DM3 de Physique à rendre le 4/10/2024

Microscopie et mesure d'épaisseur par interférométrie

Dans ce problème, on s'intéresse à l'observation d'objets de taille très faible, ainsi qu'à la mesure de leurs dimensions. Cette étude trouve tout son intérêt en biologie, ainsi que dans le contrôle des matériaux.

La partie A proposera une méthode interférentielle pour mesurer l'épaisseur d'une lame de verre très mince. Dans la partie B, nous étudierons les techniques de microscopie.

La partie B peut être traitée avant le cours sur les interférences.

PARTIE A : MESURE D'EPAISSEUR PAR INTERFEROMETRIE

Frits Zernike, qui a obtenu le prix Nobel en 1953 pour son microscope à contraste de phase, a dans un premier temps utilisé un montage interférentiel à trois fentes, pour contrôler ou mesurer l'épaisseur d'une fine lame transparente à faces parallèles.

Frits Zernike
(1888-1966)

Dans cette partie, on suppose tous les rayons lumineux très peu inclinés par rapport à l'axe horizontal.

A.1. <u>Système interférentiel à deux fentes</u>

On considère d'abord un système de deux fentes F_1 et F_2 très fines perpendiculaires au plan de la figure 15. Elles sont distantes de 2a et de grande longueur. L'ensemble est éclairé par une source S ponctuelle et monochromatique de longueur d'onde λ placée au foyer objet d'une lentille convergente. L'observation de la figure d'interférences se fait sur un écran placé dans le plan focal image d'une lentille convergente de distance focale image f '.
Les fentes F_1 et F_2 sont placées dans le plan focal objet de cette deuxième lentille.

On s'intéresse aux ondes reçues au point M d'ordonnée z sur l'écran et on suppose z et a très petits devant f ' : x, a << f '.

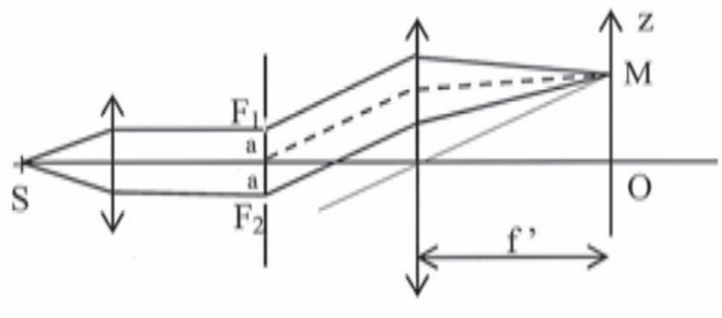


Figure 15

On adopte le modèle scalaire de la lumière et on note s_0 l'amplitude associée au rayon fictif (en pointillés sur la figure) provenant du milieu des deux fentes. Les amplitudes complexes des deux rayons issus de F_1 et F_2 et déphasés d'un angle 2φ sont alors : $\underline{s_1} = s_0\ e^{+j\varphi}$ et $\underline{s_2} = s_0\ e^{-j\varphi}$.

On note $E_0 = \underline{s_1}.\underline{s_1}^* = \underline{s_2}.\underline{s_2}^* = s_0^2$ l'éclairement (ou intensité lumineuse) émis par chacune des deux fentes. s_0 est une constante liée à l'intensité de la source.

A.1.a. Après avoir cité le théorème utile et à l'aide d'un schéma, exprimer φ en fonction de a, f ', λ et z.

A.1.b. Exprimer l'éclairement E résultant de l'interférence des deux ondes en fonction de E_0 et φ.

A.2. <u>Système interférentiel à trois fentes</u>

On ajoute une troisième fente F_0 au milieu des deux autres et identique à celles-ci.

A.2.1.a. Montrer que le nouvel éclairement peut se mettre sous la forme : $E = E_0\ (1 + 2\cos(\varphi))^2$.

A.2.1.b. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant :

φ en rad	0	2π/3	π	4π/3	2π
E / E_0					

A.2.1.c. Tracer l'allure de la courbe E/E_0 en fonction de φ.

A.2.2. A partir du montage à trois fentes, on ajoute devant la fente centrale F_0 et parallèlement au plan des fentes, une lame de verre à faces parallèles d'épaisseur e et d'indice n = 1,5. (Voir figure 16).

e étant très faible, on considèrera que le rayon lumineux qui traverse la lame, parcourt une distance e dans le verre, sans être dévié.

A.2.2.a. Montrer que si l'épaisseur de la lame est telle qu'elle induit un retard de phase de π/2 pour le rayon central, on retrouve une alternance régulière de franges brillantes et de franges sombres (pas nécessairement noires), contrairement à la question précédente. Calculer et tracer le nouvel éclairement.

A.2.2.b. Si on veut contrôler par cette méthode que la lame a bien l'épaisseur souhaitée e = 0,3 μm, quelle valeur faut-il choisir pour λ ?

A.2.2.c. Si on veut mesurer l'épaisseur e, on peut déplacer l'écran d'une distance $x = \overline{OO'}$, de façon à retrouver la même figure d'interférences que celle qu'on avait en l'absence de lame. (Voir figure 16).

Le point O' de la figure 16 est tel que les trois rayons issus des trois fentes sont à nouveau en phase (comme en O sans la lame).

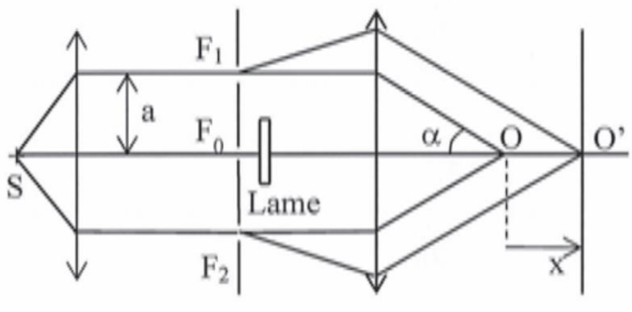


Figure 16

Exprimer x en fonction de n, e et de l'angle $\alpha \approx \frac{a}{f'}$ (On pourra faire un développement limité à l'ordre 2 en α).

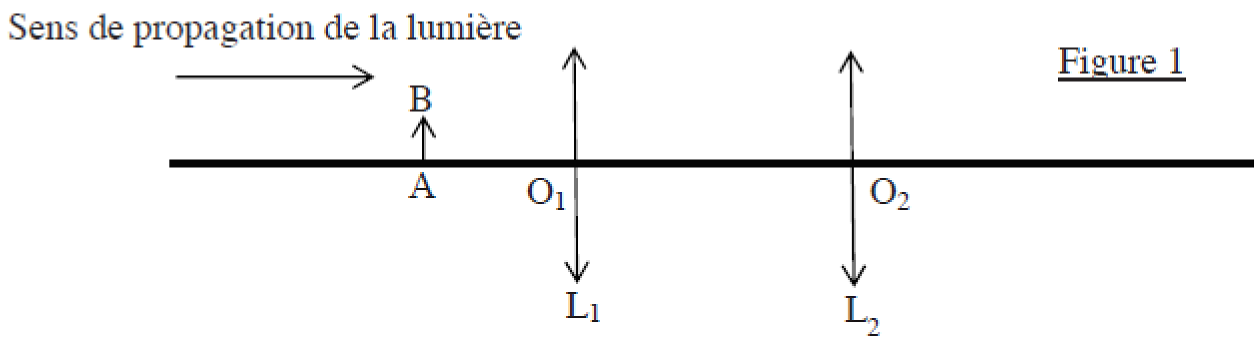
AN : On donne a = 0,1 mm, f ' = 10 cm et n = 1,5 et on mesure à l'aide d'un microscope viseur : x = - 1 cm. En déduire l'ordre de grandeur de l'épaisseur e.

PARTIE B : MICROSCOPIE OPTIQUE

B.1. Le microscope classique

Le microscope est modélisé sur la figure 1, par un système de deux lentilles minces convergentes, l'une constituant l'objectif (lentille L_1 de centre O_1 et de distance focale image $f_1' = 5$ mm), et l'autre constituant l'oculaire (lentille L_2 de centre O_2 et de distance focale image $f_2' = 15$ mm).

On fixe $\overline{O_1O_2} = D_0 = 120$ mm. On choisit le sens positif dans le sens de propagation de la lumière.



On rappelle la relation de conjugaison d'une lentille et l'expression du grandissement γ :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

B.1.1. Les relations précédentes sont valables à condition que les rayons lumineux satisfassent les conditions de Gauss. Donner ces deux conditions.

B.1.2. Si F'_1 est le foyer image de L_1 et F_2 le foyer objet de L_2, on définit l'intervalle optique par la grandeur algébrique $\Delta = \overline{F'_1F_2}$. Exprimer Δ en fonction de f_1', f_2', D_0, puis calculer sa valeur.

B.1.3. Un objet réel AB perpendiculaire à l'axe optique est éclairé et placé à une distance d de L_1, à sa gauche, de façon à ce que l'image A'B' donnée par l'objectif, appelée image intermédiaire, se trouve dans le plan focal objet de l'oculaire. L'observation se fait à l'œil placé au contact de l'oculaire.

B.1.3.a. Exprimer d en fonction de f_1' et Δ, puis calculer sa valeur.

B.1.3.b. Exprimer le grandissement γ_1 induit par l'objectif en fonction de f_1' et Δ, puis calculer sa valeur.

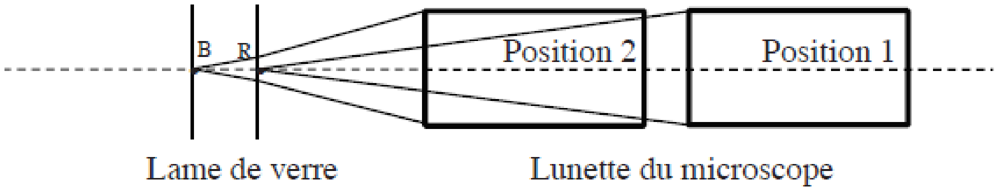
B.1.3.c. Quel est l'intérêt pour l'observateur de cette position de l'objet ?

B.1.3.d. Faire une construction géométrique faisant apparaître l'objet, l'image intermédiaire, ainsi que l'angle α' sous lequel est observée l'image finale à travers le microscope.

B.1.4. Le grossissement commercial du microscope est défini par $G = \left|\frac{\alpha'}{\alpha}\right|$ où α est l'angle sous lequel serait vu l'objet à l'œil nu placé à une distance D = 250 mm.
L'objet étant de très petite taille, ces deux angles seront bien sûr très faibles.
Exprimer G en fonction de Δ, D, f_1' et f_2', puis calculer sa valeur.

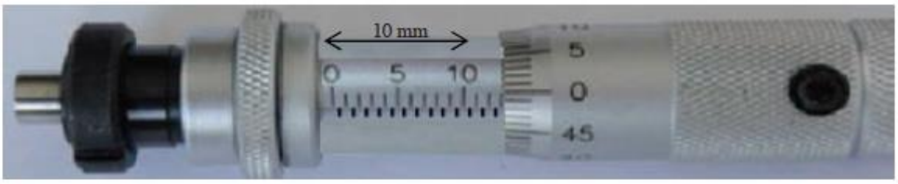
B.1.5. On utilise ce microscope pour mesurer l'épaisseur e d'une mince lame de verre à faces parallèles, d'indice n = 1,5.
On colle une petite pastille bleue (B) sur la face gauche de la lame et une petite pastille rouge (R) sur sa face droite.
On positionne d'abord la lunette (ensemble objectif + oculaire) du microscope de façon à faire la mise au point sur la pastille rouge (Figure 2, Position 1). Puis, grâce à une vis micrométrique, on translate la lunette d'une distance ε, de façon à faire la mise au point sur l'image de la pastille bleue (Figure 2, Position 2) :

Figure 2



La figure 3 ci-dessous montre la position 2 de la vis micrométrique, la position 1 correspondant à la graduation 40 de la partie mobile. *On rappelle qu'un tour de la vis micrométrique (partie mobile graduée de 0 à 50) fait translater la lunette de 0,5 mm. On remarquera aussi sur la figure 2 que la position 2 correspond à une translation vers la gauche donc à un vissage de la visse micrométrique.*

Figure 3



B.1.5.a. Déterminer la valeur mesurée de ε en mm, avec une estimation de l'incertitude maximale de mesure. Présenter correctement le résultat.

B.1.5.b. En tenant compte du phénomène de réfraction et en considérant les rayons lumineux très peu inclinés par rapport à l'axe optique, exprimer e en fonction de n et ε, puis calculer sa valeur.