

DS2 de Physique du 21/09/24

Calculatrice autorisée

4h

Rappel des consignes :

Présentation de la copie :

- *Laisser une marge à gauche pour la notation.*
- *Encadrer ou souligner les résultats.*
- *Donner le numéro complet de la question à laquelle vous répondez.*

Rédaction :

- *Répondre précisément aux questions posées*
- *Respecter les notations de l'énoncé.*
- *Ne pas utiliser d'abréviations (sauf si elles ont été définies)*
- *Justifier tous les résultats.*
- *Rédiger de façon claire, précise et concise.*
- *Citer le nom des lois utilisées.*
- *Toujours donner un résultat littéral (avant de faire éventuellement l'application numérique), sans application numérique intermédiaire, sans mélanger littéral et numérique.*
- *Contrôler l'homogénéité du résultat.*

Applications numériques :

- *Donner un nombre raisonnable de chiffres significatifs.*
- *Arrondir correctement la valeur donnée par la calculatrice.*
- *Ne jamais oublier les unités.*
- *Contrôler que l'ordre de grandeur est raisonnable.*
- *Ne jamais réutiliser le résultat arrondi d'une application numérique précédente (pour éviter les erreurs d'arrondis)*

La notation prendra en compte le respect de ces consignes (aucun point pour un résultat non homogène, des points de rédaction...)

Problème 1 : Filtrage d'un signal sonore

Pour analyser les composantes fréquentielles d'un signal sonore (analyse des phonèmes du langage par exemple), on utilise un transducteur (microphone) qui convertit le signal en une tension v_e puis un **filtre passe-bande** qui extrait les composantes sinusoïdales de v_e de fréquences voisines d'une fréquence f_0 donnée. On note v_s la tension de sortie du filtre.

Le filtre est un circuit linéaire dont la fonction de transfert s'écrit :

$$\underline{F}(\omega) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{F_0}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

On se propose de déterminer les caractéristiques F_0 , Q et ω_0 du filtre à partir des oscillogrammes obtenus en régime périodique pour une tension d'entrée v_e rectangulaire pour deux valeurs de fréquences (expériences 1 et 2 des figures 7 et 8).

On rappelle la décomposition en série de Fourier de $v_e(t)$ dans le cas où $v_e(t)$ est périodique de période T avec :

- pour $0 \leq t < T/2$: $v_e(t) = V_0$
- pour $T/2 \leq t < T$: $v_e(t) = 0$:

$$v_e(t) = V_0 \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2k+1} \sin \left((2k+1) \omega_1 t \right) \right) \text{ avec } \omega_1 = \frac{2\pi}{T}$$

Première expérience (oscillogramme de la figure 7):

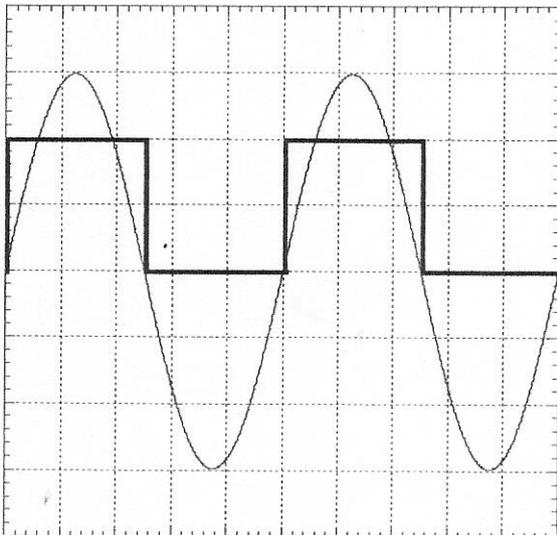


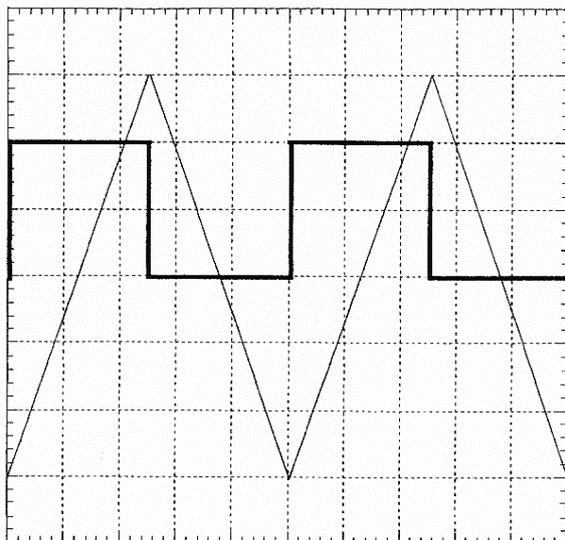
figure 7

- voies 1 et 2 en position DC
- base de temps : $50 \mu\text{s}$ par carreau
- sensibilités :
 - voie 1 (en gras) : $0,5 \text{ V}$ par carreau
 - voie 2 : 2 V par carreau

Dans cette expérience :

- la tension v_s obtenue est quasi-sinusoïdale
- si on augmente la fréquence de v_e par rapport à la valeur correspondant à cet oscillogramme, on constate que l'amplitude de v_s diminue
- si, par rapport à cette même fréquence, on diminue légèrement la fréquence de v_e , on constate que l'amplitude de v_s diminue également.

Deuxième expérience (oscillogramme de la figure 8):



- voies 1 et 2 en position DC.
- base de temps : $5 \mu\text{s}$ par carreau
- sensibilités :
 - voie 1 (en gras) : 2 V par carreau
 - voie 2 : $0,2 \text{ V}$ par carreau

figure 8

Dans ce qui suit, on ne demande pas de calculs d'incertitudes mais les mesures devront être faites avec soin (tous les résultats devront être obtenus avec une incertitude relative inférieure à 10 %).

Q1. Mesurer la composante continue du signal d'entrée v_e dans les deux expériences. Expliquer pourquoi la tension de sortie v_s ne comporte pas de composante continue.

Première expérience :

Q2. Dans la première expérience, pourquoi et à quelles conditions peut-on obtenir une tension de sortie v_s quasi-sinusoidale alors que la tension v_e est rectangulaire ?

Déduire de l'oscillogramme de la première expérience et du commentaire qui l'accompagne :

Q3. la période T et la pulsation ω_0 ,

Q4. la valeur de F_0 (le gain maximal du filtre).

Deuxième expérience :

Q5. Dans la deuxième expérience, expliquer pourquoi v_s est triangulaire.

Q6. Donner l'expression approchée de $\underline{F}(\omega)$ en fonction de F_0, ω, ω_0 , et Q dans le domaine de fréquences correspondant à la deuxième expérience.

Q7. En utilisant l'oscillogramme de la deuxième expérience, donner une expression approchée (en justifiant précisément la méthode utilisée) du rapport $\frac{F_0 \omega_0}{Q}$ en fonction de V_0 , T , $v_s(T/2)$ et $v_s(0)$. Faire l'application numérique.

Q8. En déduire la valeur numérique de Q .

Q9. Calculer numériquement la largeur $\Delta\omega$ de la bande passante de ce filtre.

Q10. La tension $v_e(t)$ est toujours un signal carré.

On a maintenant réglé sa fréquence à $f_c = 1330 \text{ Hz}$.

Compte tenu des valeurs numériques précédentes, donner une expression simplifiée (limitée à un seul harmonique) du signal de sortie.

Problème 2 : Instabilités et oscillations de relaxation

Les vecteurs (\vec{w}) sont surmontés d'une flèche. Les applications numériques seront réalisées avec un seul chiffre significatif. Lorsqu'un **code informatique** est demandé, il sera rédigé dans la syntaxe de **Python 3**. Un petit formulaire et quelques valeurs numériques sont regroupés en fin d'énoncé.

I Oscillateur à tube

On considère le montage de la figure 1 comportant un générateur idéal de tension constante E_0 , un résistor de résistance R , un condensateur de capacité C et un dipôle \mathcal{D} assimilé à un résistor de résistance $R_L = \alpha R$.

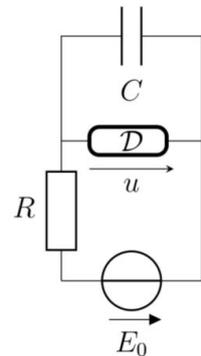


FIGURE 1 – Circuit

I.A Une première équation d'évolution

Dans un tel circuit linéaire, l'équation d'évolution de $u(t)$ est une équation différentielle linéaire du premier ordre à coefficients constants dont la solution comporte d'une part une solution de l'équation homogène $u_H(t)$ et d'autre part une solution particulière $u_P(t)$.

- – 1. Laquelle de ces deux solutions correspond au régime transitoire ?

Sa forme générale dépend-elle de E_0 ?

Proposer un schéma simplifié et en déduire, en effectuant le moins de calculs possible, qu'il s'agit d'une solution caractérisée par une constante de temps τ_α qu'on explicitera en fonction de $\tau_0 = RC$ et de α .

- – 2. À quelle condition l'autre solution correspond-elle au régime permanent ?

Sa forme générale dépend-elle de C ? des résistances R et R_L ?

Proposer un schéma simplifié et en déduire simplement l'expression correspondante u_∞ de u en fonction de α et E_0 .

I.B Un dipôle à deux états

En réalité, le dipôle \mathcal{D} est une lampe contenant un gaz raréfié qui peut être dans deux états électriques (lampe éteinte ou allumée). Ces deux états correspondent chacun à une valeur de α .

Le comportement électrique de \mathcal{D} diffère selon son état : c'est un assez bon conducteur si elle est allumée, et un assez bon isolant si elle est éteinte.

- – 3. Que peut-on dire *a priori* de α si la lampe est éteinte ? si elle est allumée ?

On réalise le circuit avec $R = 20 \text{ k}\Omega$ et $C = 200 \mu\text{F}$. Lors du branchement initial du circuit, on admettra que la lampe est éteinte et le condensateur déchargé. Par la suite :

- la lampe reste éteinte tant que la tension à ses bornes vérifie $|u| < U_a$ où $U_a = 90 \text{ V}$ est la tension d'allumage ; dans ce cas elle a pour résistance $R_e \gg R$;
- une fois allumée, la lampe a pour résistance $R_a \simeq 1 \text{ k}\Omega$; elle reste allumée sauf si la tension à ses bornes diminue trop et elle va donc s'éteindre dès lors que $|u| < U_e$ où $U_e = 70 \text{ V}$ est la tension d'extinction.

- – 4. Exprimer et calculer τ_α dans les deux régimes, successivement lampe éteinte puis allumée.

- – 5. Exprimer la limite $\lim_{t \rightarrow \infty} u(t)$ si la lampe ne s'allume jamais ; puis si elle reste allumée.

En déduire que le système oscille seulement si $E_0 > 0$ est compris dans un intervalle que l'on déterminera. Est-ce le cas avec $E_0 = 120 \text{ V}$, valeur choisie dans la suite ?

Ces oscillations seront-elles observables à l'œil ?

I.C Étude numérique du régime d'oscillation

On propose une étude numérique des oscillations au moyen d'un algorithme dérivé de la méthode d'Euler explicite pour l'étude de $u(t)$; le passage de t à $t + \delta t$ se fait au moyen de la fonction `Next` :

```
1 def Next(u, al, dt):
2     i = (E - u)/R
3     if al:
4         al = u >= Ue
5     else:
6         al = u > Ua
7     u += dt*(i - al*u/Ra)/C
8     return u, al
```

□ – 6. Quelle est la signification de la variable (logique) `al` ?

Quel est l'objectif des lignes 3 à 6 ?

Justifier, au moyen d'un schéma électrique, la ligne 7.

On propose enfin de tracer l'allure de la courbe représentative de $u(t)$ au moyen du code ci-après :

```
1 E = 120.0
2 R = 2.0E4
3 C = 200.0E-6
4 Ua = 90.0
5 Ue = 70.0
6 Ra = 1.0E3
7 tmax = 20.0
8
9 def Etude(tmax, N, u0, all0):
10     h = tmax/N
11     t, u, all = 0, u0, all0
12     LT = LU = []
13
14     for k in range(N):
15         LT.append(t)
16         LU.append(u)
17         t = t + h
18         u, all = Next(u, all, h)
19
20     pl.figure()
21     pl.plot(LT, LU)
22     pl.show()
```

suivi de l'exécution des lignes :

```
1 import matplotlib.pyplot as pl
2 Etude(tmax, 500, 0, False)
```

□ – 7. Le tracé sera-t-il satisfaisant ?

Si non, quelle(s) modification(s) proposez-vous ?

Après rectification si nécessaire, l'allure du tracé obtenu est représenté figure 2.

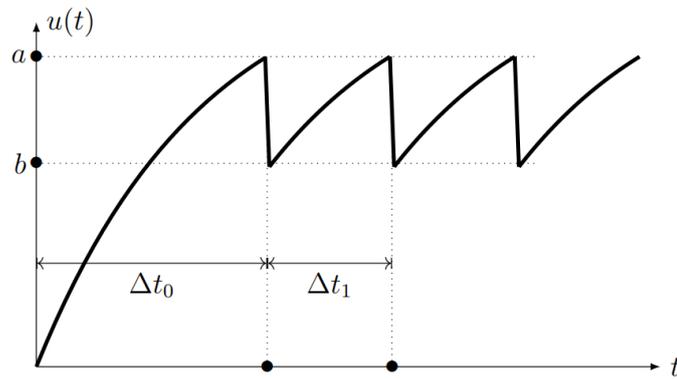


FIGURE 2 – Tracé de $u(t)$ par la méthode numérique proposée

- – 8. Sur la figure 2, identifier les phases où la lampe est allumée et celles où elle est éteinte ; quelle est la valeur de a ?

La valeur de b dépend en fait du paramètre N de la fonction `Etude` ; avec $N = 500$ on trouve par exemple $b \simeq 59 \text{ V}$. Expliquer pourquoi cette valeur reste inférieure à 70 V

II Le crissement

Les lois de Coulomb :

Les crissements et grincements qui caractérisent certains frottements sont des oscillations de relaxation. La fréquence des relaxations est aussi celle de l'onde sonore émise, qui est souvent désagréable à entendre, notamment à cause de sa position dans la gamme des sons aigus. Nous allons en donner une description très simplifiée, dans le cadre des lois, dites de Coulomb, qui régissent le frottement de glissement d'un solide (Σ) en translation relativement à un support fixe (F).

Nous supposons ici l'existence (figure 7) d'une surface de contact plane entre (Σ) et (F).

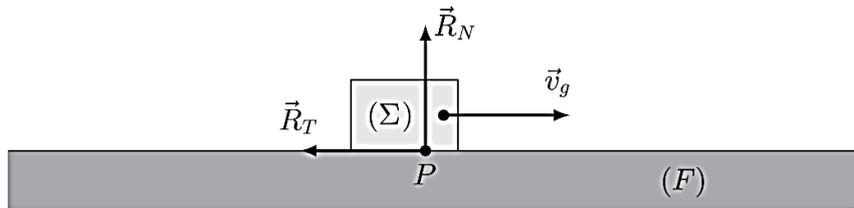


FIGURE 7 – Lois de Coulomb du frottement de glissement

Ces lois décrivent la force de contact $\vec{R} = \vec{R}_N + \vec{R}_T$ exercée par le support (F) sur le solide (Σ). Il s'agit d'une force exercée en un point P de la surface de contact des deux solides ; elle peut être décomposée en une partie \vec{R}_T colinéaire à la surface de contact des deux solides et une autre \vec{R}_N perpendiculaire à celle-ci.

Les lois de Coulomb distinguent deux situations :

- Lorsque (Σ) est *en mouvement* à la vitesse \vec{v}_g (dite vitesse de glissement), \vec{R}_T est colinéaire à \vec{v}_g , de sens inverse et de norme proportionnelle à celle de \vec{R}_N , $\|\vec{R}_T\| = f_d \|\vec{R}_N\|$, où le coefficient $f_d > 0$ porte le nom de *coefficient de frottement dynamique* ; il reste constant pendant tout le mouvement et ne dépend que de l'état de surface des deux solides en contact.
- Lorsque le mouvement de (Σ) cesse, $\vec{v}_g = \vec{0}$ et la composante tangentielle vérifie nécessairement la condition $\|\vec{R}_T\| \leq f_s \|\vec{R}_N\|$ où le coefficient f_s porte le nom de *coefficient de frottement statique* ; lui aussi ne dépend que de l'état de surface des solides.

II.A Le modèle de crissement

Lorsqu'on appuie une craie sur un tableau noir avant de la déplacer, on entend parfois distinctement le bruit du crissement lors du déplacement de la craie. Pour étudier cette situation, on modélise (figure 8) la craie et son appui par un solide rectangulaire (Σ) de masse M attaché à un ressort ; le tableau noir par un support fixe (F) confondu avec le plan horizontal (Oxy) ; le déplacement, par le mouvement à vitesse constante v_0 de l'extrémité A du ressort élastique de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 .

Le ressort reste constamment parallèle à l'axe (Ox), à $t = 0$ il est à sa longueur naturelle ℓ_0 .

L'autre extrémité du ressort, notée H , est liée au mobile (Σ) ; c'est sa vitesse que l'on souhaite étudier. À l'instant $t = 0$, on a $x_H(0) = -\ell_0$.

On note enfin $f_s > f_d$ les coefficients de frottement statique et dynamique de la craie sur le tableau et $g = \|\vec{g}\|$ l'accélération de la pesanteur.

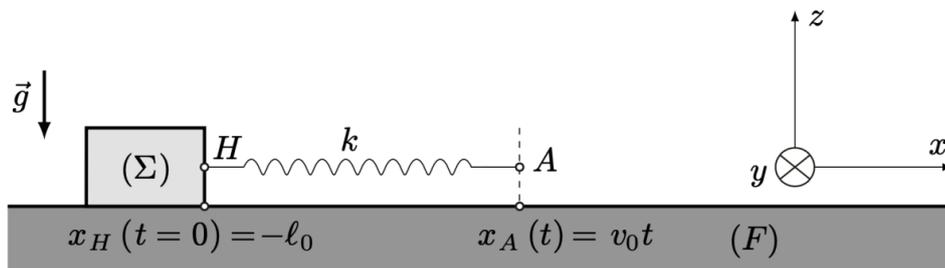


FIGURE 8 – Un modèle pour le crissement

- – 18. Exprimer la force de traction exercée par le ressort sur le mobile en fonction de k , v_0 , t et de $X_H(t) = x_H(t) + \ell_0$.
Exprimer aussi la composante normale \vec{R}_N de la force de contact exercée sur la craie.
- – 19. En déduire qu'à partir de $t = 0$ la craie reste immobile jusqu'à l'instant $t = t_0$ que l'on déterminera en fonction de f_s , M , g , k et v_0 .
- – 20. On pose $\tau = t - t_0$. Préciser les valeurs de x_A , de X_H et de sa dérivée $V_H = \frac{dX_H}{d\tau}$ à l'instant $\tau = 0$ avant d'expliciter l'équation différentielle vérifiée par $X_H(\tau)$ sous la forme :

$$\frac{d^2 X_H}{d\tau^2} + \omega^2 X_H = \omega^2 v_0 \tau + \gamma$$

où l'on exprimera les constantes ω et γ en fonction de k , M , g , f_s et f_d .

II.B Étude du mouvement de crissement

La suite du mouvement du mobile se poursuit en alternant les étapes d'immobilité et de glissement ; le mouvement ainsi observé est périodique de pulsation Ω et il est la cause du bruit de crissement, par exemple, de la craie sur un tableau.

On pourra se reporter au formulaire donné à la fin de cette partie.

- – 21. Déterminer les expressions de $X_H(\tau)$ et $V_H(\tau)$ en fonction de τ , v_0 , ω et $\alpha = \frac{\gamma}{\omega v_0}$.

On note τ_{\max} le premier instant où V_H atteint sa valeur maximale V_{\max} et $\theta_{\max} = \omega \tau_{\max}$.

- – 22. Sans nécessairement exprimer τ_{\max} , déterminer les expressions de $\cos(\theta_{\max})$ et $\sin(\theta_{\max})$ en fonction de α . En déduire que $V_{\max} = v_0 (1 + \sqrt{1 + \alpha^2})$.

Tracer l'allure de la courbe donnant $V_H(\tau)$ puis montrer alors que cette vitesse s'annule à nouveau à un instant $\tau_1 > 0$ correspondant à l'angle $\theta_1 = \omega \tau_1$ dont on exprimera le cosinus et le sinus en fonction de α . On admettra dans la suite que $0 < \alpha < 1$.

La première mise en mouvement du mobile (Σ) correspond à l'intervalle $0 \leq \tau \leq \tau_1$. À l'issue de cette phase, il s'immobilise alors pendant un laps de temps avant de redémarrer par la suite.

On rappelle que longueur du ressort est donnée à chaque instant par $\ell = x_A - x_H$.

- – 23. Déterminer l'expression de $\ell(\tau)$ et en déduire la longueur du ressort $\ell(0)$ à l'instant $\tau = 0$

Les deux expressions seront données en fonction de $v_0, l_0, t_0, \alpha, \omega$ et τ .

Montrer qu'à l'instant τ_1 elle est devenue $\ell(\tau_1) = \ell(0) - 2\alpha v_0/\omega$.

En déduire la durée τ_2 qui devra alors s'écouler avant que le mobile se remette en mouvement. Compléter alors le tracé de la question précédente en faisant apparaître une période T complète du mouvement du mobile; préciser sur ce schéma dans quelle phase du mouvement il y a *augmentation continue d'une contrainte* et dans quelle phase il y a *relâchement subit* de celle-ci.

On exprimera τ_2 en fonction de α et ω .

Exprimer Ω en fonction de τ_1 et τ_2 puis en fonction de ω, α et θ_1 .

- – 24. Pour estimer les ordres de grandeur du phénomène, on prend $\theta_{\max} = 5\pi/6$ avec un frottement caractérisé par $f_s \simeq 1$ et $f_d \simeq 0,6$ pour une vitesse de traction du ressort $v_0 = 1$ cm/s. On prendra $g \simeq 10$ m/s². En déduire les valeurs numériques de α , puis de Ω .

Quel lien existe-t-il entre cette pulsation et celle du son émis?

Préciser et justifier le domaine fréquentiel du crissement.

Formulaire :

$$\text{Si } t = \tan \theta \text{ alors } \cos^2 \theta = \frac{1}{1+t^2} \text{ et } \sin^2 \theta = \frac{t^2}{1+t^2}.$$

On rappelle par ailleurs que $\cos(2\theta) = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$ et $\sin(2\theta) = 2 \cos \theta \sin \theta$.

Problème 3 : Point de Lagrange L_2

Le télescope JWST a été placé en un point de l'espace tel qu'un objet massif y demeure immobile par rapport à la Terre et au Soleil. Ce point particulier, désigné par L_2 , est un « point de Lagrange ». Il est situé au-delà de la Terre sur l'axe Soleil-Terre (voir figure 8).

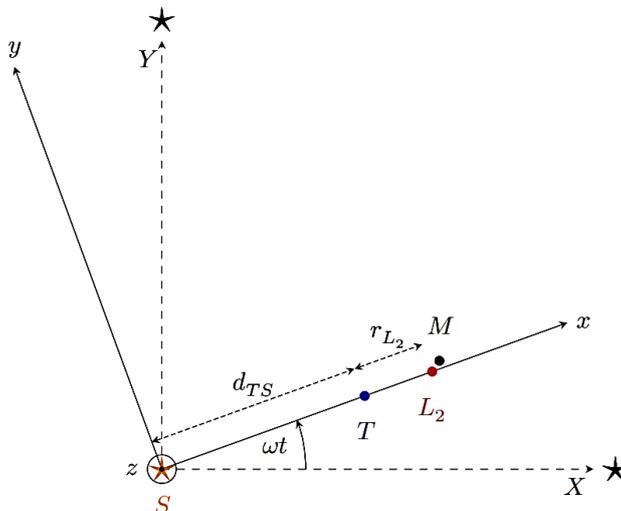


Figure 8 Position du point de Lagrange L_2 . Le point M est un point voisin de L_2 . La figure n'est pas à l'échelle.

Le référentiel \mathcal{R}_h a pour origine le centre du Soleil S ; on lui associe un repère d'espace orthonormé $(S; XYZ)$. Les axes (SX) , (SY) et (SZ) pointent vers trois étoiles très éloignées. On définit le référentiel \mathcal{R} comme étant le référentiel, admettant le centre du Soleil S comme origine, dans lequel le centre du Soleil S et le centre de la Terre T sont fixes, et de repère orthonormé associé $(S; xyz)$. Le point de Lagrange L_2 est à la distance r_{L_2} de la Terre. On note d_{TS} la distance entre les centres du Soleil et de la Terre (voir figure 8). Le référentiel \mathcal{R} est animé d'un mouvement de rotation uniforme autour de l'axe (Sz) à la vitesse angulaire constante ω par rapport au référentiel \mathcal{R}_h .

Le référentiel \mathcal{R}_h est une bonne réalisation de référentiel galiléen. La masse du Soleil est notée M_S , celle de la Terre, M_T et celle du télescope JWST, m .

On donne : $\omega = \sqrt{\frac{GM_S}{d_{TS}^3}}$.

Q 27. Rappeler le nom usuellement attribué au référentiel \mathcal{R}_h .

Q 28. Rappeler la définition d'un référentiel galiléen et justifier que le référentiel \mathcal{R} est non galiléen.

Q 29. On considère que le télescope JWST, positionné au point L_2 , n'est soumis qu'à l'action gravitationnelle du Soleil et de la Terre. En adoptant le point de vue du référentiel \mathcal{R} , écrire la relation vectorielle qui traduit l'immobilité en L_2 du télescope JWST dans ce référentiel.

Projeter cette relation vectorielle sur l'axe (Sx) et en déduire une relation scalaire entre M_S , M_T , d_{TS} et r_{L_2} .

Cette relation vectorielle conduit à une équation de la forme $F(R, \alpha) = 0$ où F est une fonction de la variable adimensionnée $R = \frac{r_{L_2}}{d_{TS}}$ et paramétrée par $\alpha = \frac{M_T}{M_S}$. Une fois la fonction F et la valeur de α définies, la fonction `brentq` de la bibliothèque `scipy.optimize` de Python permet de résoudre numériquement l'équation $F(R, \alpha) = 0$:

```
# Résolution numérique de l'équation F(R,alpha) = 0 dans l'intervalle [Rmin,Rmax]
solution = brentq(lambda R: F(R,alpha) , Rmin, Rmax)
```

Q 30. Proposer une procédure préalable à mettre en œuvre pour déterminer un jeu de valeurs adaptées des bornes R_{min} et R_{max} de l'intervalle dans lequel rechercher la solution. La réponse à cette question ne nécessite pas l'écriture d'un code Python, ni de connaître l'équation à résoudre.

Q 31. La résolution numérique conduit à la valeur $R = 0,009$. En déduire la valeur de la distance qui sépare la Terre du point L_2 .

Pour étudier la stabilité de l'équilibre en L_2 , on envisage un « petit » déplacement du télescope JWST qui, à un instant t , se situe alors en un point M , voisin de L_2 (voir figure 8). Les coordonnées du point M sont définies ainsi à tout instant t :

$$\overline{SM} = (d_{TS} + r_{L_2} + \varepsilon_x(t))\vec{e}_x + \varepsilon_y(t)\vec{e}_y + \varepsilon_z(t)\vec{e}_z, \quad (\text{III.1})$$

où $|\varepsilon_x(t)|$, $|\varepsilon_y(t)|$ et $|\varepsilon_z(t)|$ sont négligeables devant la distance r_{L_2} . On conduit l'étude du mouvement du télescope JWST au voisinage du point L_2 dans le référentiel \mathcal{R} . On admet que les coordonnées $\varepsilon_x(t)$, $\varepsilon_y(t)$ et $\varepsilon_z(t)$ vérifient le système différentiel suivant :

$$\begin{aligned} \ddot{\varepsilon}_x(t) &= 2\omega\dot{\varepsilon}_y(t) + 9\omega^2\varepsilon_x(t) \\ \ddot{\varepsilon}_y(t) &= -2\omega\dot{\varepsilon}_x(t) - 3\omega^2\varepsilon_y(t) \\ \ddot{\varepsilon}_z(t) &= -4\omega^2\varepsilon_z(t) \end{aligned} \quad (\text{III.2})$$

Q 32. Rappeler la loi fondamentale de la physique qui permet d'aboutir au système différentiel ci-dessus, ainsi que les précautions à prendre dans son écriture.

Q 33. Identifier (avec justification) les termes de (III.2) qui proviennent de la force d'inertie de Coriolis.

Q 34. Expliquer pourquoi on peut se limiter aux mouvements dans le plan (Sxy) si l'on souhaite étudier la stabilité de l'équilibre au point de Lagrange L_2 .

Q 35. On cherche des solutions, en utilisant la notation complexe, sous la forme : $\varepsilon_x(t) = \underline{A}_x e^{pt}$ et $\varepsilon_y(t) = \underline{A}_y e^{pt}$, où $p \in \mathbb{C}$. Déterminer le système des deux équations vérifiées par les amplitudes complexes \underline{A}_x et \underline{A}_y .

Q 36. En déduire les valeurs acceptables de p . Conclure quant à la stabilité de l'équilibre au point de Lagrange L_2 dans le référentiel \mathcal{R} .

Q 37. Estimer la valeur de la durée à partir de laquelle il convient de repositionner le télescope au voisinage du point L_2 .

Q 38. Donner au moins un argument qui justifie que le télescope JWST ait été placé au point L_2 .

Données

Constante de gravitation universelle	\mathcal{G}	$6,67 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$
Célérité la lumière dans le vide	c	$299792458 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
Constante de Planck	h	$6,62607015 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
Constante de Boltzmann	k_B	$1,380649 \times 10^{-23} \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$
Année-lumière	1al	$9,46 \times 10^{15} \text{ m}$
Parsec	1pc	$3,26\text{al} = 3,08 \times 10^{16} \text{ m}$
Distance Terre-Soleil	d_{TS}	$1,50 \times 10^8 \text{ km}$
Masse du Soleil	M_S	$2,010 \times 10^{30} \text{ kg}$
Masse de la Terre	M_T	$5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$
Minute d'arc	1'	$1/60^\circ$