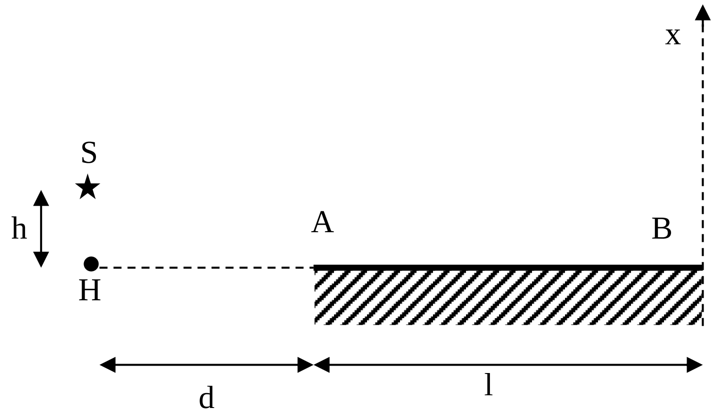
TD - INTERFERENCES

Exercice 1*♥ : Miroir de Lloyd

Le dispositif interférentiel, représenté sur la figure ci-contre, est appelé miroir de Lloyd. La source ponctuelle S située à une distance h d'un miroir plan de côté AB=l=24cm, émet dans toutes les directions une onde lumineuse de longueur d'onde λ=0,6µm. La distance d=HA vaut 1cm et h<<d.



1) Expliquer pourquoi on observe dans le plan P, normal au miroir en B, un phénomène d'interférence. Tracer avec soin le champ d'interférence. Où se situe la source secondaire d'où semble provenir l'onde réfléchie ?
2) Calculer la différence de marche géométrique en B. En déduire qu'on devrait observer en B une frange brillante. En fait on observe une frange sombre car la réflexion sur un miroir introduit un déphasage de π. En déduire l'expression de l'intensité lumineuse en un point M de l'écran.
3) Exprimer, en fonction des caractéristiques géométriques et optiques du système, l'interfrange et la largeur L du champ d'interférence. En déduire le nombre N de franges sombres.

AN : h=0,25mm

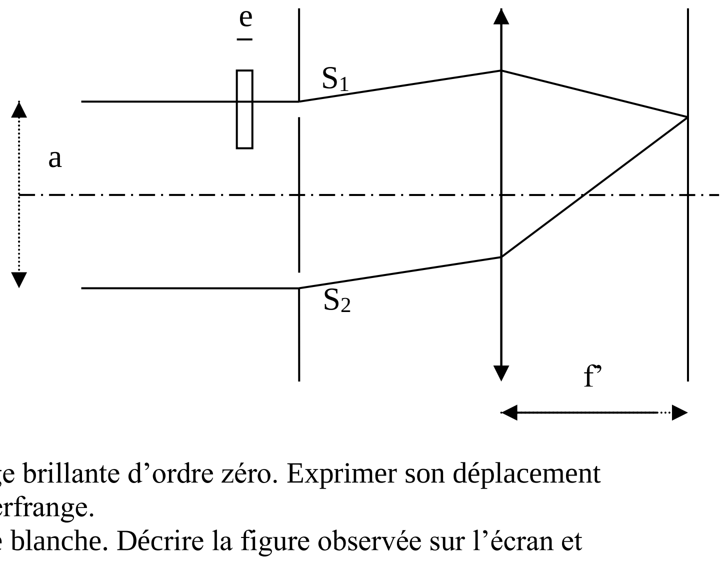
4) Elargissement de la fente source :

a) La source est déplacée de dh dans la direction perpendiculaire au plan du miroir. Qu'observe-t-on ?

b) La source ponctuelle est remplacée par une fente parallèle au plan du miroir et parallèle au plan P. Elle est de largeur b et son centre est à la distance h du plan du miroir. Comment est modifiée la figure d'interférence. Quelle est la zone de l'écran affectée ? *(On n'attend pas un calcul de l'intensité lumineuse mais un raisonnement sur les ordres d'interférence)*

Exercice 2** : Mesure de l'épaisseur d'une lame

Un dispositif de fentes d'Young est éclairé par un faisceau parallèle. L'observation se fait dans le plan focal d'une lentille L' de distance focale f'=1,00m. La distance entre les fentes est a=0,60mm, leur largeur est très faible. L'ensemble est placé dans l'air d'indice n_o=1.



1) La source est monochromatique de longueur d'onde λ_0=600nm. Décrire le système de franges observé sur l'écran. Calculer l'interfrange et préciser la position de la frange d'ordre 0.

2) Devant la fente S_1, on place une lame transparente d'indice n=1,4 et d'épaisseur e. Calculer la position nouvelle position x_o de la frange brillante d'ordre zéro. Exprimer son déplacement (par rapport à la situation sans lame) en unité d'interfrange.

3) On remplace la source par une source de lumière blanche. Décrire la figure observée sur l'écran et expliquer l'intérêt d'une source de lumière blanche dans cette expérience.

4) On estime le décalage de la frange d'ordre p=0 à 10 interfranges i (mesurées pour la longueur d'onde λ_0). En déduire une mesure de l'épaisseur de la lame.

Exercice 3**♥ : Principe de l'interférométrie stellaire

Lorsqu'on observe une étoile à travers un télescope, sa dimension angulaire est souvent trop petite pour être résolue par l'appareil : l'image apparaît sous la forme d'une tache, dont la dimension est liée aux défauts de l'instrument, qui peuvent être :

- les aberrations des optiques (non stigmatisme)
- les fluctuations atmosphériques (qui déforment le front d'onde donc altèrent la qualité de l'image)
- la diffraction par l'ouverture limitée de l'instrument

Le but de cet exercice est de montrer qu'on peut dépasser cette dernière limite, de façon à avoir des informations fines, sans pour autant réaliser des appareils de taille gigantesque. On utilise les interférences produites par deux appareils différents de taille raisonnable. On obtient alors la même résolution qu'avec un appareil dont le diamètre serait égal à la distance entre les deux appareils couplés.

1) Dans cet exercice, pour simplifier les constructions de rayons, on supposera que l'observation se fait à travers une lunette astronomique. Quelles sont les différences avec un télescope ?
2) On observe une étoile ponctuelle située à l'infini sur l'axe optique de la lunette dont l'objectif a pour distance focale f'. Où se forme l'image de l'étoile donnée par l'objectif ? Quelle est la distance entre l'objectif et le plan image ?
3) On place contre l'objectif un écran opaque percé de deux trous identiques, dont on peut faire varier la distance a. Les trous sont assez petits pour produire une diffraction forte et isotrope de la lumière. Décrire la figure observée dans le plan image.
4) On considère maintenant que l'étoile est double et on cherche à mesurer la distance angulaire α entre ses deux composantes, qu'on suppose émettre des ondes de même puissance et de même longueur d'onde. Montrer qu'il est possible, pour certaines valeurs de la distance a entre les deux trous dont on précisera la plus faible, que les franges d'interférence disparaissent.
5) Dans la pratique, on observe une étoile double avec un système de deux télescopes identiques, placés sur un grand rail de façon à pouvoir faire varier la distance a les séparant. Le VLT (Very Large Telescope, au Chili) fonctionne sur ce principe et permet d'atteindre une résolution angulaire proche de 5.10^{-9}rad en travaillant à une longueur d'onde de 1µm. En déduire l'espacement maximal entre les télescopes du VLT. Si on utilisait un télescope simple, quel devrait être le diamètre d de son miroir pour obtenir une résolution aussi bonne (en supposant qu'elle est limitée par la diffraction par son miroir primaire de diamètre d donc qu'elle vaut λ/d) ?

Exercice 4***♥ : Mesure de l'épaisseur d'une lamelle de microscope

Un interféromètre de Michelson est réglé en coin d'air et éclairé par une source de lumière blanche.

1) Dessiner le montage expérimental et expliquer ce qu'on observe sur l'écran.

Sur l'un des trajets (devant l'un des miroirs), on insère, en incidence normale, une lamelle de microscope d'épaisseur l et d'indice n=1,5.

2) Dessiner le nouveau montage. Qu'observe-t-on alors sur l'écran ?
3) Expliquer quels réglages il faut effectuer pour observer à nouveau des interférences.
4) Ces interférences sont observables sur l'image de la lame pour un déplacement d'un miroir du Michelson d'une distance d=0,08mm. En déduire l'épaisseur l de la lame.
5) Expliquer pourquoi cette mesure ne peut pas être faite avec une lampe spectrale ou un laser.

Exercice 5*** : Couleurs sur une lame

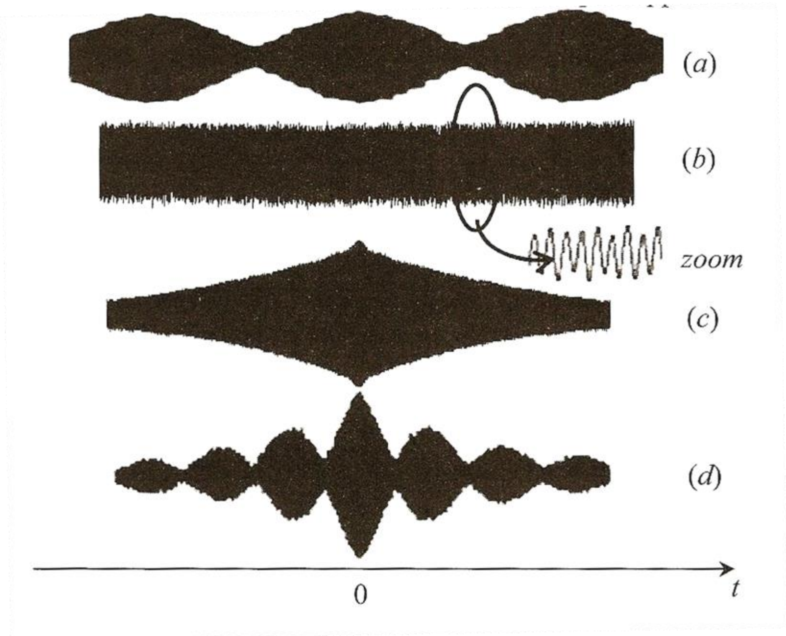
Une lame très fine à faces parallèles, d'indice n=1,33 et d'épaisseur e=500nm, est éclairée sous incidence i=45° par de la lumière blanche. On suppose que seuls les deux premiers rayons interfèrent. On précise qu'il faut rajouter un déphasage de π à la réflexion lorsqu'on passe d'un milieu moins réfringent à un milieu plus réfringent ($n_1<n_2$).

1) Quelles sont les longueurs d'onde du spectre qui présentent un minimum d'intensité réfléchie ?
2) En déduire la couleur de la lumière réfléchie.

Exercice 6 : Quel interférogramme pour quel spectre ?**

Un interféromètre de Michelson est réglé en lame d'air. On place à la sortie de l'appareil une lentille mince convergente, suivie d'un photodétecteur de petite dimension placé au foyer image de la lentille. Un système d'acquisition permet de numériser le signal I au cours du temps, pendant qu'un moteur translate l'un des miroirs à une vitesse V constante. On obtient une courbe I(t), appelée interférogramme, dont on peut déduire des informations sur le spectre de la lumière envoyée dans l'interféromètre.

1) On part du contact optique à t=0. On appelle δ la différence de marche entre les ondes interférant au niveau du photodétecteur. Relier δ à t.
2) L'interféromètre est éclairé par un laser HeNe dont on supposera l'émission parfaitement monochromatique de longueur d'onde λ_0=632,8nm. Montrer que l'interférogramme est de la forme $I(t)=I_0[1+\cos(4\pi Vt/\lambda_0)]$.
3) L'image ci-dessous montre les enregistrements observés avec différentes sources lumineuses : (1) laser ; (2) lampe Mercure haute pression associée à un filtre isolant la raie verte ; (3) lampe Sodium basse pression (doublet jaune) ; (4) lampe Mercure haute pression associée à un filtre isolant le doublet jaune. Associer à chaque source (1,2,3,4) son interférogramme (a,b,c,d). On précise qu'une lampe haute pression a des raies spectrales plus larges qu'une lampe basse pression car les collisions entre atomes réduisent la durée des trains d'onde. Que pouvez-vous dire à propos de l'écart du doublet jaune du Mercure par rapport à celui de Sodium ?

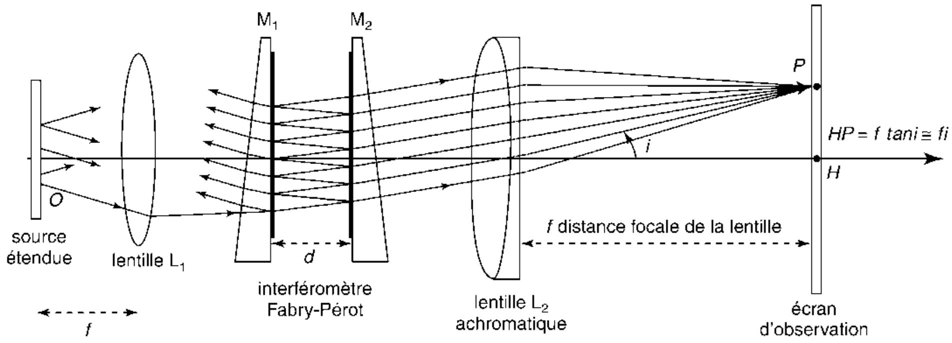


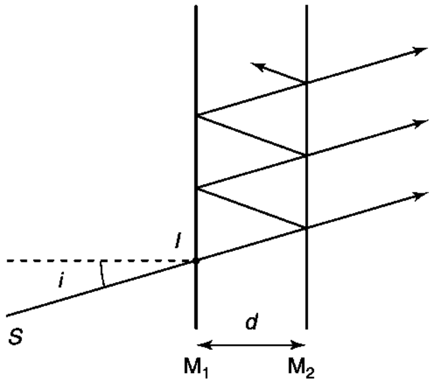
Exercice 7*♥ : Limite de résolution d'un réseau**

Un réseau comportant n=600 traits par mm est éclairé sous incidence normale par un faisceau parallèle monochromatique de longueur d'onde λ=589,3nm. Le faisceau a une largeur L=1cm.

1) Dans quelles directions observe-t-on des raies ?
   On s'intéresse dans la suite au pic d'ordre 1 de direction θ_1.
2) On note θ'_1 la direction de la première annulation de l'intensité dans l'ordre 1. Exprimer $\Delta_1(\sin\theta)=\sin\theta'_1-\sin\theta_1$ en fonction de λ et L.
3) Quelle est la variation $\Delta_2(\sin\theta)$ de la direction du pic d'ordre 1 si la longueur d'onde observée varie de $\Delta\lambda$.
4) On admet que le plus faible intervalle $\Delta\lambda$ de longueur d'onde qu'on peut distinguer dans l'ordre 1 est atteint lorsque $\Delta_1(\sin\theta)=\Delta_2(\sin\theta)$. On appelle alors $R=\lambda/\Delta\lambda$ la résolution du réseau. Evaluer R dans l'ordre 1.
5) On observe le doublet jaune du sodium λ_1=589,0nm et λ_2=589,6nm. Peut-on le distinguer avec ce réseau dans l'ordre 1 ?

Exercice 8*♥ : Interféromètre de Fabry-Pérot**





L'interféromètre de Fabry-Pérot est constitué de deux lames de verre. Les deux faces M_1 et M_2 ont été polies avec soin et ont reçu un traitement de surface leur donnant un coefficient de réflexion élevé. La position des deux lames est réglée pour que M_1 et M_2 soient parallèles. Le dispositif est éclairé avec une source étendue monochromatique qui émet des rayons d'égale amplitude dans toutes les directions. On néglige toutes les réflexions et réfractions qui se produisent sur les faces des lames autres que M_1 et M_2. On suppose qu'on pourra raisonner sur le schéma idéal de droite en oubliant l'épaisseur des lames et dans l'air d'indice 1. Les deux miroirs sont identiques et distants d'une épaisseur d. On désigne par r et t les coefficients respectifs de réflexion et de transmission des deux lames pour les amplitudes des ondes lumineuses et par R et T les coefficients correspondants pour les intensités lumineuses (avec $T \ll 1$). On suppose qu'il n'y a pas d'absorption donc $R+T = 1$. On admet que transmission et réflexion se font sans déphasage.

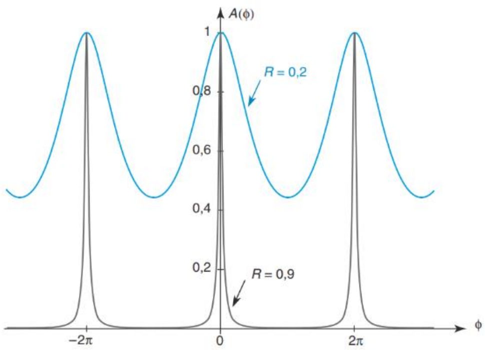
1) Quel est le rôle de la lentille L_2 ? Quelle est la forme des franges d'interférences sur l'écran d'observation ?

2) Pour une incidence i, exprimer le déphasage φ entre le deuxième et le premier faisceau transmis.

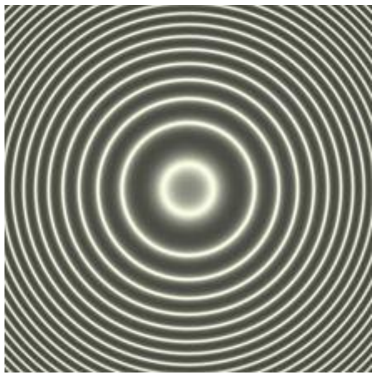
3) On note $\underline{s_1}$, l'amplitude complexe associée au premier faisceau transmis. Exprimer l'amplitude associée au n ième faisceau transmis, notée $\underline{s_n}$ en fonction de $\underline{s_1}$, φ, R et n.

4) Montrer que l'éclairement au point M de l'écran d'observation est de la forme : $E(\varphi) = \frac{E_m}{1+m_0 sin^2(\frac{\varphi}{2})}$ et exprimer m_0 en fonction de R.

La courbe ci-contre est le tracé de la fonction $A(\varphi) = \frac{E(\varphi)}{E_m}$



5) Calculer l'interfrange en déphasage et la demi-largeur de frange Δφ telle que, pour une frange donnée, l'éclairement soit divisé par deux (raisonner autour de la frange placée en φ = 0). On définit la finesse du Fabry-Pérot par $F = \frac{2\pi}{\Delta\varphi}$. La calculer pour R = 0,9.



Cette finesse donne des anneaux du Fabry-Pérot bien plus fins que ceux du Michelson.

Les interféromètres de Fabry-Pérot sont utilisés :

- En spectroscopie pour séparer des longueurs d'onde très proches
- Pour réaliser des filtres interférentiels
- Pour réaliser des cavités laser

Réponses :

Ex 1 : 2) $I(x) = 2I_0[1+\cos(\frac{4\pi hx}{\lambda(d+l)}+\pi)]$
3) $i = \lambda(d+l)/2h$; $L = lh/d$; $N = 21$
4) Brouillage pour $x \gtrsim \lambda(d+l)/2b$

Ex 2 : 1) $i = \lambda_0 f'_1/a$; frange d'ordre $p=0$ en $x=0$
2) $p'=0$ en $x_0 = f'_1(n-1)e/a$ déplacement de $x_0 = i(n-1)e/\lambda_0$
3) Observation de franges irisée la frange d'ordre $p=0$ est repérable, c'est la seule blanche
4) $e = 10\lambda_0/(n-1)$

Ex 3 : 4) $a_{min} = \lambda/2\alpha$
5) $a_{min} = 100m$; $d = 200m$

Ex 4 : 3) Il faut rapprocher M_2.
4) $l = d/(n-1) = 0{,}16$ mm

Ex 5 : 1) Différence de marche géométrique $\delta_{géo}=2ne\cos(r)$ avec r l'angle de réfraction dans la lame
Par les lois de Descartes, $n\sin(r)=\sin(i)=1/\sqrt{2}$. D'où $\delta_{géo}=1{,}126\mu m$
On rajoute un déphasage de π à la réflexion pour le premier rayon d'où l'ordre $p= \delta_{géo}/\lambda+1/2$
Les longueurs d'onde éteintes sont celles pour lesquelles $p=k+1/2$ avec k entier : $\lambda_k=1{,}126\ \mu m/k$
Dans le visible il n'y a que $\lambda_2=1{,}126\ \mu m/2=563nm$ c'est du jaune
2) La couleur réfléchie est la couleur complémentaire, mélange de bleu et rouge : mauve.

Ex 6 : 1) $\delta = 2Vt$
3) a-3 ; b-1 ; c-2 ; d-4

Ex 7 : 1) Formule des réseaux sous incidence normale $\sin(\theta_p) = p\frac{\lambda}{a}$ avec $a = 1/n$ le pas du réseau et p l'ordre d'interférence
2) Demi-largeur d'un pic $\Delta\varphi = 2\pi/N$ avec $N = nL$ et $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}.\mathrm{a}.\sin(\theta)$ d'où $\Delta_1(\sin(\theta)) = \frac{\lambda}{L}$
3) $\sin(\theta_1) = \frac{\lambda}{a}$ d'où $\Delta_2(\sin(\theta)) = \frac{\Delta\lambda}{a}$
4) $\Delta_1(\sin(\theta)) = \Delta_2(\sin(\theta))$ donne $\Delta\lambda = \frac{a\lambda}{L}$ d'où $R = \frac{L}{a} = 6000$
5) $(\Delta\lambda)_{min} = \frac{\lambda_{moyen\ Sodium}}{R} = 0{,}1\ nm$ or $(\Delta\lambda)_{Sodium} = 0{,}6\ \mu m$ donc le doublet du sodium est séparé par le réseau

Ex 8 : 1) Les franges sont des anneaux de centre H.
2) $\varphi = \frac{4\pi}{\lambda}d\cos(i)$
3) $\underline{s_n} = R^{n-1}e^{i\varphi(n-1)}\underline{s_1}$
4) $m_0 = \frac{4R}{(1-R)^2}$. On peut en cas de difficultés l'admettre pour faire la suite.
5) Interfrange en déphasage : 2π ; demi-largeur à mi-hauteur $\Delta\varphi = \frac{1-R}{\sqrt{R}}$
Finesse $F = \frac{2\pi\sqrt{R}}{1-R}$
AN : $F = 60$