_s}{\mu_d}\Gamma_1$*…*

S2ex2 : CCINP MP Bille dans un tube

1)b)$\ddot{r} - \omega^2\sin^2(\theta) r = -g\cos(\theta)$ $\quad r(t) = r_1 + (r_0 - r_1)ch(\omega\sin(\theta)\,t)$ *avec* $r_1 = \frac{g\cos(\theta)}{\omega^2\sin^2(\theta)}$

2) Si $r_0 > r_1$*,la bille monte et* $t_{chute} = \frac{1}{\omega\sin\theta} argch\left(\frac{L-r_1}{r_0-r_1}\right)$; *Si* $r_0 < r_1$*, la bille tombe et* $t_{chute} = \frac{1}{\omega\sin\theta} argch\left(\frac{L+r_1}{r_1-r_0}\right)$

S2ex3 : CCINP Vaporeformage du méthane

1)a) $\Delta_rH° = 206{,}1\ kJ.mol^{-1}$ *1)b)* $\Delta_rS° = 214{,}2\ J.K^{-1}.mol^{-1}$ *1)c) …*

2)a) $\Delta_rG° = -66{,}6\ kJ.mol^{-1}$ *2)b)* $K° = 539$

3) Réaction favorisée par les hautes températures et les basses pressions.

S2ex4 : Centrale TSI Physique-Chimie 1 (site de Centrale) Synthèse du méthanol

1) $\Delta_rH° = -91{,}0\ kJ.mol^{-1}$ *réaction exothermique, réaction favorisée par les basses températures*

2) $P = P°\sqrt{\frac{\rho(3-2\rho)^2}{4K°(1-\rho)^3}}$ *= 81 bars avec le rendement ρ=0,7. Réaction favorisée par les hautes pressions car…*

3) On cherche T telle que ρ = 0,7 donc $K°(T) = 4{,}2.10^{-4}$*. Par la loi de Van't Hoff, T = 632 K.*

4)… 5) C'est le rendement par rapport à H_2 *(ou son taux de conversion) qu'il faut optimiser car c'est le réactif le plus cher, donc n=4.*

S2ex5 : CCINP 2019 Lunette astronomique

1) $\alpha_{min} = 1{,}7.10^{-5}$ *rad*

2) O_1O_2 *= 102,5 cm*

4) A'B' = $1{,}7.10^{-5}$ *m*

5) G = -40

S2ex6 : Mines-Ponts 2022 – Estéban Yung – Michelson en lame d'air

1 et 2) Voir cours !

3) Dans les conditions de Gauss, $r_k \approx f' i_k$.

Pour l'anneau brillant d'ordre k : $\delta_k = 2d\cos(i_k) = k\lambda \approx 2d\left(1 - \frac{i_k^2}{2}\right)$

D'où $r_k^2 - r_{k+1}^2 = \frac{f'^2\lambda}{d} = 0{,}60\ \mu m$

S2ex7 : Centrale Physique-Chimie 1 Filtre interférentiel

1) $\underline{S_p} = \underline{S_1} R^{p-1} e^{i\phi(p-1)}$ *2)* $I(\phi) = \frac{1}{2}\underline{S}.\underline{S}^*$ *avec l'amplitude totale* $\underline{S} = \sum_{p=1}^{\infty} \underline{S_p} = \underline{S_1}\frac{1}{1-Re^{i\phi}}$

3) $\phi = \mp\frac{1-R}{\sqrt{R}}$ *d'où* $\Delta\phi = 2\frac{1-R}{\sqrt{R}} = 0{,}10\ rad$

4) Maxima transmis en $\phi = \frac{2ne}{k}$ *avec k entier. Seule raie visible pour* λ_0 *= 682,5 nm (rouge) et* $\Delta\lambda = \lambda_0\frac{1-R}{\pi\sqrt{R}} = 11{,}2\ nm$

S2ex8 : Mines-Ponts 2022 - F. Deleu – Fentes d'Young et réseau

1) *Les lentilles servent à éclairer les réseaux en lumière parallèle. L'observation en un point est quasi-monochromatique s'il n'y a pas superposition des ordres du réseau dans le visible. Ce n'est en général pas le cas pour les ordres faibles.*
2) *On applique la formule des réseaux (à redémontrer) dans l'ordre 2 avec* $i_0 = \pi/4$ *et* $i_2 = \pi/4$*.* $n = \frac{\sqrt{2}}{2\lambda} = 962\ traits/mm.$
3) $I(O_1,\lambda) = 2I_0(\lambda)\left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} a\frac{\overline{OS}}{f'}\right)\right]$*si OS<<f'.*

   Intensité maximale si $\overline{OS} = kf'\frac{\lambda}{a} = k.0{,}735\ mm,\ k \in \mathbb{Z}$

   Intensité nulle si $\overline{OS} = (k+\frac{1}{2})f'\frac{\lambda}{a} = 0{,}368k.0{,}735\ mm,\ k \in \mathbb{Z}$

S2ex9 : Mines-Pont 2022 – H.M. Moreau – Effet Joule dans un fil conducteur

1) $\overrightarrow{B_1} = \frac{\mu_0 j_{om}}{2} r\cos(\omega t)\overrightarrow{u_\theta}$
2) $\overrightarrow{E_2}(M,t) = -\frac{\mu_0 j_{om}}{4}\omega r^2 \sin(\omega t)\overrightarrow{u_z}$.
3) $\overrightarrow{j_{total}} = \left[j_{0m}\cos(\omega t) - \gamma\frac{\mu_0 j_{om}}{4}\omega r^2\sin(\omega t)\right]\overrightarrow{u_z}$.

   $$P_{Joule\ moyenne} = \frac{L\pi R^2 j_{0m}^2}{2\gamma}\left[1 - \frac{\gamma^2\mu_0^2\omega^2 R^4}{48}\right]$$

S2ex10 : Mines-Télécom Electrostatique

1) $Q = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$

2) Si $r \geq R, \vec{E} = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}\overrightarrow{u_r}$ Si $r \leq R, \vec{E} = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0}\overrightarrow{u_r}$

3) $E(R) = 1{,}4.10^{20}$ $V.m^{-1}$

5) Si $r \geq R, V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ Si $r \leq R, V(r) = -\frac{\rho}{6\varepsilon_0}(r^2 - R^2) + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

6) Si $r \leq a, \vec{E} = \vec{0}$, Si $a \leq r \leq R, \vec{E} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(r - \frac{a^3}{r^2}\right)\overrightarrow{u_r}$ Si $r \geq R, \vec{E} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\frac{R^3 - a^3}{r^2}\overrightarrow{u_r}$

S2ex11 : Mines-Ponts Propagation d'une OEM dans un milieu

1) $\rho = 0$

2) $v_\varphi = \frac{\omega}{\alpha} = 2.10^8\, m.s^{-1}$

3) $\vec{B} = \frac{\alpha E_0}{\omega} e^{i(\omega t - \alpha y)} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

4) $\vec{j} = i(\frac{\alpha^2}{\mu_0 \omega} - \omega\varepsilon_0)E_0 e^{i(\omega t - \alpha y)} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

5) $\chi = \frac{\alpha^2 c^2}{\omega^2} - 1$ 7) $\langle \vec{j}.\vec{E} \rangle = 0$

S2ex12 : CCINP 2022 – Alicia Thomas - OEM dans une cavité

1) $\omega = c\sqrt{\frac{\pi^2}{a^2} + \frac{\pi^2}{b^2}}$

2) $\underline{\vec{B}} = \begin{pmatrix} -\frac{\pi E_m}{b\omega} sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\omega t} \\ \frac{\pi E_m}{a\omega} cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\omega t} \\ 0 \end{pmatrix}$

3) $\langle u_{em} \rangle = \frac{\varepsilon_0}{4} E_m^2 sin^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) sin^2\left(\frac{\pi y}{b}\right) + \frac{\pi^2}{4\mu_0\omega^2 b^2} E_m^2 sin^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) cos^2\left(\frac{\pi y}{b}\right) + \frac{\pi^2}{4\mu_0\omega^2 a^2} E_m^2 cos^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) cos^2\left(\frac{\pi y}{b}\right)$