

## Programme de colles

⚠ Venir avec un cahier de colles : y coller les énoncés des exercices et les reprendre à l'issue de la colle.

**Semaine 1**    16/09/24 - 20/09/24

**Programme :**

Intégrales généralisées :

- Définition sur un intervalle semi-ouvert, relation de Chasles sur un intervalle semi-ouvert, définition sur un intervalle ouvert, linéarité sous réserve de convergence, intégrale faussement impropre, intégrale d'une fonction paire ou impaire sur un intervalle ouvert centré en zéro, intégrale fonction de la borne supérieure ou inférieure ;
- Intégrales de Riemann, intégrales de type Riemann sur  $[a; b[$  ou  $]a; b]$  ;
- Comparaison pour des fonctions positives, relations de comparaison  $o$ ,  $O$  et  $\sim$  pour des fonctions positives ;
- Intégrabilité, l'intégrabilité implique la convergence de l'intégrale, structure de  $\mathbb{K}$ -ev et linéarité de l'intégrale pour les fonction intégrables, positivité, croissance, relation de Chasles, inégalité triangulaire, séparation ;
- Relations de comparaison  $o$ ,  $O$  et  $\sim$  avec une fonction de référence intégrable ;
- Intégration des relations de comparaison avec une fonction de référence positive : cas où celle-ci est intégrable, cas où celle-ci n'est pas intégrable ;
- Théorèmes de changement de variables, théorème d'intégration par parties.

**Questions de cours :** (avec preuve)

1. Naitre de  $\int_0^{+\infty} e^{-\alpha t} dt$  avec  $\alpha$  réel ;
2. Intégrales de Riemann ;
3. Théorème de comparaison pour  $0 \leq f \leq g$  et ses corollaires immédiats (dont le critère des équivalents) ;
4. L'intégrabilité implique la convergence de l'intégrale (avec la proposition clé) ;
5. Intégration des relations de comparaison (cas intégrable, cas non intégrable) ;
6. Théorèmes de changement de variables (cas strictement croissant et décroissant) ;
7. Intégrales de type Riemann sur  $[a; b[$  ou  $]a; b]$  ;
8. Théorème d'intégration par parties ;
9. Convergence de l'intégrale  $\int_0^1 \ln(t) dt$  (deux méthodes) ;
10. Convergence de l'intégrale de Dirichlet  $\int_0^{+\infty} \frac{\sin(t)}{t} dt$  et égalité à  $\int_0^{+\infty} \frac{\sin(t)^2}{t^2} dt$  ;
11. Divergence de l'intégrale  $\int_0^{+\infty} \frac{|\sin(t)|}{t} dt$ .