Test du 7/09/24
Physique 8h00 – 9h00

Calculatrice autorisée mais inutile

Rappel des consignes :

Présentation de la copie :

- *Laisser une marge à gauche pour la notation.*
- *Encadrer ou souligner les résultats.*
- *Donner le numéro complet de la question à laquelle vous répondez.*

Rédaction :

- *Répondre précisément aux questions posées*
- *Respecter les notations de l'énoncé.*
- *Ne pas utiliser d'abréviations (sauf si elles ont été définies)*
- *Justifier tous les résultats.*
- *Rédiger de façon claire, précise et concise.*
- *Citer le nom des lois utilisées.*
- *Toujours donner un résultat littéral (avant de faire éventuellement l'application numérique), sans application numérique intermédiaire, sans mélanger littéral et numérique.*
- *Contrôler l'homogénéité du résultat.*

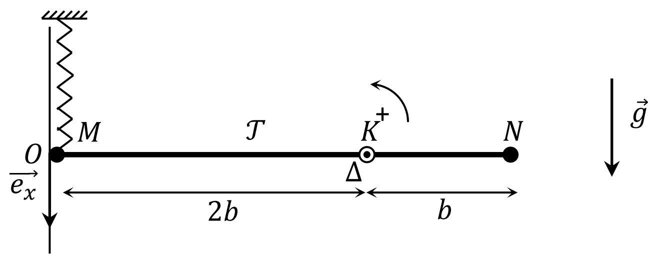
Applications numériques :

- *Donner un nombre raisonnable de chiffres significatifs.*
- *Arrondir correctement la valeur donnée par la calculatrice.*
- *Ne jamais oublier les unités.*
- *Contrôler que l'ordre de grandeur est raisonnable.*
- *Ne jamais réutiliser le résultat arrondi d'une application numérique précédente (pour éviter les erreurs d'arrondis)*

La notation prendra en compte le respect de ces consignes (aucun point pour un résultat non homogène, des points de rédaction…)

Partie 1 : Oscillations d'une tige rigide

Une tige homogène $\mathcal{T}$, de masse m et de longueur $MN = 3b$, est initialement à l'équilibre avec une position horizontale dans le champ de pesanteur $\vec{g} = g\,\overrightarrow{e_x}$ où $g \approx 10\ \mathrm{m.s^{-1}}$ et $\overrightarrow{e_x}$ est un vecteur unitaire dirigé dans le sens de la verticale descendante.
On l'astreint à tourner autour d'un axe horizontal $(K\Delta)$ fixe dans le référentiel du laboratoire (supposé galiléen) et orthogonal à $\mathcal{T}$ et donc au plan de la figure (Fig. ci-après). L'axe de rotation, orienté positivement vers le lecteur, sépare la tige en deux parties de longueurs $MK = 2b$ et $KN = b$.
Les frottements sont négligés. Le moment d'inertie de $\mathcal{T}$ par rapport à Δ vaut mb^2.
L'extrémité M (gauche) de la tige est fixée à un ressort vertical, de raideur K et de longueur à vide ℓ_0. L'autre extrémité du ressort est solidaire d'un bâti, fixe dans le référentiel du laboratoire.
La coordonnée x de M est repérée par l'axe $O\overrightarrow{e_x}$.
Initialement, M coïncide avec l'origine O du repère, et donc $x(t = 0) = 0$.



Q1. Exprimer le moment $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P})$ (scalaire) du poids de la tige par rapport à l'axe orienté $K\Delta$, à l'instant initial.

Q2. Etude de l'équilibre :
Etablir l'expression de la longueur ℓ du ressort à l'instant initial en fonction de ℓ_0, m, g et K.

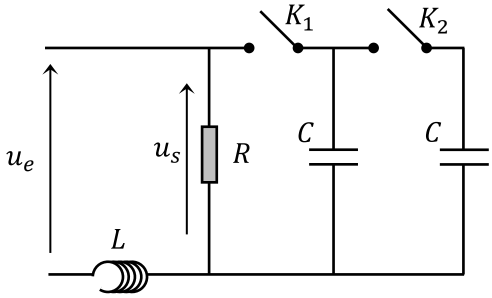
Q3. On étudie désormais le régime dynamique au voisinage de la position horizontale de $\mathcal{T}$ $(x \ll \ell_0)$.
Etablir l'équation différentielle d'évolution de l'abscisse $x(t)$ de M.
Montrer que c'est l'équation d'un oscillateur harmonique dont on exprimera la pulsation propre ω_0 en fonction de K et m.

Q4. Exprimer l'énergie cinétique $\mathcal{E}_k$ de $\mathcal{T}$, au voisinage de sa position horizontale en fonction de m et $\dot{x}$.
Puis exprimer l'énergie potentielle totale $\mathcal{E}_p$ en fonction de K, m, g et x.

Q5. Retrouver ω_0 par une méthode énergétique.

Partie 2 : Filtre électrique modulable

Un filtre composé d'un résistor de résistance R, d'une bobine d'inductance L et de deux condensateurs identiques de capacités C, est alimenté par une tension d'entrée sinusoïdale $u_e(t)$, de pulsation ω, et d'amplitude complexe $\underline{u}_{e,m}$. On se place en régime sinusoïdal forcé établi (i.e. permanent) et on prélève la tension de sortie u_s aux bornes du résistor. On désigne par $\underline{u}_{s,m}$ l'amplitude complexe de la tension u_s. Deux interrupteurs K_1 et K_2 permettent de modifier la constitution du circuit (Fig. ci-après). On note $\underline{\mathcal{H}} = \underline{u}_{s,m}/\underline{u}_{e,m}$ la fonction de transfert du filtre et j, l'unité imaginaire ($j^2 = -1$).



Q6. K_1 et K_2 étant ouverts, exprimer la fonction de transfert $\underline{\mathcal{H}}$ de ce filtre. La mettre sous forme canonique. Quelle est la nature du filtre ?

Q7. K_1 est fermé et K_2 ouvert, exprimer la fonction de transfert $\underline{\mathcal{H}}$ de ce filtre et la mettre sous forme canonique en introduisant une pulsation caractéristique ω_1 et un facteur de qualité Q_1 que l'on exprimera en fonction de R, L et C. Quelle est la nature de ce filtre ?

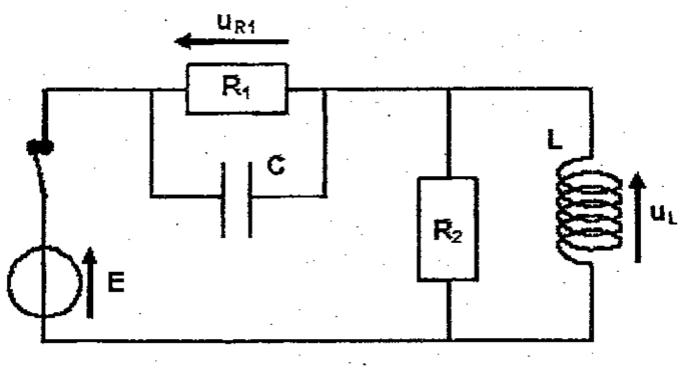
Q8. K_1 et K_2 sont tous les deux fermés, exprimer de même la fonction de transfert $\underline{\mathcal{H}}$ et ses caractéristiques Q_2 et ω_2.

Q9. Ces filtres présentent-ils des domaines de fréquences où ils peuvent avoir un rôle intégrateur ou dérivateur ? Préciser dans quel(s) cas il faut se placer.

Q10. Dans le cas où K_1 et K_2 sont tous les deux fermés, écrire l'équation différentielle vérifiée par $u_s(t)$ en fonction de Q_2 , ω_2 et u_e.

<u>Partie 3 :</u> Régime transitoire et régime stationnaire

Un système électronique (représenté ci-dessous) comporte deux résistors de résistances R_1 et R_2, un condensateur de capacité C, une bobine d'inductance L, un générateur idéal de tension stationnaire E, et un interrupteur.



L'interrupteur est initialement fermé :

Q11. Quelles sont en régime stationnaire établi les tensions u_{R1} aux bornes du résistor R_1 et u_L aux bornes de L ?

Q12. Exprimer, en régime stationnaire établi, la puissance reçue par le résistor R_2 .

Q13. On suppose le régime établi atteint, puis, à un instant pris comme origine des temps (t = 0), on ouvre l'interrupteur. Quelle est ensuite l'équation différentielle vérifiée par u_L ?

Q14. Déterminer $u_L(0^+)$, valeur de la tension u_L à l'instant $t = 0^+$.

Q15. Exprimer, en fonction de C et E, l'énergie (algébrique) W_c reçue par le condensateur au cours de ce régime transitoire (t > 0).