

## DM 2 de Physique à rendre vendredi 20/09/24 (au plus tard le 27/09/24)

### Mécanique du transport ferroviaire

La première locomotive à vapeur date de 1804, elle a été conçue par un ingénieur des mines anglais Richard Trevithick, comme une application de la machine à vapeur. Depuis, le transport ferroviaire a connu une évolution rapide ; il apparaît aujourd'hui comme une solution écologique au désir et au besoin de mobilité d'une population mondiale qui ne cesse de croître.

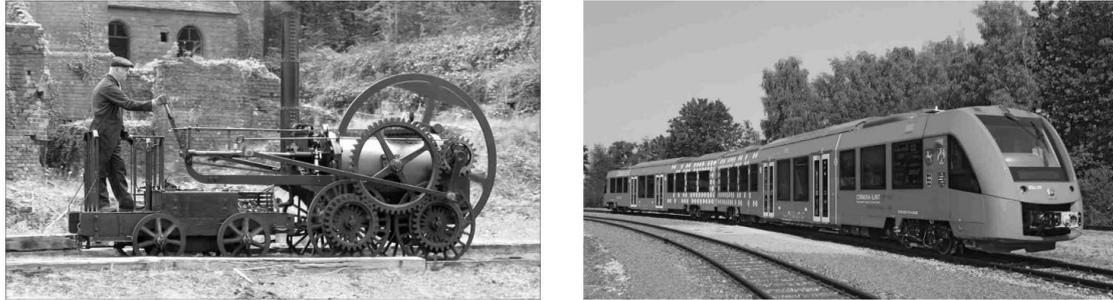


Figure 1 Gauche : La locomotive de Trevithick. Droite : train fonctionnant avec une pile à hydrogène

#### A – Démarrage du train de Trevithick

Le premier train qui sera étudié est celui de Trevithick. L'idée de Trevithick a été d'associer la roue pour le transport, à la machine à vapeur pour la force motrice. Au cours d'un essai, la locomotive de Trevithick de masse  $M_\ell = 1$  t, dont la figure 1 montre une reproduction, a été capable de tracter un ensemble de dix wagons portant un chargement d'acier de masse totale  $M_c = 10$  t sur une distance  $D = 15$  km. Lors de cet essai en ligne droite, conduit sur des rails en fonte horizontaux parallèles à l'axe  $Ox$ , le train parvint à atteindre la vitesse  $v_0 = 8$  km  $\cdot$  h $^{-1}$ , supposée constante après la phase de démarrage.

On étudie ici la phase de démarrage de la locomotive tractant les dix wagons. L'étude est conduite dans le référentiel terrestre supposée galiléen. On envisage un démarrage à accélération constante, et on note  $\vec{a}_0$  cette accélération. On définit deux systèmes :

- le système  $\Sigma_1$ , de masse totale  $M_c$ , est constitué de l'ensemble des 10 wagons et de leur charge.
- le système  $\Sigma_2$  correspond à la locomotive de Trevithick, de masse totale  $M_\ell$ , et qui compte également quatre roues en acier.

On note  $\vec{F}_{\Sigma_2/\Sigma_1}$  la force qu'exerce  $\Sigma_2$  sur  $\Sigma_1$  ; cette force est supposée horizontale.

On adopte un modèle très simpliste de contact ponctuel entre les roues et les rails et on suppose qu'aucune roue ne glisse sur les rails. On donne pour le contact acier-fonte le coefficient d'adhérence (également appelé coefficient de frottement statique)  $f_a$ . Les lois de Coulomb du frottement solide sont rappelées en annexe.

On admet qu'une étude dynamique permet d'établir, qu'en considérant les roue de masse négligeable, la force  $\vec{F}_{r/1}$  exercée par les rails sur une roue du système  $\Sigma_1$  est normale au rail. Par la suite, on fera cette approximation pour toutes les roues du système  $\Sigma_1$ . On note également  $\vec{F}_{r/2}$  la force qu'exerce le rail sur une des quatre roues de la locomotive, avec  $\vec{F}_{r/2} = \vec{N}_{r/2} + \vec{T}_{r/2}$ , où  $\vec{N}_{r/2}$  et  $\vec{T}_{r/2}$  désignent respectivement les composantes normale et tangentielle de l'action d'un rail sur une roue de la locomotive.

**Q 19.** Faire un schéma de la situation et représenter les forces qui s'exercent sur  $\Sigma_1$ . Exprimer la force  $\vec{F}_{\Sigma_2/\Sigma_1}$  en fonction, entre autres, de l'accélération  $\vec{a}_0$ .

**Q 20.** Faire un autre schéma où figurent les forces qui s'exercent sur  $\Sigma_2$ . On négligera toute force de frottement fluide due à l'air.

**Q 21.** Montrer que  $\vec{T}_{r/2}$  est nécessairement non nulle. On admettra que cette force est identique sur les quatre roues de la locomotive. Exprimer  $\vec{T}_{r/2}$  en fonction notamment de l'accélération  $\vec{a}_0$  et des diverses masses introduites dans l'énoncé.

**Q 22.** Calculer le temps qu'a mis le train de Trevithick à atteindre sa vitesse de croisière, en supposant que  $\|\vec{T}_{r/2}\| = 0,1 f_a \|\vec{N}_{r/2}\|$ , de sorte que l'absence de glissement est assurée.

## B – Circulation des trains à grande vitesse (TGV)

On s'intéresse maintenant aux voies des trains à grande vitesse, dont le tracé est déterminé par diverses contraintes. Une des contraintes essentielles est que le trajet doit être le plus horizontal possible. La morphologie des territoires traversés impose de ce fait des tracés courbes pour les trajets des trains.

### B.1) Passage en courbe

On envisage ici le problème de la jonction entre deux tronçons rectilignes  $A_0A$  et  $BB_0$  formant un angle de  $120^\circ$  (figure 4). On considère pour simplifier que le tracé de la voie entre les points  $A$  et  $B$  suit une portion du cercle  $\mathcal{C}$  tangent aux deux segments de droites en  $A$  et  $B$ . On note  $d_{AB}$  la distance en ligne droite entre ces deux points. Le référentiel terrestre est toujours supposé galiléen.

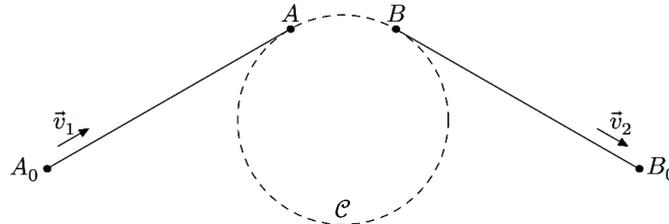


Figure 4 Raccordement circulaire entre deux tronçons rectilignes

Q 23. Déterminer le rayon  $R_c$  du cercle  $\mathcal{C}$  en fonction des données.

Q 24. En supposant la vitesse du train constante en norme, de valeur notée  $V_0$  (soit  $\|\vec{v}_1\| = \|\vec{v}_2\| = V_0$ ), tracer l'évolution de la norme de l'accélération du train, assimilé à un point matériel, entre l'instant  $t = 0$  où il se trouve en  $A_0$  et l'instant  $t_f$  où il se trouve en  $B_0$ .

Q 25. Calculer la valeur numérique de l'accélération  $a_c$  entre les points  $A$  et  $B$  dans le cas où  $d_{AB} = 2$  km et  $V_0 = 300$  km  $\cdot$  h $^{-1}$ .

Au niveau d'un tel virage, la voie présente un dévers, c'est-à-dire une différence de hauteur entre les rails intérieur et extérieur qui permet d'incliner le train. Ce dévers est conçu de sorte qu'un passager ne soit pas trop fortement déporté sur le bord de son siège au cours du virage. L'écartement entre les deux rails au niveau des roues est quant à lui fixé à  $E_r = 1400$  mm.

Lors d'un voyage en TGV, un passager curieux d'étudier ce dévers a placé un pendule simple, constitué d'une masse  $m_p$  reliée à un fil inextensible, au dos du siège situé devant lui, vers l'avant du train. Ainsi fixé, ce pendule peut se déplacer librement dans un plan vertical perpendiculaire à la vitesse du train. La figure 5 montre la position d'équilibre du pendule dans le virage indiqué sur la carte, alors que le train roule à 287 km  $\cdot$  h $^{-1}$ .



Figure 5 La carte permet d'estimer que le rayon de courbure du virage lors de la réalisation de l'expérience est  $R_c = 4$  km. Sur la photo à droite, le segment noir matérialise la verticale lorsque le train est à l'horizontale.

Q 26. Estimer la valeur du dévers lors de la réalisation de cette expérience. Préciser à l'aide d'un schéma clair lequel des deux rails, intérieur ou extérieur au virage, est surélevé.

Rem : la barre dans la marge signifie que cette question est non guidée.

Certaines questions, peu ou pas guidées, demandent de l'initiative de la part du candidat. Leur énoncé est repéré par une barre en marge. Il est alors demandé d'explicitement la démarche, les choix et de les illustrer, le cas échéant, par un schéma. Le barème valorise la prise d'initiative et tient compte du temps nécessaire à la résolution de ces questions.

## B.2) Usure abrasive des rails sur la ligne de TGV Paris-Lyon

Pour cette sous-partie, et pour celle-ci seulement, on considère que le référentiel terrestre  $\mathcal{R}_t$  est non galiléen et que le référentiel géocentrique  $\mathcal{R}_g$  est galiléen.

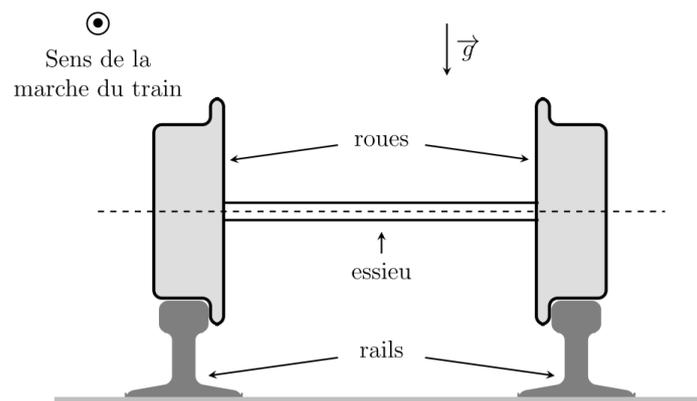
**Q 27.** Décrire le mouvement du référentiel terrestre  $\mathcal{R}_t$  par rapport au référentiel  $\mathcal{R}_g$ .

On considère la ligne de TGV Paris-Lyon, dont la longueur est approximativement de 500 km, et sur laquelle les trains (figure 6) roulent à la vitesse  $V_0 = 300 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  par rapport au référentiel terrestre. La ligne est composée de deux voies : une servant pour le trajet de Paris vers Lyon, l'autre pour le trajet Lyon vers Paris.



**Figure 6** Un train de dernière génération circulant sur la ligne Paris-Lyon.

On étudie par la suite un TGV allant de Paris à Lyon, sur un tronçon rectiligne horizontal, localement confondu avec une ligne méridienne nord-sud. La figure 7 schématise le contact entre les rails et les roues de ce train.



**Figure 7** Schéma – en coupe – du contact entre les rails et les roues du TGV (les échelles de distance ne sont pas respectées).

**Q 28.** La prise en compte du caractère non galiléen du référentiel terrestre implique l'existence d'une force normale horizontale exercée par l'intérieur d'un des deux rails sur les roues avec lesquelles il est en contact. Identifier, en le justifiant, le rail concerné dans le cas d'un TGV circulant de Paris vers Lyon. Sur un schéma inspiré de celui de la figure 7 faire figurer les forces de contact exercées par les rails sur les roues.

De nos jours, les rails sont réalisés en acier trempé très dur, afin d'en limiter l'usure. Il existe différents types d'usure des rails ; nous n'envisagerons ici que l'usure abrasive, qui a lieu à l'interface entre les roues et le rail. On note que, lorsqu'on étudie l'usure, on prend en compte le fait que le contact roue-rail n'est pas ponctuel : cela implique qu'il y a nécessairement une zone de contact glissant, même en cas d'adhérence. Diverses lois permettent de quantifier cette usure ; nous nous limiterons à la loi d'usure de Preston-Archard selon laquelle le volume de matière usée peut être calculé par la formule

$$V = k \frac{F_n}{H} d$$

où  $H$  est la dureté du matériau dont l'unité est  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-2}$ ,  $d$  la distance sur laquelle a eu lieu le glissement,  $F_n$  la force normale au glissement et  $k$  un coefficient, appelé coefficient d'Archard, qui dépend des conditions expérimentales, matériaux, température, géométrie, etc.

**Q 29.** Discuter qualitativement la loi de Preston-Achard.

**Q 30.** Déterminer la dimension du coefficient d'Archard  $k$ .

**Q 31.** Pour le rail identifié dans la question Q 28, comparer le degré d'usure des faces supérieure et intérieure du rail. Préciser les approximations réalisées.

## Annexe :

### Données :

Accélération de la pesanteur	$g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$
Coefficient d'adhérence fonte-acier	$f_a = 0,12$
Latitudes des villes citées	Lyon = $45,8^\circ$ Nord ; Paris = $48,9^\circ$ Nord

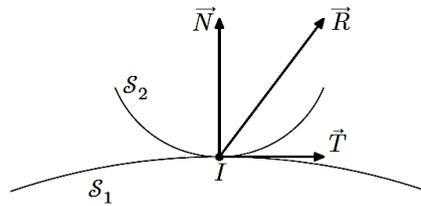
### Lois de Coulomb du frottement solide, coefficient d'adhérence

Soient deux solides  $\mathcal{S}_1$  et  $\mathcal{S}_2$  en mouvement par rapport au référentiel d'étude  $\mathcal{R}_0$ , en contact au point  $I$ .

Sans glissement,  $v_{I \in \mathcal{S}_1 / \mathcal{R}_0} = v_{I \in \mathcal{S}_2 / \mathcal{R}_0}$ , il y a adhérence. La force  $\vec{R}$  qu'exerce  $\mathcal{S}_1$  sur  $\mathcal{S}_2$  a une composante normale  $\vec{N}$  et une composante tangentielle  $\vec{T}$  ( $\vec{R} = \vec{T} + \vec{N}$ ) telles que

$$\|\vec{T}\| < f_a \|\vec{N}\|$$

où  $f_a$  est le coefficient d'adhérence entre les deux solides.



**Figure 12** Frottement entre deux solides dans le cas d'un contact ponctuel adhérent