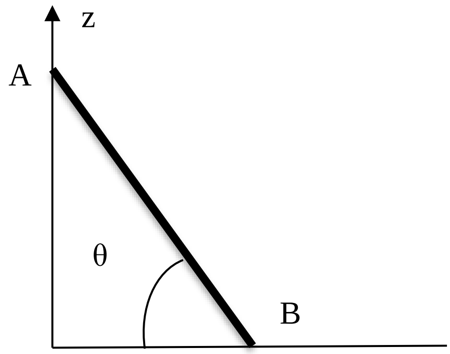
TD - Frottement solide

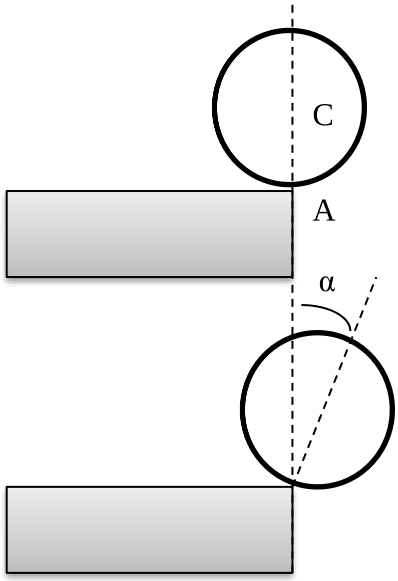
Exercice 1* : EQUILIBRE D'UNE ECHELLE



On considère une échelle AB (de masse m et de longueur 2l) sur laquelle monte une personne de masse M. L'échelle s'appuie en A sans frottement sur un mur vertical et en B sur le sol avec un coefficient de frottement échelle-sol f. On appelle θ l'angle entre l'échelle et le sol horizontal.

Déterminer la condition sur θ pour que l'échelle reste en équilibre quelle que soit la position de la personne.

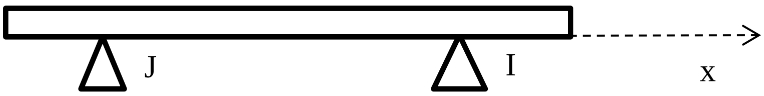
Exercice 2♥ :** CHUTE D'UN BIBELOT



Un bibelot de forme cylindrique (homogène de masse m et de rayon R, de moment d'inertie $J_{(Az)}=3mR^2/2$) se trouve sur le bord A d'une étagère (ce bord est parallèle à la génératrice du bibelot). Sous l'effet d'une vitesse initiale (négligeable) ce bibelot tombe. On désigne par f le coefficient de frottement entre le bibelot et l'étagère.

1) Le bibelot commence par basculer autour de A sans glisser. Ecrire l'équation différentielle vérifiée par l'angle de basculement α pendant cette phase. En déduire les expressions des réactions normales et tangentielles en fonction de α, m et g.
2) Pour quelle inclinaison α_0 le bibelot commence-t-il à glisser sur l'arrête A de l'étagère avant de quitter celle-ci ? AN : f=0,2.
3) Vérifier que le bibelot ne quitte pas l'étagère avant de glisser !

Exercice 3♥ :** ETUDE ENERGETIQUE DU FREINAGE

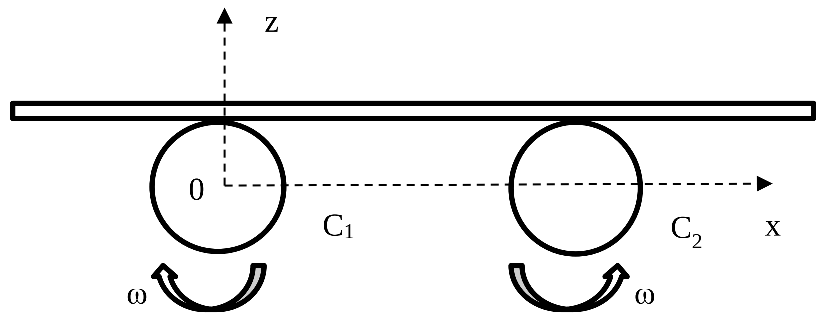


Une barre homogène AB de masse m repose horizontalement sur deux supports en I et J. On pose IJ=2a.
On donne à la barre les conditions initiales suivantes :
A t=0 le barycentre de la barre est au milieu de [IJ] et la vitesse de la barre est $\overrightarrow{v_0} = v_0\overrightarrow{e_x}$ avec $v_0>0$.
Il n'y a pas de frottement en J. En I le contact est caractérisé par un coefficient de frottement f.

Par application du théorème de l'énergie cinétique déterminer la valeur de la vitesse initiale v_0 pour que G arrive en I avec une vitesse nulle.

Exercice 4* :** OSCILLATIONS D'UNE PLAQUE SUR DEUX CYLINDRES

Une plaque mince homogène repose sur deux cylindres C_1 et C_2 tournant en sens inverse à la vitesse angulaire constante ω.
Les deux cylindres sont de rayon R et leurs axes sont horizontaux et distants de a.

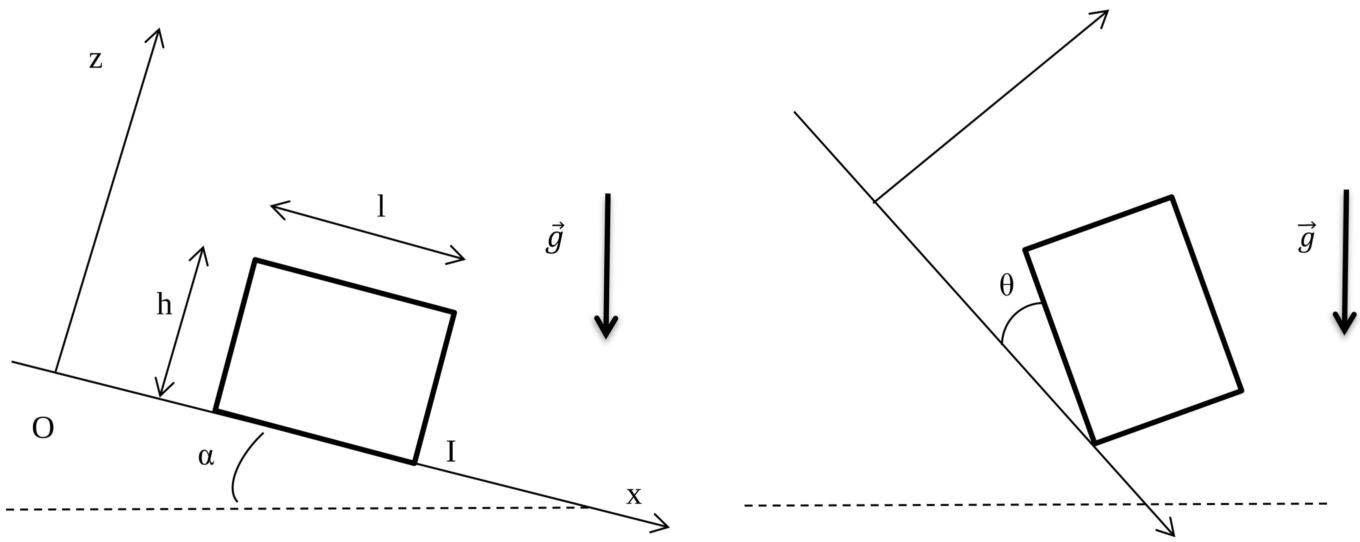


On note x la position du barycentre G de la plaque dans le repère (Oxyz) représenté sur la figure.
A t=0 la plaque est posée horizontalement sur les cylindres avec les conditions initiales :

$$x(0)=a/2 \quad \text{et} \quad 0 < (dx/dt)(0) < R\omega$$

1) Exprimer les vitesses de glissement de la plaque sur les deux cylindres en fonction de dx/dt, R et ω. Déduire de la condition $0 < (dx/dt)(0) < R\omega$ le sens des vitesses de glissement à l'instant t=0.
2) Etablir l'équation différentielle du mouvement du barycentre G de la plaque.
3) Montrer qu'une telle expérience permet de déterminer le coefficient de frottement f par une mesure de durée.

Exercice 5 :** BLOC SUR UN PLAN INCLINE



Un bloc de masse M, de longueur l (égale à sa largeur) et de hauteur h, repose sur un plan initialement horizontal. On note f le coefficient de frottement entre le bloc et le plan, la nature du contact est caractérisée par $0<f<1$. Un opérateur augmente progressivement la valeur de l'angle α que fait le plan avec l'horizontale. On modélise le basculement éventuel du bloc par un pivotement sans glissement autour de la génératrice de contact passant par I. On note $J_{(Iy)}$ le moment d'inertie du bloc par rapport à cet axe.

1) On ignore la possibilité de basculement. A quelle condition sur α y a-t-il glissement ?
2) A quelle condition sur α y a-t-il basculement sans glissement ?
3) En déduire la condition sur les dimensions du bloc pour qu'il glisse sans avoir préalablement basculé. AN pour f=0,5.

Résultats :

Ex 1 : $\tan(\theta) > \frac{2M+m}{2(M+m)f}$

Ex 2 : 1) $R\ddot{\alpha} = \frac{2}{3} g\sin(\alpha)$ $T = \frac{1}{3} mg\sin(\alpha)$ $N = \frac{1}{3} mg(7\cos(\alpha) - 4)$

2) Glissement pour α_0 = 27°

3) Décollement pour α_1 = Arccos(4/7) = 55° donc bien après le glissement.

Ex 3 : $v_0 = \sqrt{\frac{3}{2} fga}$

Ex 4 : 1) $\overrightarrow{V_{g\,1}} = (\dot{x} - R\omega)\overrightarrow{u_x}$ *suivant* $-\overrightarrow{u_x}$ *à t=0.*

$\overrightarrow{V_{g\,2}} = (\dot{x} + R\omega)\overrightarrow{u_x}$ *suivant* $+\overrightarrow{u_x}$ *à t=0.*

2) $\ddot{x} + 2\frac{fg}{a} x = fg$

3) *La mesure de la période T des oscillations donne le coefficient de frottement* $f = \frac{2\pi^2 a}{gT^2}$

Ex 5 : 1) $\tan(\alpha) > f$

2) Le basculement se produit si le moment du poids a tendance à faire tourner le cube autour de (Iy) dans le sens de $\overrightarrow{u_y}$ *donc si G est à droite de la verticale passant par I.*

D'où la condition : $f > \tan(\alpha) > l/h$

3) Condition de glissement sans basculement : $f < \tan(\alpha) < l/h$

Il faut que $h < l/f = 2l$ *pour* $f = 0{,}5$