

## Ch O3. DISPOSITIF PAR DIVISION D'AMPLITUDE :

# L'INTERFEROMETRE DE MICHELSON

### Importance historique :

En 1881, Albert Abraham Michelson (américain, 1852-1931) a inventé cet appareil pour tenter de mettre en évidence le mouvement de la Terre par rapport à l'éther et donc une variation de la vitesse de la lumière en fonction de l'orientation des rayons lumineux. L'échec de cette expérience a permis de montrer l'invariance de la vitesse de la lumière par changement de référentiel galiléen. Ce résultat est à la base de la théorie de la relativité restreinte (Einstein 1905).

En 1893 il a ensuite étudié avec cet interféromètre le spectre de la lampe à vapeur de Cadmium et il a proposé une nouvelle définition du mètre. Il a obtenu le prix Nobel en 1907.

### Un instrument toujours d'actualité :

Sondeurs atmosphériques : IASI (Interféromètre atmosphérique de sondage dans l'infrarouge) placé sur les satellites météorologiques européens MetOp et AIRS, l'instrument américain sur le satellite Aqua. Ils mesurent la température et surveillent les taux d'ozone, de gaz à effet de serre (dioxyde de carbone et méthane), de polluants...

Détection des ondes gravitationnelles : expérience Virgo (Italie près de Pise), expérience Ligo (Hanford état de Washington)... Première observation en septembre 2015, prix Nobel 2017 (3 américains)

## I. Description

### Principe :

L'interféromètre est constitué de : 2 miroirs  $M_1$  et  $M_2$  et d'une lame semi-réfléchissante  $S_p$  appelée

Tracer la marche de 2 rayons :

L'onde (1) est transmise par  $S_p$ , réfléchi sur  $M_1$ , puis est réfléchi sur  $S_p$ . L'onde (2) est réfléchi sur  $S_p$ , réfléchi sur  $M_2$ , transmise par  $S_p$ .

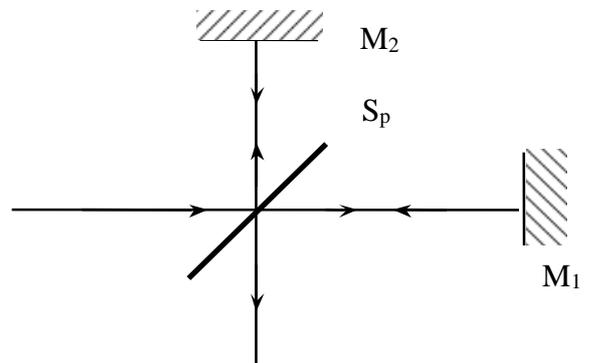


Schéma :

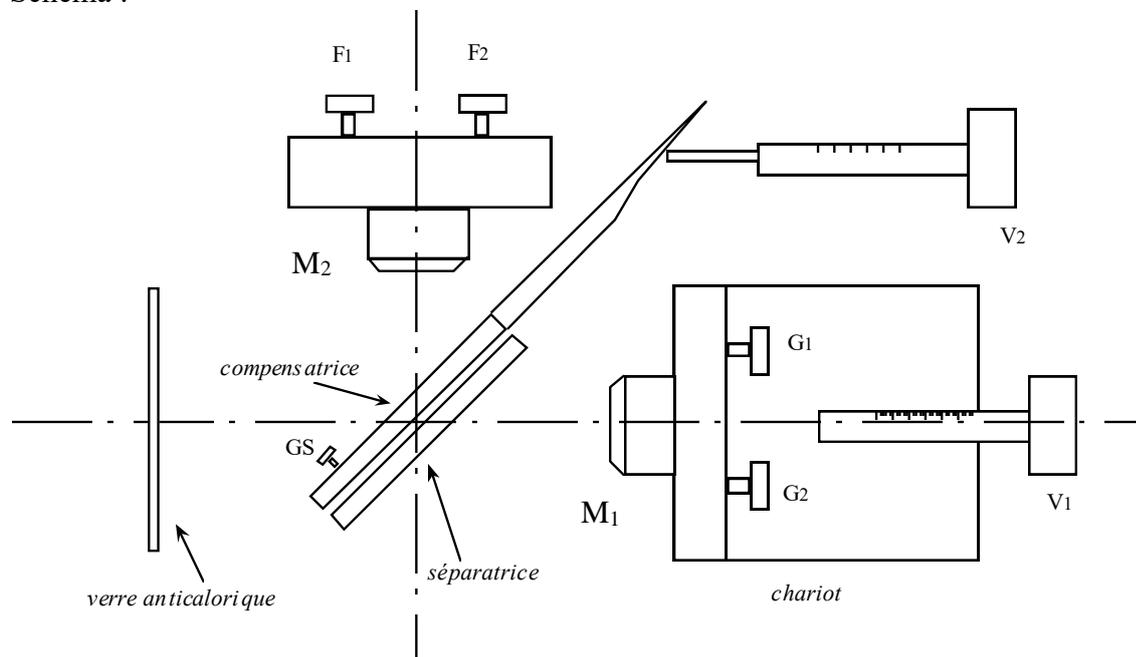


Photo :



**Lame compensatrice : avoir compris son intérêt.**

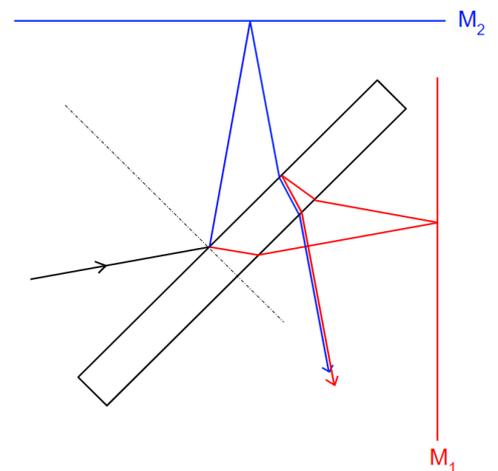
La séparatrice  $S_p$  est une lame de verre d'épaisseur  $e$  sur laquelle on a déposé d'un seul côté un traitement semi-réfléchissant.

Elle est traversée :

fois par le rayon (2)

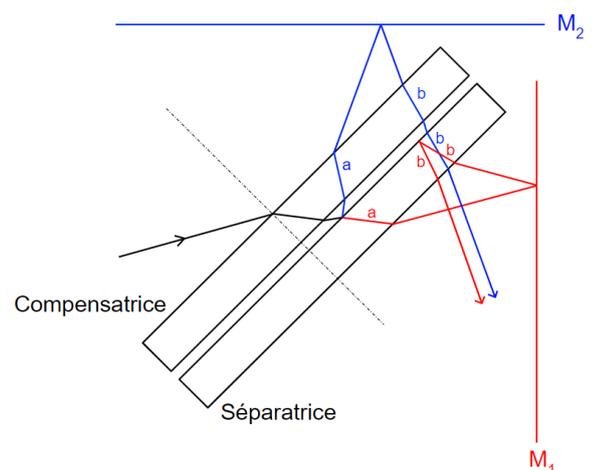
et

fois par le rayon (1).



Pour compenser les épaisseurs de verre traversées par la séparatrice, on rajoute une **compensatrice**. C'est une lame de verre identique à la séparatrice sans traitement semi-réfléchissant. On la place parallèle à la séparatrice.

Maintenant tous les rayons passent  
fois dans la lame de verre.



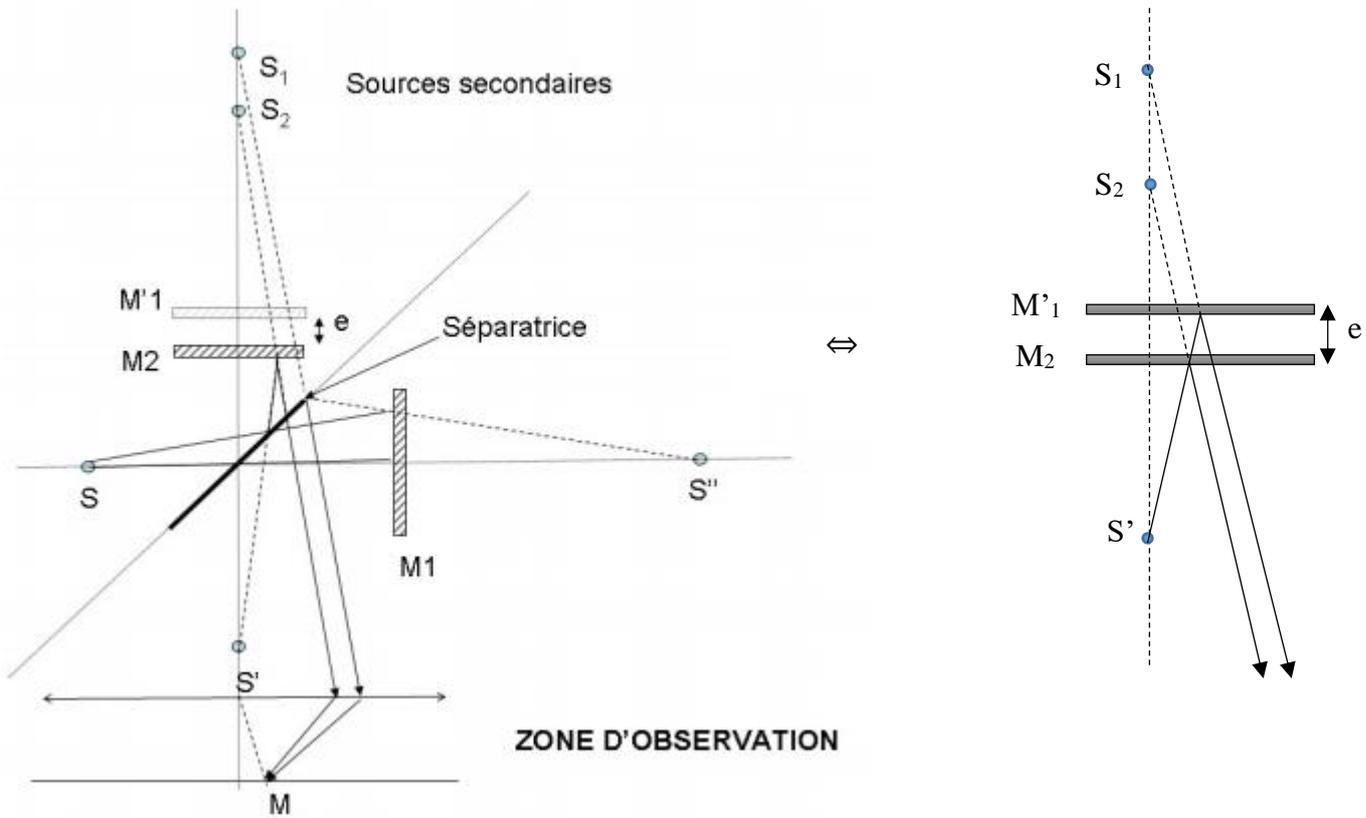
**Modèle idéal pour l'ensemble séparatrice-compensatrice :**

La séparatrice est supposée infiniment fine. Par transmission elle ne modifie pas les rayons lumineux. Par réflexion elle se comporte comme un miroir plan (les rayons semblent provenir de  $S^*$  son image par réflexion qui est son symétrique par rapport au plan  $S_p$ ).

## II. Utilisation en lame d'air ( à faces parallèles )

On se place ici dans le cas où les miroirs  $M_1$  et  $M_2$  sont parfaitement orthogonaux.

### 1) Equivalence à une lame d'air



On note  $S'$  l'image de  $S$  à travers la séparatrice  $S_p$  et  $M'_1$  l'image de  $M_1$  à travers  $S_p$ .  
 $S_1$  est l'image de  $S'$  par  $M'_1$  et  $S_2$  l'image de  $S'$  par  $M_2$ .

Ecrire les égalités des chemins optiques :  $(SI_1) =$  et  $(SI_2) =$

Du point de vue du chemin optique et du tracé des rayons, le dispositif est équivalent à une lame d'air comprise entre  $M'_1$  et  $M_2$ .

### 2) Franges d'interférences

**Forme des franges :**

$$\begin{aligned} \delta_M &= (SM)_1 - (SM)_2 = \\ &= (S_1M) - (S_2M) \end{aligned}$$

car

Les franges d'interférence sont des hyperboloïdes de révolution de foyers  $S_1$  et  $S_2$ .

On place l'écran perpendiculaire à  $(S_1S_2)$ , alors les franges d'interférence sont des **cercles d'axe  $(S_1S_2)$** .

**Localisation des franges :**

Si la source  $S$  est ponctuelle, le champ d'interférences est un volume donc les franges sont

Mais en pratique on utilise une source étendue (sauf laser) alors les franges sont

### 3) Utilisation d'une source étendue

On constate expérimentalement que lorsque la source est étendue, les franges d'interférences sont brouillées sauf si on place l'écran à l'infini (ou dans le plan focal image d'une lentille). On dit que les franges sont localisées à l'infini.

**Les franges d'interférence d'un interféromètre de Michelson utilisé en lame d'air et éclairé par une source étendue sont**

*CE : Citer les conditions d'éclairage et d'observation en lame d'air et en coin d'air.*

Explication : La figure d'interférence est la superposition de toutes les figures données par tous les points de la source (qui sont incohérents). Le centre des anneaux d'interférence est centré sur la droite ( $S_1S_2$ ) de chaque point source.

Si l'écran est à distance finie, ces différentes figures

Si l'écran est dans le plan focal image d'une lentille,

### 4) Franges d'égale inclinaison

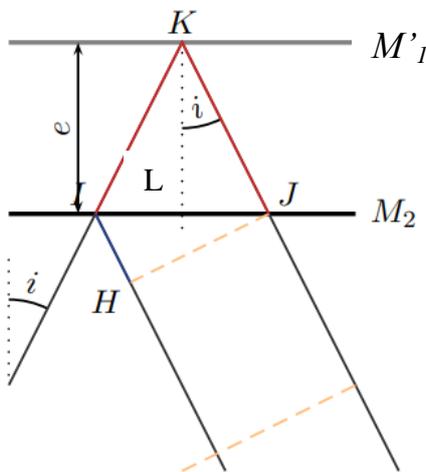
Hyp : Source monochromatique ponctuelle ou étendue placée à distance finie.

Ecran placé à l'infini ou dans le plan focal image d'une lentille

#### a) Différence de marche :

Calcul de la différence de marche :

Première méthode :



$$\delta_M = (SM)_1 - (SM)_2 \text{ chemins optiques infinis}$$

On introduit la surface d'onde passant la J.

Elle coupe le rayon (2) en H.

Par définition de cette surface d'onde :  $(HM)=(JM)$

D'où  $\delta_M =$

Dans le triangle (IJH) :

Dans le triangle (KLJ) :

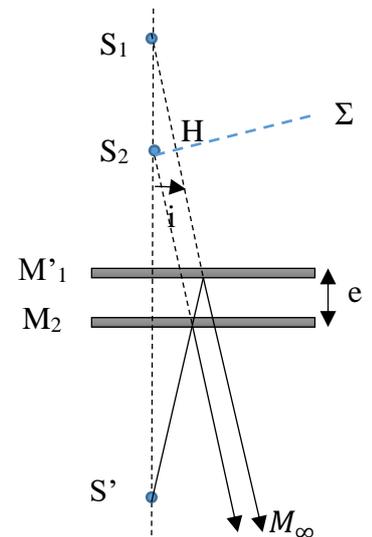
D'où  $\delta_M = \dots$

$$\delta_M =$$

Deuxième méthode :

En utilisant le plan d'onde  $\Sigma$ ,

$$\delta_M =$$



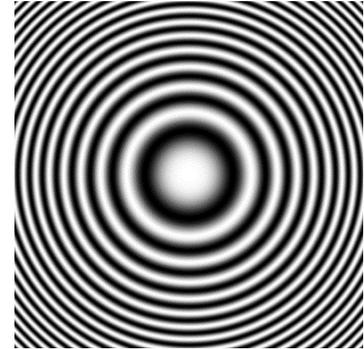
**Pour une observation à l'infini (en M),**

$\delta_M = 2.e.\cos(i_M)$  avec  $e$  l'épaisseur de la lame d'air et  $i_M$  l'angle d'inclinaison (vers M)

CE : Établir et utiliser l'expression de la différence de marche en fonction de l'épaisseur de la lame d'air équivalente et de l'angle d'incidence des rayons.

**Forme des franges :**

On en déduit que les franges observées à l'infini sont



**b) Observation des franges :** savoir placer et choisir les lentilles d'éclairage et d'observation

CE : Citer les conditions d'éclairage et d'observation en lame d'air et en coin d'air.

Schéma avec éclairage et observation :

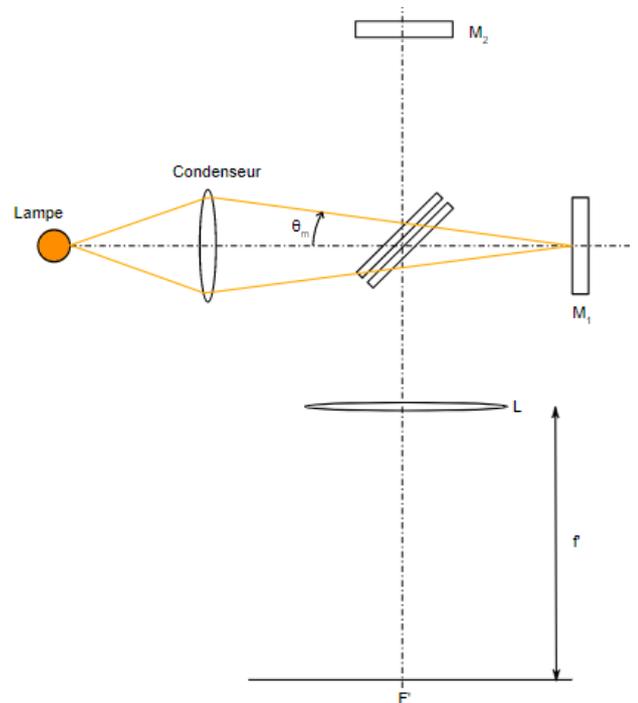
**Lentille d'observation :** L'observation se fait dans le plan focal image d'une lentille mince convergente L de distance focale  $f'$ . Les franges sont des cercles centrés en  $F'$ .

Le rayon de l'anneau d'angle d'incidence  $i_M$  est (dans les conditions de Gauss)  $R_M =$

(Choisir  $f'$  pour avoir de grands anneaux).

**Lentille d'éclairage :** Le nombre d'anneaux visibles est déterminé par la valeur maximale de  $i_M$ . Pour observer le plus d'anneaux possibles, on fait l'image de la source étendue S sur le miroir  $M_1$  avec une lentille d'éclairage  $L_c$  (le condenseur).

Puisque la distance minimale entre un objet réel et son image réelle est , il faut choisir une lentille  $L_c$  de distance focale.



Rem : si la source était au foyer objet de  $L_c$ , on n'observerait sur l'écran que

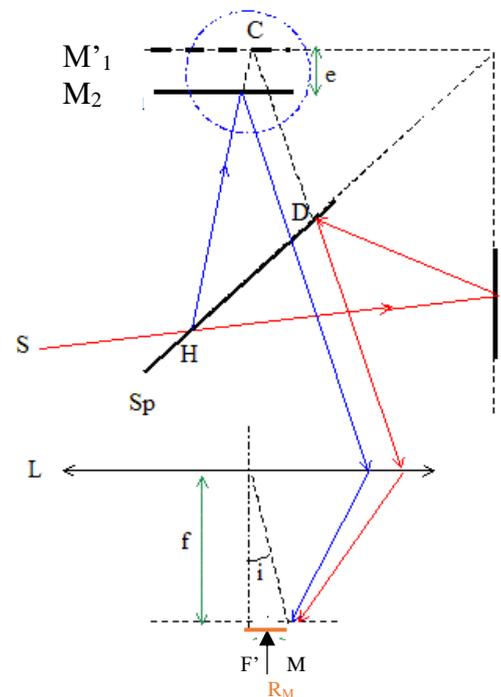
**c) Rayons des anneaux à savoir calculer**

Le rayon de l'anneau d'angle d'incidence  $i_M$  est (dans les conditions de Gauss) :

$R_M =$

Ordre d'interférences  $p = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{2e\cos(i)}{\lambda}$

Quand on s'éloigne du centre ( $i$  augmente) ,  $p$



- Au centre :
- Premier anneau brillant :
- $n^{\text{ième}}$  anneau brillant :

**Rayon du  $n^{\text{ième}}$  anneau brillant :  $R_n =$**

Si le centre est brillant  $\varepsilon =$

**Conséquence :**

**d) Teinte plate ou contact optique :**

On appelle **teinte plate ou contact optique**

Comment atteindre la teinte plate depuis une observation des anneaux?

- Il faut raisonner sur l'ordre d'interférences :  $p = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{2e \cos(i)}{\lambda}$   
Lorsqu'on observe un anneau d'ordre d'interférence  $p$  fixé,

Rem : Ne pas raisonner sur le rayon des anneaux :  $R_n = f_2' \sqrt{\frac{\lambda}{e} (n - \varepsilon)}$  car

Site d'animations : <http://anim.institutoptique.fr/Michelson/> (faire varier  $e$ )

Savoir régler le Michelson (voir TP).

CE : Régler un interféromètre de Michelson pour une observation en lame d'air avec une source étendue à l'aide d'un protocole proposé.

## **5) Applications : étude du spectre des sources**

### **a) Mesure de l'écart entre les deux longueurs d'onde du doublet du Sodium**

On éclaire le Michelson avec le doublet jaune d'une lampe à vapeurs de Sodium :

$$\lambda_1 = 589,0 \text{ nm et } \lambda_2 = 589,6 \text{ nm}$$

$$\text{Posons } \lambda_m = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} \text{ et } \Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 \ll \lambda_m$$

Condition de brouillage des interférences :

Positions des brouillages au centre :  $e =$

On observe un brouillage périodique des interférences lorsque  $e$  augmente.

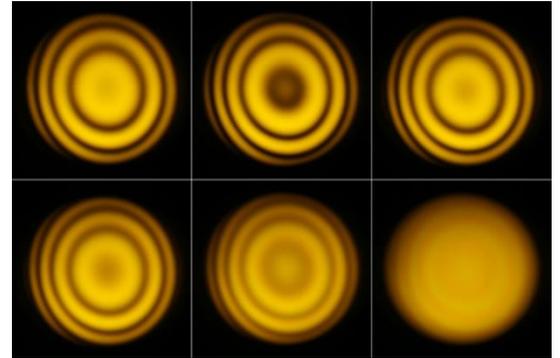
Observation du doublet du sodium:

D'où la distance entre deux brouillages :  $\Delta e =$

(à savoir démontrer)

En TP la mesure de  $\Delta e$  permet d'évaluer  $\Delta\lambda$  :  $\Delta\lambda = \lambda_m^2 / 2\Delta e$  avec  $\Delta e$  l'écart entre deux brouillages et  $\lambda_m$  la longueur d'onde moyenne

*CE : Mettre en œuvre un protocole pour accéder au profil spectral d'une raie ou d'un doublet à l'aide d'un interféromètre de Michelson.*



### **b) Mesure de la largeur spectrale d'une raie de la lampe à vapeurs de Mercure**

On éclaire le Michelson avec une lampe à vapeurs de mercure suivie d'un filtre qui isole la raie verte.

On modélise la raie verte par une densité spectrale rectangulaire de centre  $\lambda_0$  et de largeur  $\Delta\lambda \ll \lambda_0$ .

Critère semi-quantitatif de brouillage des interférences :

Au voisinage du centre  $\delta \approx 2e$ , il y a brouillage si  $e \geq$

Observations : A la teinte plate et autour de la teinte plate, les anneaux sont bien contrastés. Le contraste diminue lorsqu'on s'éloigne de la teinte plate jusqu'au brouillage pour  $\delta \geq l_c$

Autre méthode : il y a brouillage pour

Rappel des valeurs de  $l_c$  :

*CE : Mettre en œuvre un protocole pour accéder au profil spectral d'une raie ou d'un doublet à l'aide d'un interféromètre de Michelson.*

### III. Utilisation en coin d'air

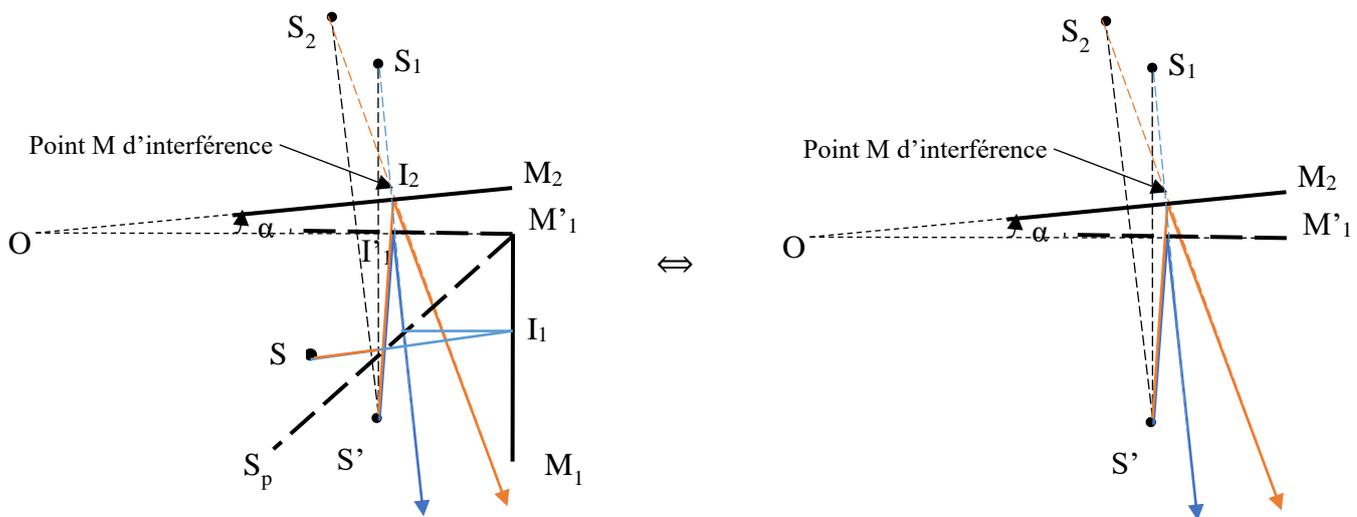
On se place ici dans le cas où les miroirs  $M'_1$  et  $M_2$  font entre eux un petit angle  $\alpha$ .

#### 1) Equivalence à un coin d'air

On note  $S'$  l'image à travers la séparatrice et  $M'_1$  l'image de  $M_1$  à travers  $S_p$ .  
 $S_1$  est l'image de  $S'$  par  $M'_1$  et  $S_2$  l'image de  $S'$  par  $M_2$ .

Par symétrie il y a égalité des chemins optiques :  $(SI_1) =$

Du point de vue du chemin optique et du tracé des rayons, le dispositif est équivalent à un dièdre rempli d'air entre  $M'_1$  et  $M_2$  appelé coin d'air.



#### 2) Franges d'interférences

$$\delta_M = (SM)_2 - (SM)_1$$

$$= S_2M - S_1M$$

Les franges d'interférence sont des

**Localisation des franges :**

Si la source  $S$  est ponctuelle, le champ d'interférences est un volume donc les franges sont

Mais en pratique on utilise une source étendue (sauf laser) donc les franges sont localisées.

**Les franges d'interférence d'un interféromètre de Michelson utilisé en coin d'air et éclairé par une source étendue sous incidence quasi-normale sont**

*CE : Citer les conditions d'éclairage et d'observation en lame d'air et en coin d'air.*

### 3) Franges d'épaisseur

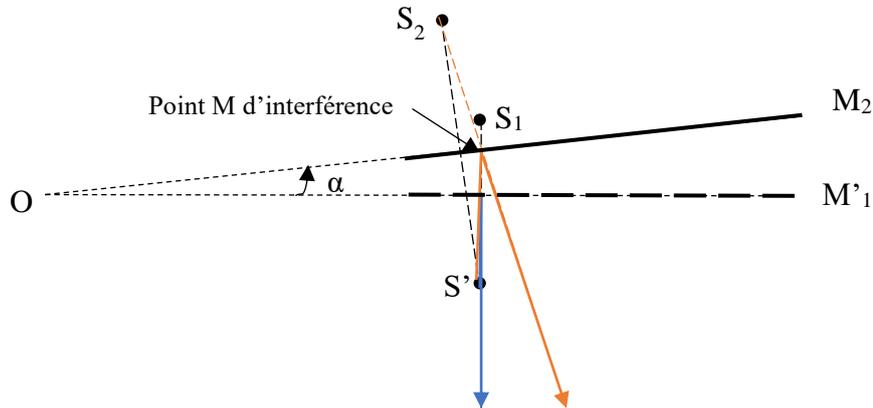
Hyp : Les rayons provenant de la source monochromatique étendue arrivent sur  $M'_1$  sous incidence quasi-normale.

Les franges sont alors localisées au voisinage de  $M_2$ .

#### a) Différence de marche :

CE : Utiliser l'expression admise de la différence de marche en fonction de l'épaisseur pour exprimer l'ordre d'interférences.

Schéma sous incidence normale :



En supposant l'angle d'incidence  $i$  très faible et l'angle du coin d'air  $\alpha$  très faible, le rayon (2) fait approximativement le trajet  $2e_M$  en plus du rayon (1).

$\delta_M = 2.e_M$ où $e_M$ est
---------------------------------

#### b) Franges d'interférence :

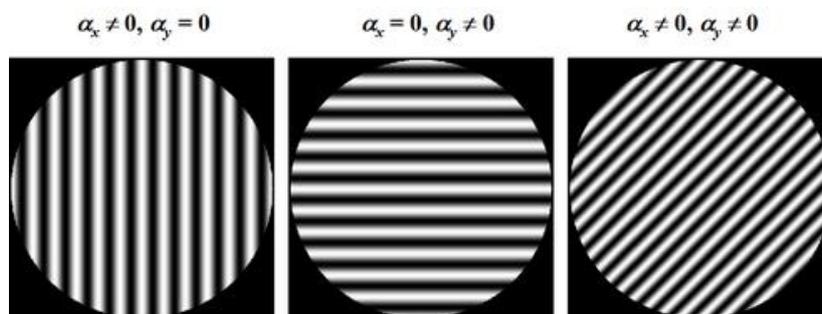
Elles correspondent à  $\delta_M$  cste donc  $e_M$  cste, elles sont appelées

On prend une origine 0 sur l'arête de coin d'air et un axe (Ox) sur le miroir  $M'_1$  perpendiculaire à l'arête.

Alors  $OM = x$  et  $\delta_M =$

Les franges correspondent à

On en déduit que **les franges sont**



Site d'animations : <http://anim.institutoptique.fr/Michelson/> (faire varier les angles)

Les franges brillantes sont en  $\delta_M =$

Elles sont équidistantes donc on peut définir un interfrange :  $\dot{i} =$

**Réglage du Michelson :** l'interfrange  $i$  augmente quand  $\alpha$  diminue donc pour passer d'un Michelson en coin d'air à un Michelson en lame d'air, il faut

**c) Observation des franges :**

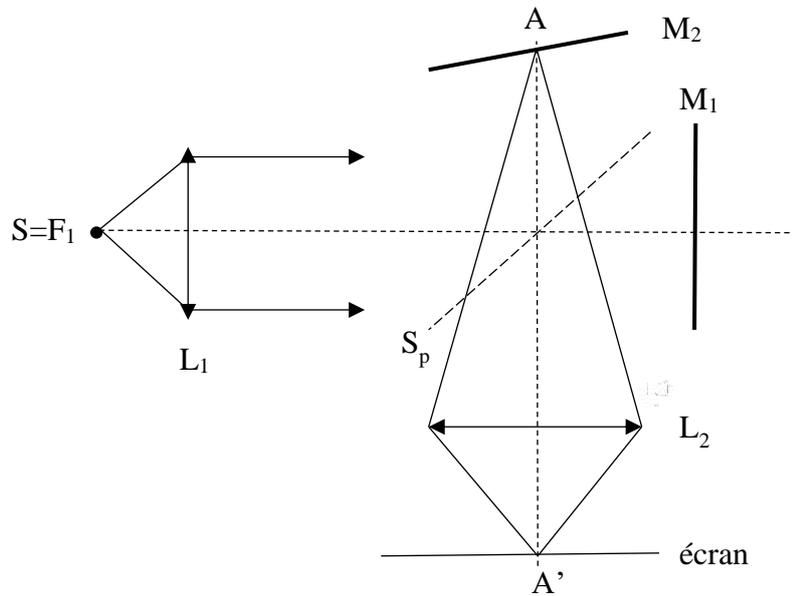
CE : Citer les conditions d'éclairage et d'observation en lame d'air et en coin d'air.

**Lentille d'observation :**

Les franges sont localisées \_\_\_\_\_ ,  
pour les observer

**Lentille d'éclairage :**

Pour éclairer le coin d'air sous incidence quasi-normale, on place la source étendue



**Angle  $\alpha$  maximum pour que les franges soient visibles :**

Interfrange sur l'écran :

$i_{\text{écran}} =$

Typiquement  $\gamma \approx 10$

Pour que les franges soient bien visibles à l'œil nu, supposons qu'on désire  $i_{\text{écran}} > 1 \text{ mm}$

Alors il faut que  $\alpha <$

D'où la difficulté de réglage du Michelson !

**4) Observations en lumière blanche (Voir ChO2 III2)**

CE : Interpréter qualitativement les observations en lumière blanche.

Voir animations : <http://anim.institutoptique.fr/Michelson/>

**5) Applications :** mesures d'épaisseur ou d'indices ou de défauts de surface

CE : Caractériser la géométrie d'un objet ou l'indice d'un milieu à l'aide d'un interféromètre de Michelson.

**Mesure de l'épaisseur d'une lamelle de microscope :** (voir ex 4 TD et TP)

Placer la lame dont on veut mesurer l'épaisseur  $e$  ou l'indice  $n$  sur l'un des bras du Michelson et mesurer de combien de franges s'est translaturée la figure.

Rem : il faut se placer en lumière blanche pour repérer la frange centrale.

**Mesure de défauts de surface :**

Remplacer l'un des miroirs du Michelson par la surface à défauts.

**Précision des mesures interférométriques :**

au moins  $\Delta\delta =$

Avec un Michelson  $\Delta e =$  dans le visible