

**DEVOIR SUR TABLE 1 - 4H**

DS 1

v1.1

Institution Sainte Marie – 2 Rue de l'Abbaye - 92160 Antony

Le sujet comporte deux parties strictement indépendantes. Des papiers log-log sont disponibles en fin de sujet. Vous pouvez les détacher et les glisser dans vos copies. Si d'aventure, il n'y en a pas assez ou que vous ne souhaitez pas les utiliser, tracez vos Bode sur votre copie.

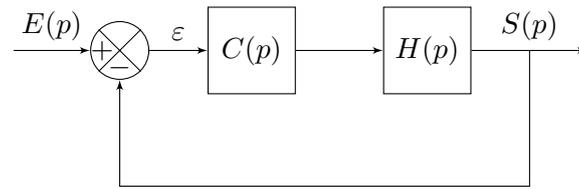
Calculatrice autorisée

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Table des matières

1	Problème 1 - Correcteur proportionnel (~ 5 pts)	2
2	Problème 2 - Antenne de Communication (~ 15 pts)	3

1 Problème 1 - Correcteur proportionnel (~ 5 pts)



Avec :

$$H(p) = \frac{20}{p(1 + 0,5p)} \cdot \frac{1}{20 + p}$$

On souhaite obtenir les performances suivantes :

Précision : erreur de trainage : $\mu_T < 10\%$

Rapidité : bande passante à 0 dB : $BP_{0 \text{ dB}} =]0, \omega_c]$ avec $\omega_c > 10 \text{ rad/s}$

Stabilité : marge de gain/phase $MG \geq 12\text{dB}$ $M_\varphi \geq 45^\circ$

1.1 Système non corrigé ($C(p) = 1$)

Question 1 Tracer le diagramme de Bode asymptotique de la FTBO

Question 2 Tracer « grossièrement » le diagramme de Bode réel de la FTBO

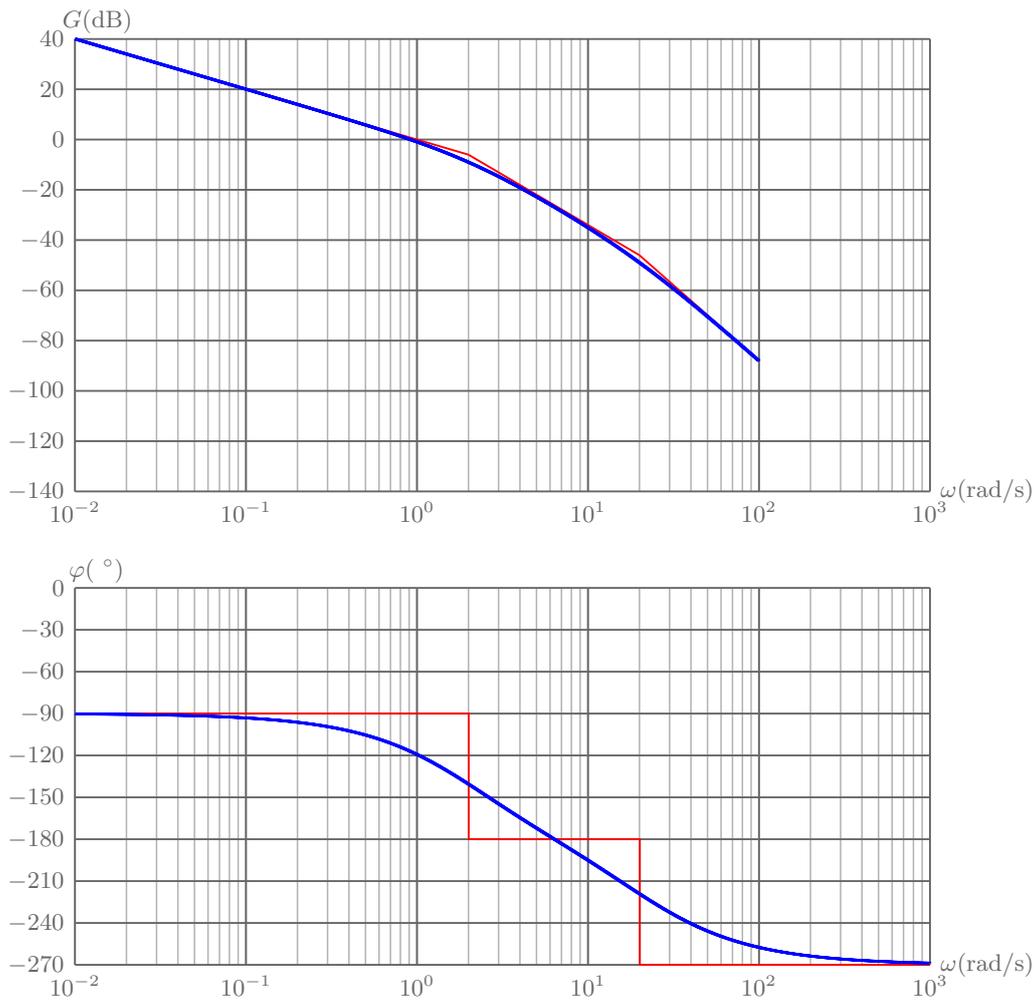
Question 3 Donner (et indiquer sur le diagramme) les Marges de gain et de phase MG et M_φ (graphiquement ou par le calcul)

Question 4 Conclure quant à la stabilité du système vis à vis du cahier des charges

1.2 Système avec correcteur proportionnel ($C(p) = K_p$)

Question 5 Donner la valeur de K_p donnant la limite de stabilité du système, comparer avec la valeur précédente.

Question 6 Nous souhaitons valider le cahier des charges d'un point de vue stabilité. Donner la plus grande valeur de K_p permettant au système de valider le CDCF. (graphiquement ou par le calcul)



On mesure :

$$MG \simeq 30\text{dB} \quad M_\varphi \simeq 60^\circ$$

Le système est stable. Pour être à la limite de stabilité on doit remonter la courbe de 30dB soit $K_p \simeq 31$.

On veut $MG \geq 12\text{dB}$ $M_\varphi \geq 45^\circ$. Le critère limitant est ici la marge de phase, il faut remonter la courbe d'environ 10dB soit

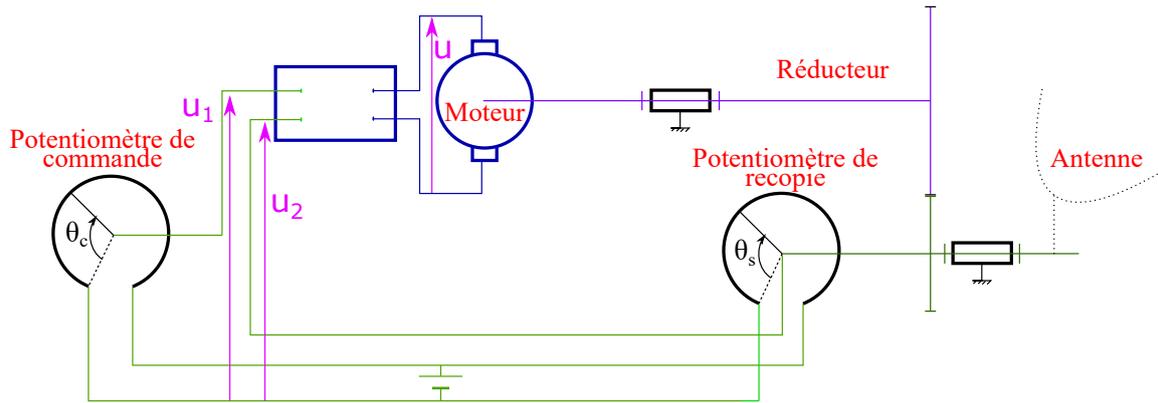
$$K_p \simeq 3.1$$

2 Problème 2 - Antenne de Communication (~ 15 pts)

2.1 Données

Ce problème traite de l'asservissement de position de l'axe de gisement d'une antenne de poursuite devant assurer le pointage des satellites en mouvement ou géostationnaires. Le schéma de principe de l'asservissement est donné sur la figure ci-dessous.

- Les deux potentiomètres délivrent une tension proportionnelle aux angles θ_c et θ_s avec $u_1 = k \cdot \theta_c$ et $u_2 = k \cdot \theta_s$.



- L'amplificateur de différence délivre une tension u proportionnelle à la différence des tensions (gain μ).
- Le moteur commandé par la tension u provoque par l'intermédiaire d'un réducteur la rotation de l'antenne.

Définitions des variables :

- θ_s : l'angle de rotation de l'antenne.
- ω_s : vitesse de rotation de l'antenne.
- ω_m : vitesse de rotation du moteur.
- N : rapport de réduction.
- C_m : couple exercé par le moteur.
- C_r : couple résistant ramené sur l'arbre moteur.
- J_m : moment d'inertie de l'équipage mobile solidaire du moteur.
- J_s : moment d'inertie de l'équipage mobile solidaire de l'antenne.
- R : résistance de l'induit du moteur.
- λ : constante de couple du moteur.
- E : force électromotrice.

Hypothèses :

- Inductance du moteur **négligée**.
- Tous les frottements mécaniques **négligés**.

Les équations constitutives du moteur à courant continu sont rappelées. On donne :

1. $\omega_m = N \cdot \omega_s$
2. $J = \frac{J_s}{N^2} + J_m$
3. $J \cdot \frac{d\omega_m}{dt} = C_m - C_r$
4. $e(t) = \lambda \cdot \omega_m(t)$
5. $C_m(t) = \lambda \cdot i(t)$
6. $u(t) = R \cdot i(t) + e(t)$

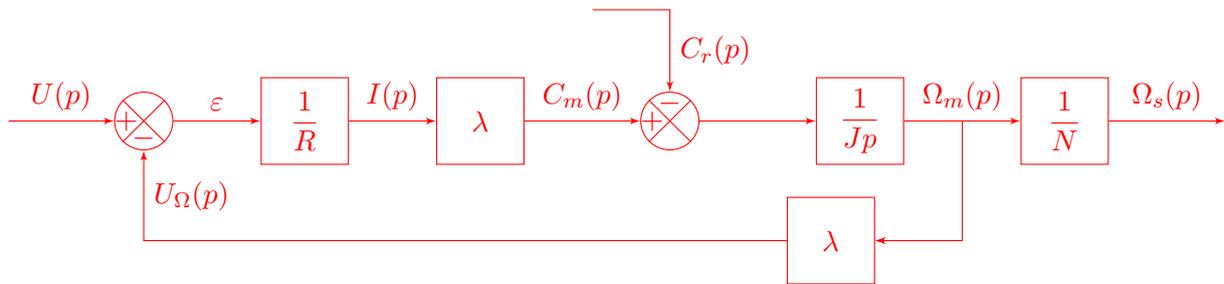
2.2 Étude de l'ensemble moteur-reducteur

Dans cette première partie on suppose que le couple résistant C_r est nul.

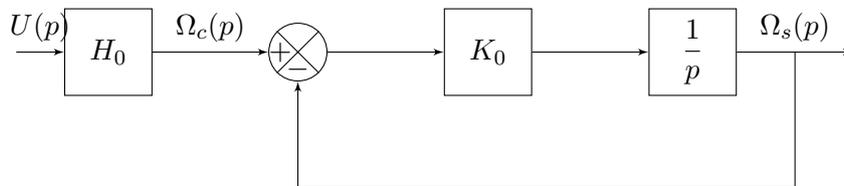
Question 1 Justifier les relations ci-dessus. Écrire ces équations dans le domaine de Laplace.

1. $\Omega_m(p) = N \cdot \Omega_s(p)$: équation du rapport de réduction.
2. $J = \frac{J_s}{N^2} + J_m$: expression de l'inertie équivalente ramenée à l'arbre moteur.
3. $J \cdot p\Omega_m(p) = C_m(p) - C_r(p)$: équation mécanique du moteur, obtenue par un TMD appliqué à l'arbre moteur ou par un TEC appliqué à l'ensemble des pièces mouvantes.
4. $E(p) = \lambda \cdot \Omega_m(p)$: expression de la force contre-électromotrice
5. $C_m(p) = \lambda \cdot I(p)$: équation du couple électromagnétique.
6. $U(p) = R \cdot I(p) + E(p)$: loi des mailles obtenue sur la partie électrique du MCC.

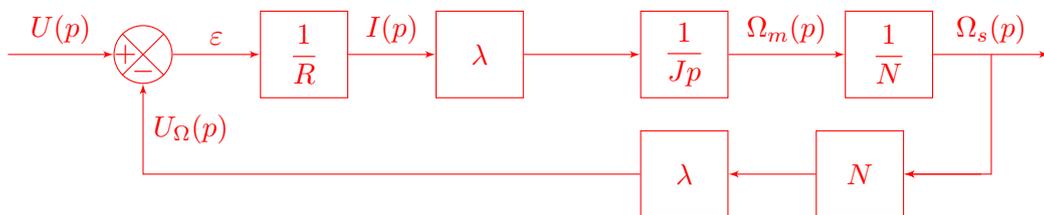
Question 2 Tracer le schéma bloc du moto-réducteur (entrée $U(p)$ et sortie $\Omega_s(p)$).



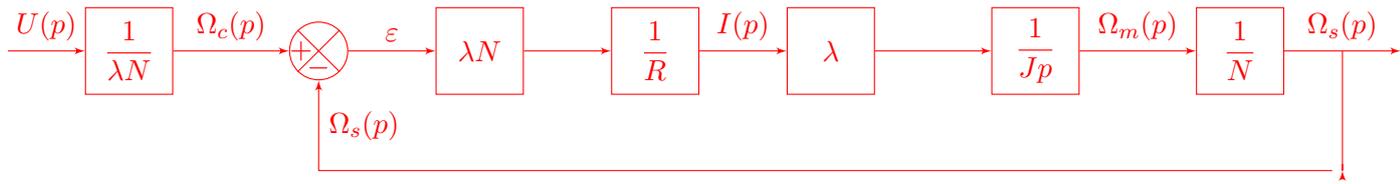
Question 3 Mettre le schéma bloc sous la forme ci-dessous.



On souhaite garder $\Omega_s(p)$ en sortie. Il suffit dès lors de décaler le point de prélèvement vers la sortie. Puis de mettre sous retour unitaire. Soit :



Il vient par la suite :



Ω_c étant une variable fictive équivalente à une consigne de vitesse.

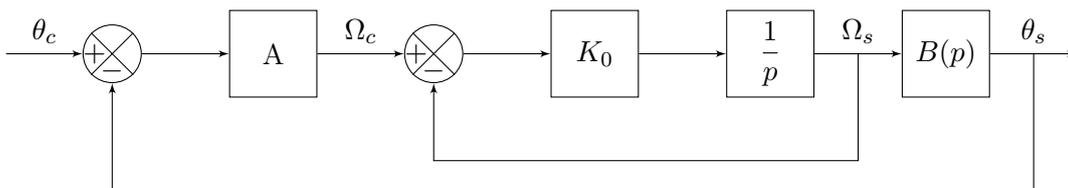
Question 4 Déterminer K_0 et H_0 en fonction des paramètres du système. **Il vient immédiatement :**

$$H_0 = \frac{1}{\lambda N} \quad K_0 = \frac{\lambda^2}{R \cdot J}$$

Pour la suite nous prendrons $K_0 = 20 \text{ s}^{-1}$.

2.3 Étude de l'asservissement en position

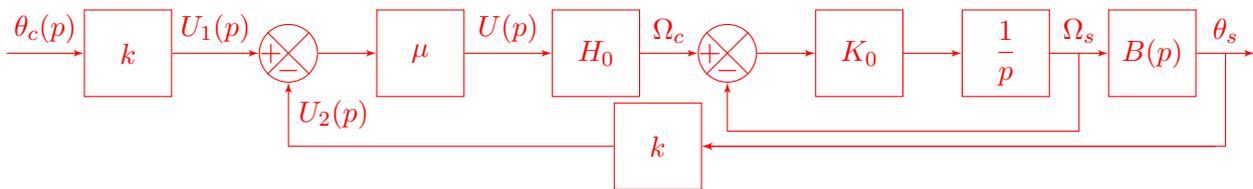
Question 5 Mettre l'asservissement en position sous la forme ci-dessous. *Les potentiomètres fournissent une tension image de la mesure de l'angle. Partez bien des grandeurs physiques, puis agencez chaque bloc.*



Notre processus (notre moteur + réducteur) prend en entrée une tension $U(p)$ et renvoie en sortie une vitesse de rotation Ω_s . Il faut donc effectuer l'asservissement de ce processus.

Pour A :

On a $u_1 = k \cdot \theta_c$ et $u_2 = k \cdot \theta_s$. Et $\varepsilon = \theta_c - \theta_s$. Il vient $u_1 - u_2 = k \cdot \varepsilon$ et il ne faut pas oublier l'amplification μ précisée dans le sujet. Pour $B(p)$ c'est trivial : on passe d'une vitesse de rotation à un angle, nous avons donc intégré. Le schéma-bloc de l'asservissement ressemble donc à cela :



Question 6 Exprimer A et $B(p)$ en fonction des données. **Ainsi :**

$$B(p) = \frac{1}{p}$$

$$A = \frac{k\mu}{\lambda N}$$

Question 7 Fonctions de transfert.

- a Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte (FTBO) $FTBO(p) = \frac{\theta_s}{\varepsilon}$.
- b Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée (FTBF) $FTBF(p) = \frac{\theta_s}{\theta_c}$.
- c Mettre sous forme canonique, préciser l'ordre de la FTBF, déterminer les coefficients caractéristiques en fonction de K_0 et A .

Deux boucles imbriquées, Black sur la première puis Black à nouveau. On obtient :

$$FTBO(p) = \frac{\theta_s}{\varepsilon} = A \cdot \frac{K_0/p}{1 + K_0/p} \cdot \frac{1}{p}$$

Il vient :

$$FTBO(p) = \frac{k \cdot \mu}{K_0 \cdot \lambda N} \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{1}{p + 1/K_0}$$

Pour la FTBF(p) c'est facile, le retour étant unitaire :

$$FTBF(p) = \frac{FTBO(p)}{1 + FTBO(p)}$$

Il vient après calculs :

$$FTBF(p) = \frac{1}{1 + \frac{p}{A} + \frac{p^2}{AK_0}}$$

Ce qui est un système d'ordre 2 et de classe 0. Le calcul des coefficients caractéristiques donne :

$$\omega_o = \sqrt{K_0 A}$$

$$K = 1$$

$$\xi = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{K_0}{A}}$$

Question 8 Précision. On pose pour la suite $A = 20 \text{ s}^{-1}$.

- a Le système est-il stable ?
- b Déterminer l'erreur de position ε_s pour une consigne d'entrée de type échelon unitaire (l'antenne pointe un satellite "fixe").
- c Déterminer l'erreur de traînage ε_t pour une consigne en rampe $\theta_c(t) = c \cdot t$ avec $c = 2 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s}$ (l'antenne suit un satellite mobile).
- d Tracer dans les deux cas l'allure de la réponse temporelle.

a Le système est un second ordre dont les coefficients du dénominateur de la FTBF sont de même signe, la condition nécessaire est suffisante : le système est stable.

b $\varepsilon(p) = \frac{1}{1 + FTBO(p)} \cdot \theta_c(p)$

Le système étant stable nous pouvons appliquer le théorème de la valeur finale.

$$\varepsilon_s = \lim_{t \rightarrow +\infty} \varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p\varepsilon(p)$$

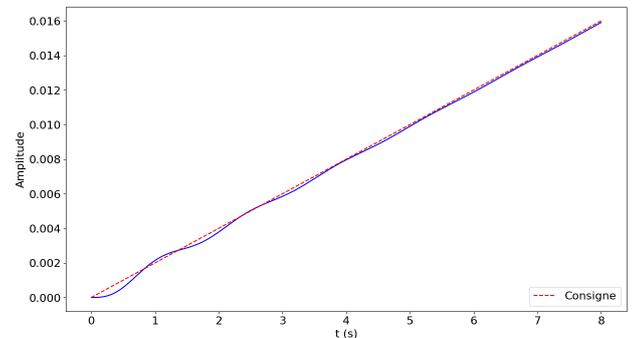
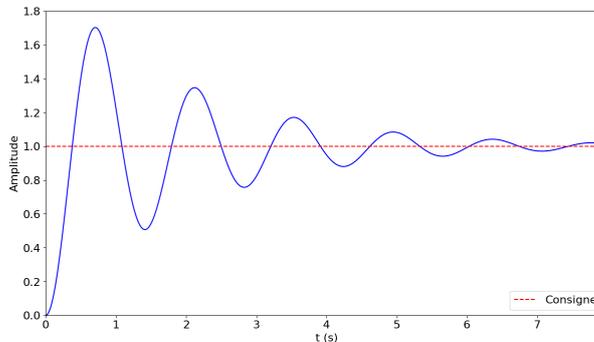
Pour une entrée indicielle (échelon) $\theta_c(p) = \frac{\theta_0}{p}$

$$\varepsilon_s = \lim_{p \rightarrow 0} \left(p \cdot \frac{\theta_0}{p} \cdot \frac{1}{1 + \frac{AK_0}{p(p+K_0)}} \right) = 0$$

c De la même façon, cette fois ci pour une entrée de type rampe $\theta_c(p) = \frac{c}{p^2}$

$$\varepsilon_s = \lim_{p \rightarrow 0} \left(p \cdot \frac{c}{p^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{AK_0}{p(p+K_0)}} \right) = \frac{c}{A}$$

d Les courbes sous python sont données ci-dessous :



On note l'écart statique nulle pour l'entrée échelon, et l'écart de trainage constant pour l'entrée rampe. (faible cependant, $c = 2.10^{-3}$ rad/s, sur votre copie on vous demande "l'allure", exagérez le trait !)

2.4 Procédure de la recherche d'un satellite

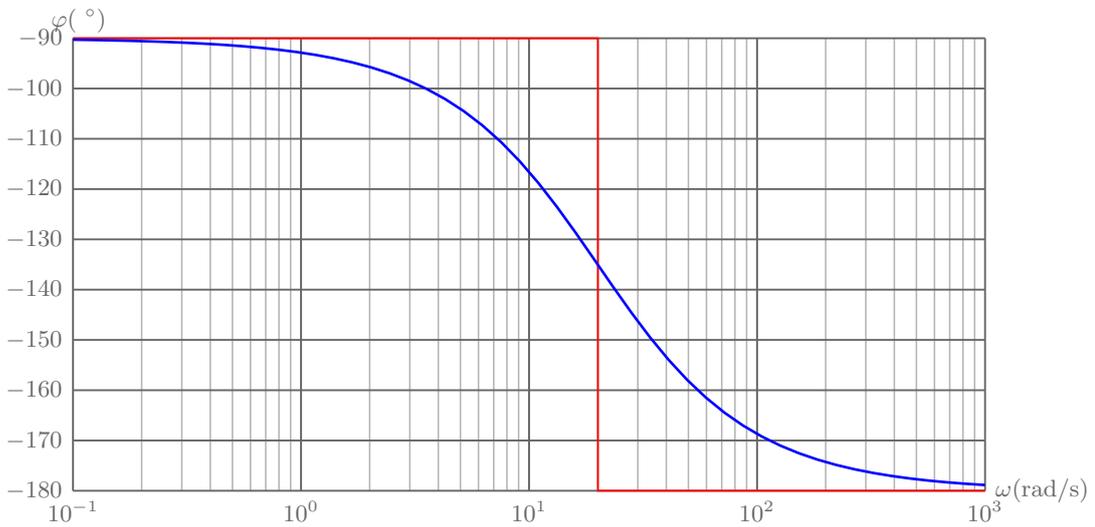
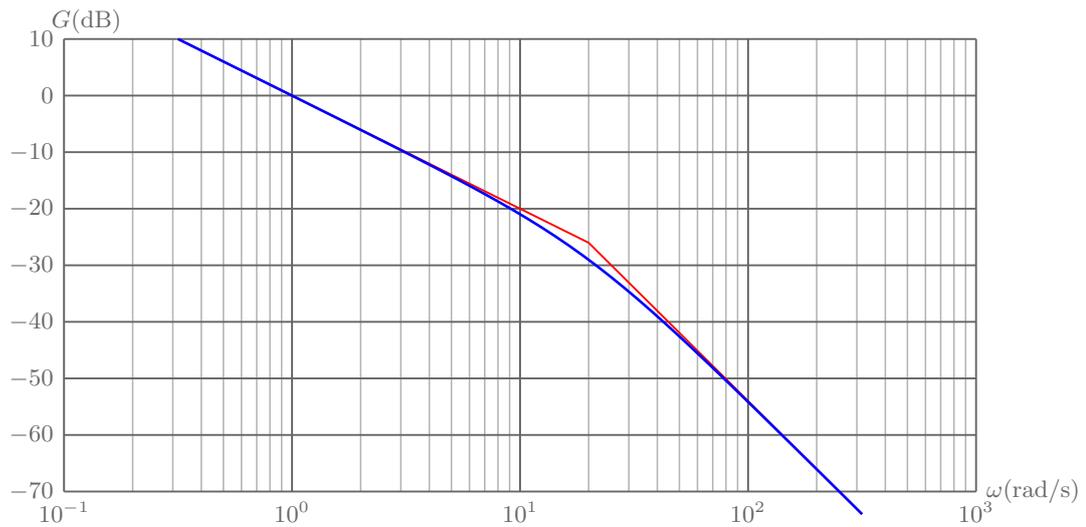
Dans cette partie, nous allons étudier la procédure de recherche d'un satellite. La position de consigne représente la position théorique présumée du satellite.

Pour faciliter la recherche, on explore la position théorique en effectuant un balayage sinusoïdal autour de cette position de consigne θ_c en superposant à θ_c un signal sinusoïdal $\alpha_e(t) = b \cdot \sin(\omega_b \cdot t)$. L'amplitude du balayage est de $b = 0.25^\circ$, sa période 10 secondes.

Cette procédure de recherche nécessite que l'on étudie la réponse du système à une entrée sinusoïdale.

Question 9 Étude fréquentielle de la FTBO

- Tracer les diagrammes de Bode de la FTBO pour $A = 1$.
- Pour quelle valeur A_0 de A , la cassure du diagramme asymptotique d'amplitude se trouve-t-elle sur l'axe des pulsations ?
- Déterminer alors le déphasage pour $A = A_0$. Donner la marge de phase. Qu'en pensez vous ?



a

- b Soit on résout graphiquement : on doit remonter de 26 dB, on trouve directement $A = 20 \text{ s}^{-1}$.
Soit on résout numériquement, l'équation à résoudre est donc :

$$20 \log \left(\left| A \cdot \frac{K_0/p}{1 + K_0/p} \cdot \frac{1}{p} \right| \right) \Big|_{\omega = \frac{1}{\tau} = 20 \text{ s}^{-1}} = 0$$

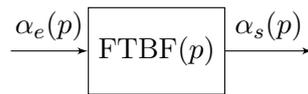
Soit :

$$A = K_0 = 20 \text{ s}^{-1}$$

- c D'un point de vue asymptotique on sait qu'en $\omega = \omega_1 = 20 \text{ rad/s}$ (cf question précédente) alors la phase $\varphi(\omega_1) = \frac{-3\pi}{2}$. Le diagramme réel coupe un peu avant, donc c'est un peu plus grand. On en déduit une marge de phase $M_\varphi \simeq 50^\circ$. C'est une valeur courante/usuelle pour un système bien réglé/stable (d'un point de vue stabilité!).

Question 10 Réponse fréquentielle de la FTBF

- a Rappeler l'allure de la réponse temporelle en régime permanent d'un système linéaire soumis à une entrée sinusoïdale $\alpha_e(t)$, d'amplitude A et de fréquence $f = \frac{\omega}{2\pi}$.



- b Tracer les diagrammes de Bode de la FTBF.
- c À partir des diagrammes de Bode, déterminer la réponse temporelle $\alpha_s(t)$ en régime permanent avec les paramètres suivants :
 - ◇ $A = 0.5^\circ$
 - ◇ $\omega = 10 \text{ rad/s}$.

a Le signal de sortie est donc bien une sinusoïde de pulsation ω égale à celle de l'entrée, d'amplitude $B = A|FTBF(j\omega)|$ et déphasée de $\phi = \arg(FTBF(j\omega))$ (c.f. FIGURE 1).

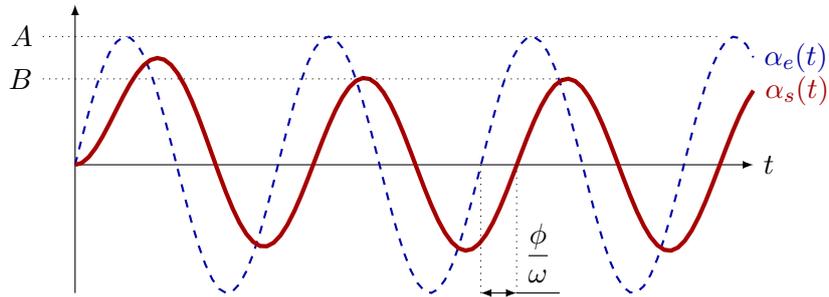
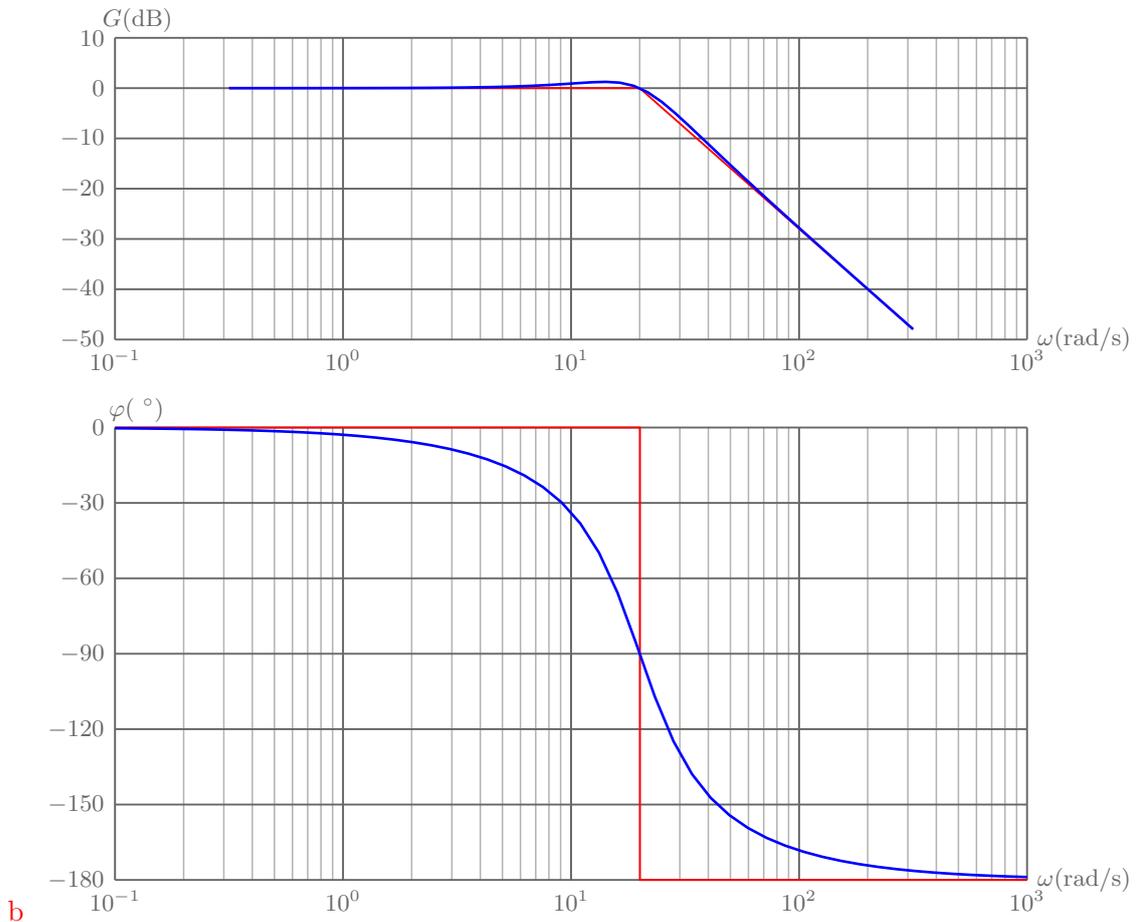


FIGURE 1 – Signaux sinusoïdaux d'entrée et de sortie d'un système linéaire.



b

c Par définition :

$$\alpha_s(t) = A \cdot |\text{FTBF}(j\omega)| \sin(\omega \cdot t + \text{Arg}(\text{FTBF}(j\omega)))$$

Il suffit de lire sur le diagramme, en $\omega = 10 \text{ rad/s}$:

$$20 \log |\text{FTBF}(j\omega)| \simeq 2 \text{ dB} \quad \text{et} \quad \varphi(\omega) \simeq -35^\circ$$

Soit :

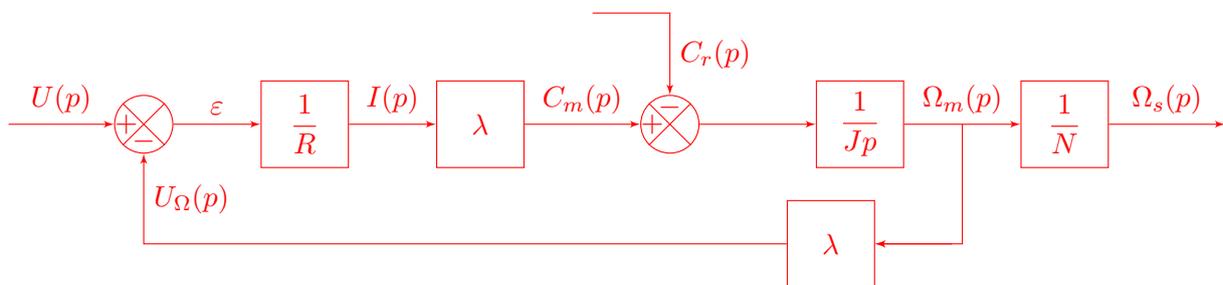
$$\alpha_s(t) = A \cdot 10^{\frac{2}{20}} \sin(10 \cdot t - 35)$$

2.5 Comportement de l'antenne en présence d'une perturbation

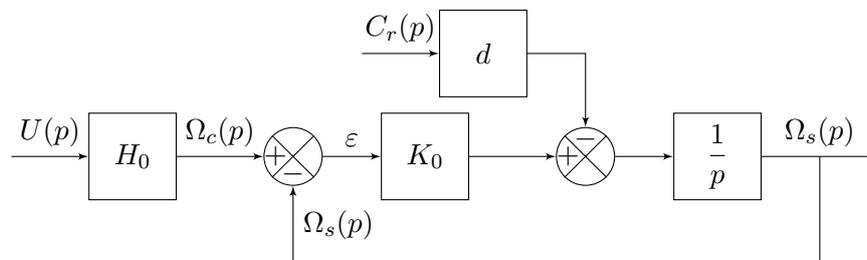
L'asservissement en position doit lutter contre les couples de perturbations appliqués à l'axe de gisement de l'antenne par l'action du vent. Deux types d'actions perturbatrices sont envisagées dans la suite de l'étude :

- action du vent, de vitesse constante v_0 , à laquelle correspond un couple :
 - ◊ $C_{r1} = \Gamma_0 = 175\,000 \text{ N.m}$ pour $v_1 = 15 \text{ m/s}$.
 - ◊ $C_{r2} = \Gamma_0 = 310\,000 \text{ N.m}$ pour $v_2 = 20 \text{ m/s}$.
- vent soufflant en rafales avec une vitesse comprise entre 15 et 20 m/s. On modélise le couple résistant créé par ce vent par une fonction sinusoïdale de fréquence 0.2 Hz, variant entre C_{r1} et C_{r2} .

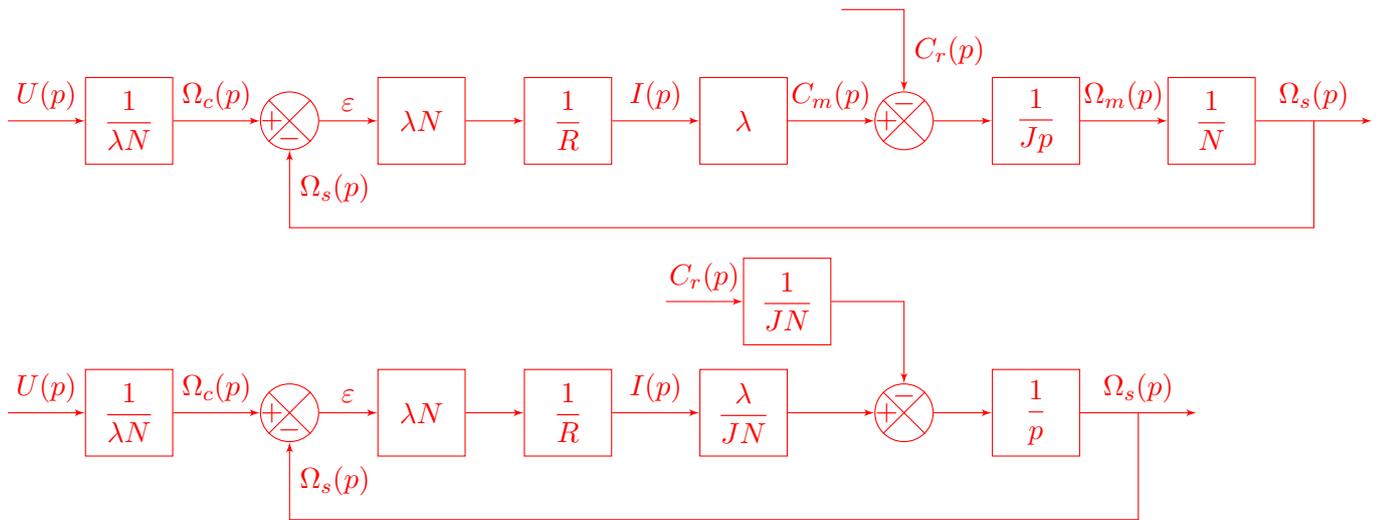
Question 11 Reprendre le schéma bloc du moto-réducteur en faisant intervenir le couple résistant.



Question 12 Le mettre sous la forme suivante.



Même démarche que précédemment : déplacer le point de prélèvement, mettre sous retour unitaire et développer le $\frac{1}{JN}$ pour laisser l'intégration en sortie. Cela donne très vite :



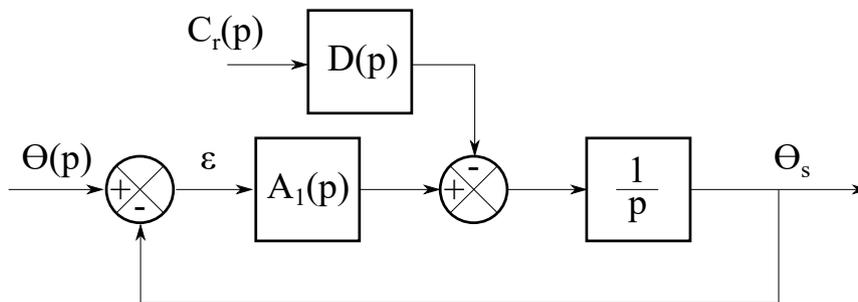
Question 13 Exprimer d en fonction des données. **Le résultat est immédiat :**

$$d = \frac{1}{JN}$$

Pour la suite nous prendrons $d = 5 \times 10^{-9} \text{m}^{-2} \cdot \text{kg}^{-1}$.

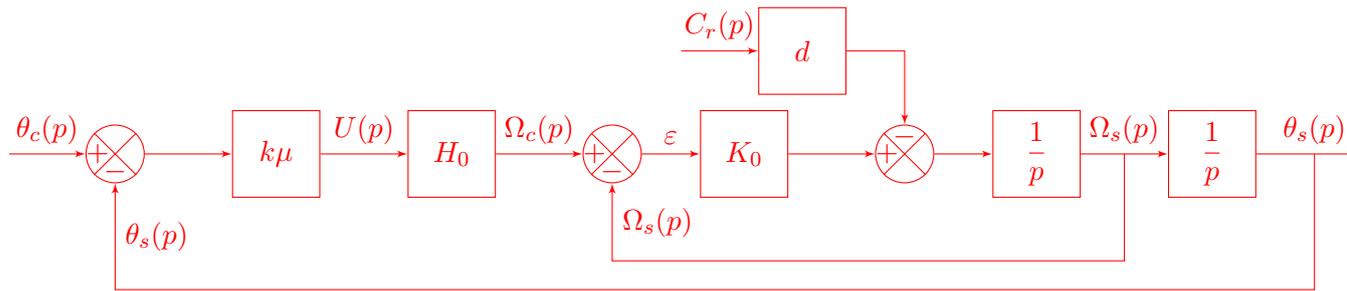
Question 14 Asservissement en position

- a Tracer le schéma bloc de l'asservissement en position en prenant en compte le couple résistant.
- b Mettre ce schéma sous la forme :



c Pour $A = 20 \text{ s}^{-1}$, montrer que :

$$A_1(p) = \frac{20}{\frac{p}{20} + 1} \quad \text{et} \quad D(p) = \frac{1}{4 \cdot 10^9 \left(\frac{p}{20} + 1 \right)}$$



a

- b Au choix : soit par manipulation de schéma bloc (fastidieux) soit par identification après calcul de la fonction de transfert via le principe de superposition.
Le but étant d'enlever la boucle interne, il suffit de calculer par Black :

$$\Omega_s(p) = Y_1(p) \cdot \Omega_c(p) - Y_2(p) \cdot C_r(p)$$

$$A = \frac{\mu \cdot k}{\lambda \cdot N} \quad \text{Superposition. } \Omega_s = \frac{A \cdot K_0/p}{1 + K_0/p} \Omega_c(p) - \frac{d/p}{1 + K_0/p} C_r(p)$$

Il vient :

$$A_1(p) = \frac{A \cdot K_0}{p + K_0} \quad D(p) = \frac{d}{p + K_0}$$

- c $A = 20 \text{ s}^{-1}$, il vient :

$$A_1(p) = \frac{20}{\frac{p}{20} + 1} \quad \text{et} \quad D(p) = \frac{1}{4 \cdot 10^9 \left(\frac{p}{20} + 1 \right)}$$

Question 15 Déterminer la fonction de transfert liant $\theta_s(p)$ à $\theta_c(p)$ et $C_r(p)$.

$$\begin{aligned} \theta_s &= \frac{A_1 \cdot \frac{1}{p}}{1 + \frac{A_1 \cdot 1}{p}} \theta_c(p) - \frac{\frac{1}{p} D(p)}{1 + \frac{A_1 \cdot 1}{p}} C_r(p) \\ &= \frac{AK_0}{p(p + K_0) + AK_0} \theta_c(p) - \frac{d}{p(p + K_0) + AK_0} C_r(p) \end{aligned}$$

Question 16 On se place dans le cas où l'antenne vise un satellite fixe ($\theta_c(t) = \theta_0$) sous un vent violent ($v_0 = 20 \text{ m/s}$). Déterminer l'erreur de visée ε_v sous ces conditions. Conclure. $\theta_c(t) = \theta_0$:

$$\theta_c(p) = \frac{\theta_0}{p} \quad C_r(p) = \frac{\Gamma_0}{p}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon(p) &= \theta_c(p) - \theta_s(p) \\ &= \theta_c(p) \left[1 - \frac{AK_0}{p(p + K_0) + AK_0} \right] + \frac{d}{p(p + K_0) + AK_0} \cdot C_r(p). \end{aligned}$$

Le système est stable, nous pouvons appliquer le TVF.

$$\begin{aligned} \varepsilon_v &= \lim_{p \rightarrow 0} (p \cdot \theta_c(p) - \theta_s(p)) \\ &= \lim_{p \rightarrow 0} \left(p \frac{\theta_0}{p} \left[1 - \frac{AK_0}{p(p + K_0) + AK_0} \right] + \frac{d}{p(p + K_0) + AK_0} \cdot \frac{\Gamma_0}{p} p \right). \end{aligned}$$

Remarque : le premier terme tend vers 0. (Ouf, c'est ce que nous avons trouvé : système précis pour une entrée sans perturbation). Le second terme lié à la perturbation donne :

$$\varepsilon_v = \frac{d \cdot \Gamma_0}{AK_0} \quad \text{AN : } \varepsilon_v = \frac{5 \cdot 10^{-9}}{400} 3,1 \cdot 10^5 = 3,8 \cdot 10^{-6} \text{ rad}$$

Conclusion : c'est pas beaucoup... Dérive angulaire non nulle mais très faible (car d petit)

Question 17 On se place dans le cas où l'antenne vise un satellite mobile ($\theta_c(t) = c \cdot t$) sous un vent violent ($v_0 = 20$ m/s). Déterminer l'erreur de visée ε_t sous ces conditions. Conclure. $\theta_c(t) = c \cdot t \Rightarrow \theta_c(p) = \frac{c}{p^2}$

Le calcul est donc le même mais cette fois-ci avec une consigne rampe, et une perturbation constante.

$$\begin{aligned} \varepsilon(p) &= \theta_c(p) - \theta_S(p) \\ &= \theta_c(p) \left[1 - \frac{AK_0}{\rho(p + K_0) + AK_0} \right] + \frac{d}{p(p + K_0) + AK_0} \cdot C_r(p). \end{aligned}$$

Le système est stable, nous pouvons appliquer le TVF.

$$\begin{aligned} \varepsilon_t &= \lim_{p \rightarrow 0} (p \cdot (\theta_c(p) - \theta_S(p))) \\ &= \lim_{p \rightarrow 0} \left(p \frac{c}{p^2} \left[1 - \frac{AK_0}{\rho(p + K_0) + AK_0} \right] + \frac{d}{p(p + K_0) + AK_0} \cdot \frac{\Gamma_0}{p} \right). \end{aligned}$$

Erreur de trainage due à la consigne rampe vue auparavant (Q8) : $\frac{c}{A}$. À laquelle il faut rajouter l'erreur de la perturbation calculée question précédente $\frac{d}{A \cdot K_0} \Gamma_0$.

$$\left[\varepsilon_t = \frac{c}{A} + \frac{d}{AK_0} \Gamma_0 \right] \quad \text{AN : } \varepsilon_t = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{20} + 3,8 \cdot 10^{-6} = 1,03 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$$

Conclusion : l'erreur de trainage est prépondérante sur l'erreur due à une perturbation constante. Peut être que cette hypothèse (perturbation constante) est un peu forte.

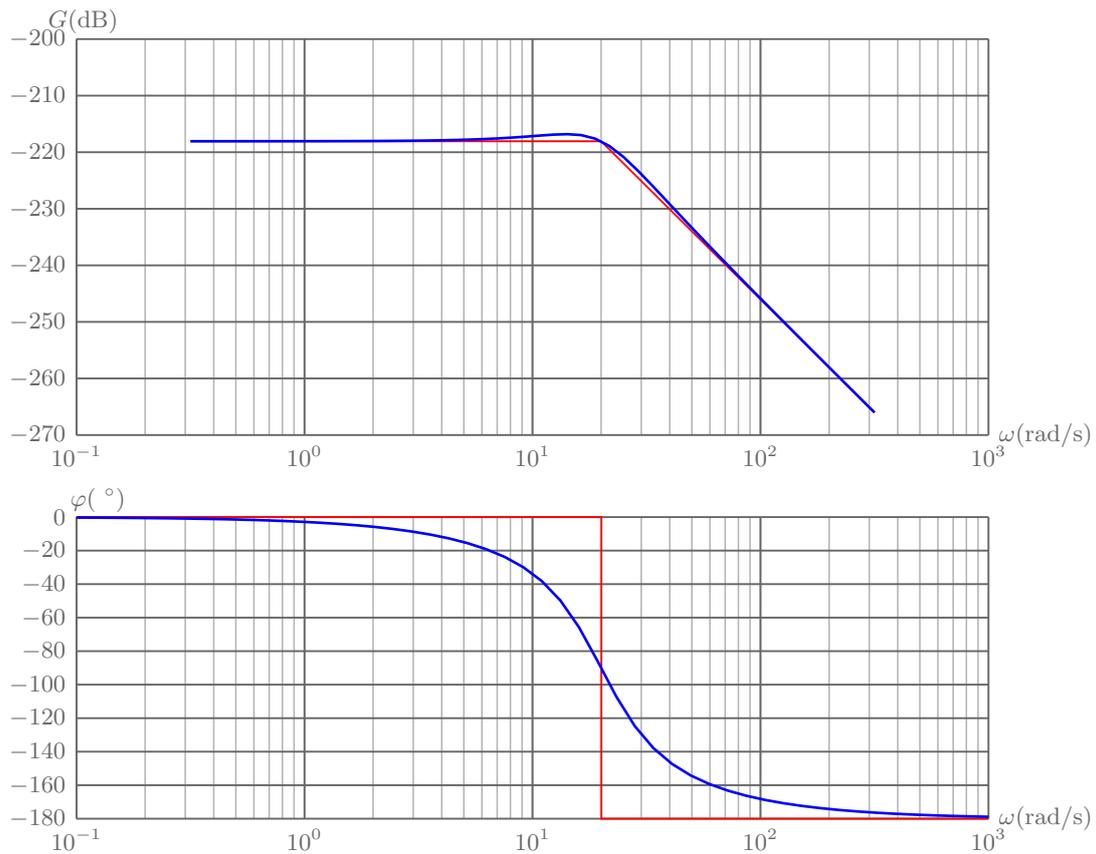
On se place maintenant dans le cas d'un vent en rafale de 15 à 20 m/s avec une fréquence $f_v = 0.2$ Hz, l'antenne étant dans sa position initiale ($\theta_c(t) = 0$).

Pour étudier cette réponse temporelle, nous devons étudier la fonction de transfert $G(p) = \frac{\theta(p)}{C_r(p)}$ pour une entrée de consigne $\theta_c(p) = 0$.

Question 18 Tracer les diagrammes de Bode de $G(p)$.

On se place à la fréquence de fonctionnement $f_v : \omega_v = 1,25 \text{ rad} \cdot 5^{-1}$ Il suffit de relever les valeurs sur le diagramme.

$$\begin{aligned} G(p) &= \frac{\theta_s(p)}{C_r(p)} = \frac{d}{p(p + K_0) + AK_0} = \frac{d/AK_0}{\frac{p^2}{AK_0} + \frac{p}{A} + 1} \quad \left(\begin{array}{l} A = 20 \text{ s}^{-1} \\ K_0 = 20 \text{ s}^{-1} \end{array} \right) \\ &= \frac{5 \cdot 10^{-9}}{400} \left(\begin{array}{l} \omega_0 = 20 \text{ s}^{-1} \\ \xi = 0,5 \\ k = 1,25 \cdot 10^{-11} \end{array} \right) \end{aligned}$$



Question 19 Réponse à la perturbation sinusoïdale

- Déterminer à partir des diagrammes, le module et l'argument de $G(p)$ pour la pulsation correspondant à f_v .
- En déduire l'équation de $\theta_s(t)$ en régime permanent.
- Quel pourrait être le risque avec un tel vent ?

Le vent oscille de 15 à 20 km/h sinusoïdalement soit : $Cr(t) = \frac{310000 + 175000}{2} \sin(1,25 \cdot t)$

$$a \left(\begin{array}{l} \varphi = -5^\circ \\ GdB = -218dB \end{array} \right.$$

$$b \theta_s(t) = \frac{310000 + 175000}{2} \cdot 10^{-\frac{218}{60}} \cdot \sin\left(\omega_v \cdot t - 5 \cdot \frac{2\pi}{360}\right)$$

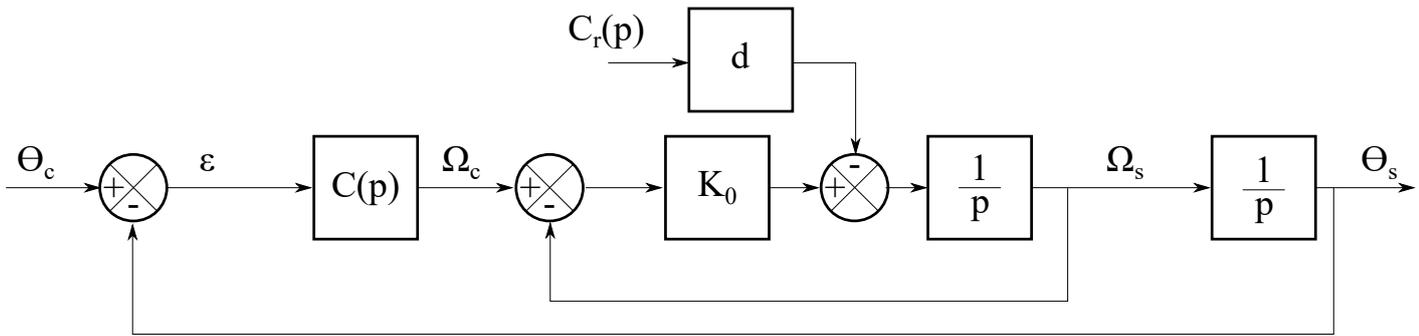
$$\theta_s(t) \sim 2,5 \cdot 10^{-6} \cdot \sin(\omega_v \cdot t - \pi/36)$$

- Ici : d est très faible donc le signal est fortement atténué. Mais si d augmente (moins de masse au de réduction) et si on excite proche de la pulsation de résonance (rappel ici que $\xi < 0.7...$) on peut endommager le Système. Il faut donc corriger le système : on voudrait être plus précis et rejeter les perturbations.

2.6 Correction de l'asservissement en position

On constate qu'il est nécessaire de corriger le fonctionnement du système afin d'être plus précis et d'être robuste aux perturbations. On ajoute dans la boucle de position un correcteur $C(p)$.

$$C(p) = \frac{k_a}{p} \left(1 + \frac{p}{\omega_1} \right)$$



Dans un premier temps, nous supposons $c_r(t) = 0$.

Question 20 Montrer que la fonction de transfert en boucle ouverte est de la forme :

$$T(p) = \frac{\theta_s(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{K' \cdot (p + a)}{p^2 \cdot (p + b)}$$

$$\begin{aligned} C(p) &= \frac{k_a}{p} \left(1 + \frac{p}{\omega_1} \right) \\ \text{FTBO}(p) &= \frac{K_0}{p + K_0} \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{k_a}{p} \left(1 + \frac{p}{\omega_1} \right) \\ &= \frac{1}{p^2} \cdot \frac{K_0 \cdot k_a}{\omega_1} \left(\frac{\omega_1 + p}{p + K_0} \right) \\ &= \frac{k'}{p^2} \left(\frac{p + a}{p + b} \right) \end{aligned}$$

$$\text{Avec : } k' = \frac{K_0 \cdot k_a}{\omega_1}, a = \omega_1 \text{ et } b = K_0$$

Question 21 Justifier que pour $\omega_1 = K_0$, le système est juste instable.

On se place en $\omega_1 = K_0$

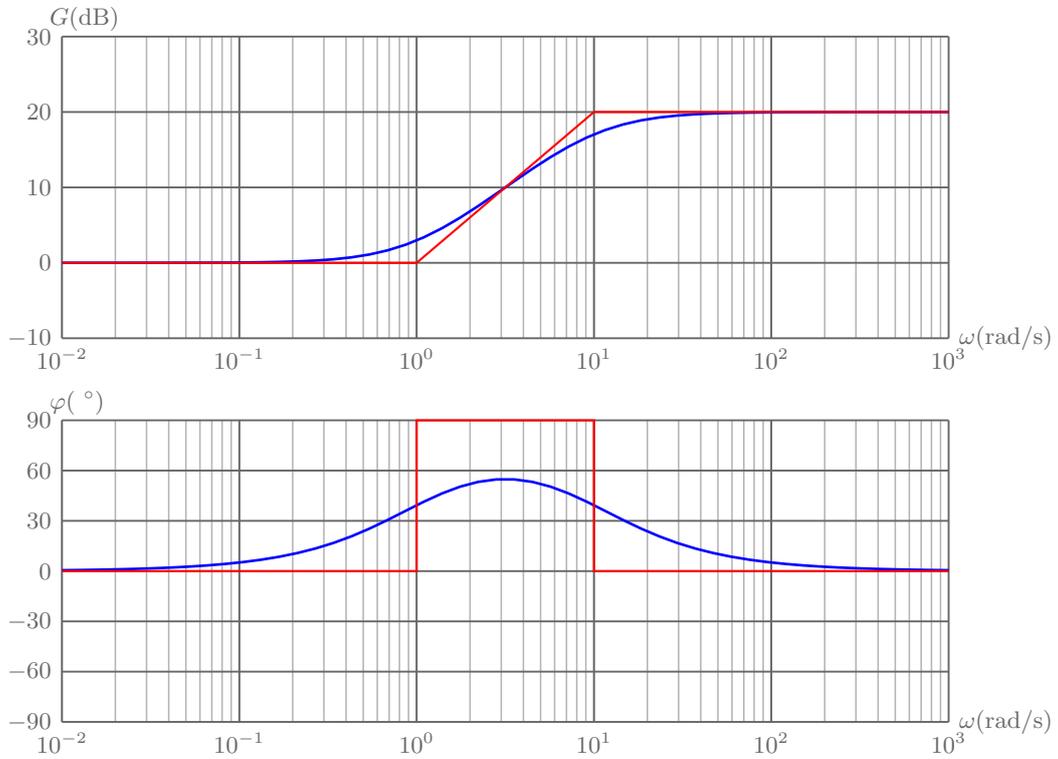
$$\text{FTBO}(p) = \frac{k_a}{p^2}$$

En Boucle ouverte une double intégration signifie une phase égale à -180° soit une Instabilité \Rightarrow quasi obligatoire ($M_\varphi = 0^\circ$)

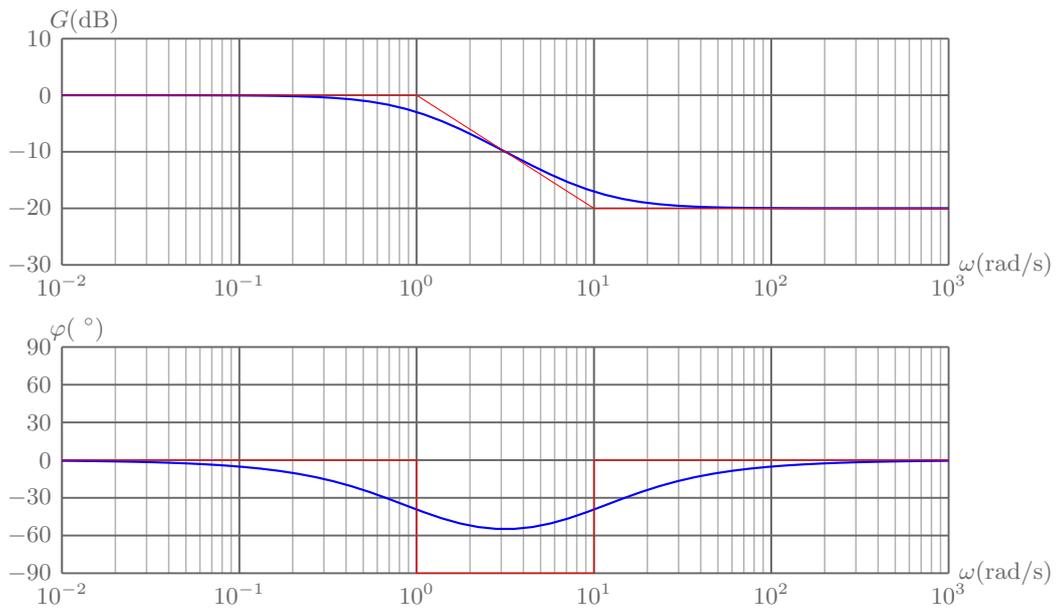
Question 22 Tracer l'allure des diagrammes asymptotiques de Bode de $\frac{p+a}{p+b}$ dans les deux cas suivants :

- $a > b$ (prendre $a = 10 \cdot b$)
- $a < b$ (prendre $b = 10 \cdot a$)

a < b :



a > b :



Question 23 En déduire la condition de stabilité sur ω_1 ($k_a > 0$).

Notre but : rehausser la phase : si $a > b$ alors notre phase en FTBO sera toujours $\leq -180^\circ$ et donc le système est **toujours instable**. Du coup $\left(\begin{array}{l} a = \omega_1 \\ b = K_0 \end{array} \right.$ Il nous faut $\omega_1 < K_0$

Question 24

a Tracer les diagrammes de Bode de $T(p)$ avec $k_a = 1, K_0 = 20 \text{ rad/s}$ et $\omega_1 = 2.5 \text{ rad/s}$.

b Préciser les marges de gain et de phase pour $k_a = 1$. Pour quelle valeur de k_a la marge de gain est-elle maximale ?

Avec :

$$k_a = 1$$

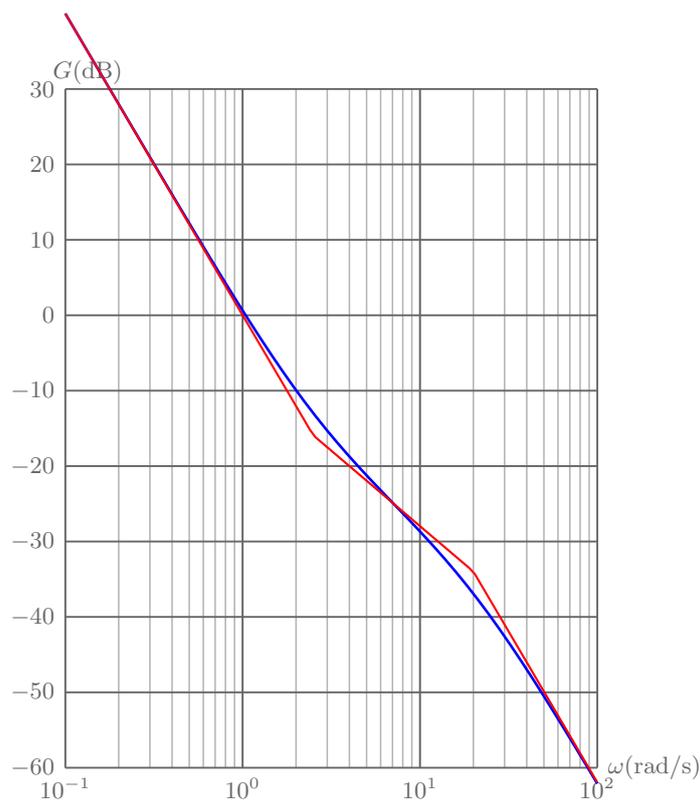
$$K_0 = 20 \text{ s}^{-1}$$

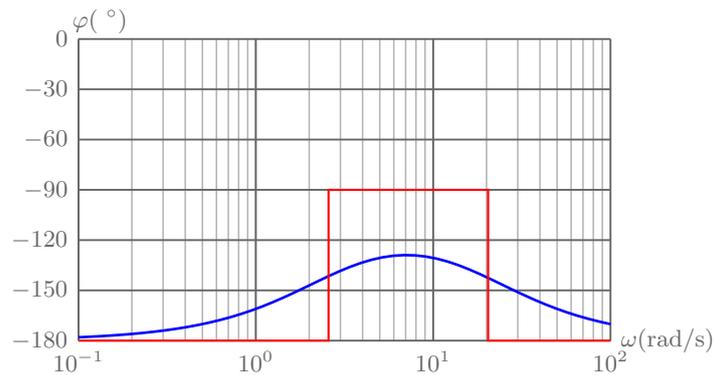
$$\omega_1 = 2,5 \text{ rad/s}$$

On a :

$$T(p) = \frac{1}{p^2} \cdot \frac{1 + \frac{p}{2,5}}{1 + \frac{p}{20}}$$

Soient les diagrammes de Bode suivant :





$k_a = 1$: Nous lisons directement : la Marge de Gain est infinie (ou non définie) car nous n'atteignons pas -180° . La Marge de Phase $M_\varphi \simeq 20^\circ$

Augmente k_a revient à décaler ω_{c0-dB} vers la "droite", vers les hautes fréquences : Par exemple en prenant : $K_a \sim 10$, c'est à dire remonter la courbe de gain de 10 dB, on se trouve au maximum de la phase : $M_\varphi \simeq 50^\circ$

Question 25 On considère maintenant que $c_r(t) \neq 0$

- On se place dans le cas où l'antenne vise un satellite fixe ($\theta_c(t) = \theta_0$) sous un vent violent ($v_0 = 20$ m/s). Déterminer l'erreur de visée $\varepsilon(t) = \theta_0 - \theta_s(t)$ sous ces conditions.
- On se place dans le cas où l'antenne vise un satellite mobile ($\theta_c(t) = c \cdot t$) sous un vent violent ($v_0 = 20$ m/s). Déterminer l'erreur de visée $\varepsilon(t) = \theta_c(t) - \theta_s(t)$ sous ces conditions.

Rque : étant à retour unitaire, ici écart et erreur se confondent... L'écart $\varepsilon(p)$ s'écrit :

$$\varepsilon(p) = \frac{1}{1 + \text{FTBO}(p)} \theta_c(p) - \frac{D/p}{1 + \text{FTBO}(p)} C_r(p)$$

a) Avec $\theta_c(p) = \frac{c}{p^2}$ et $C_r(p) = \frac{\Gamma_0}{p}$

$$\varepsilon_i = \lim_{p \rightarrow 0} \left(\frac{1}{1 + \frac{k'}{p^2} \left(\frac{p, w_1}{p + K_0} \right)} \cdot \frac{c}{p^2} \cdot p - \frac{d}{p(p + K_0)} \cdot \frac{1}{1 + \frac{k'}{p^2} \left(\frac{p + \omega_1}{p + K_0} \right)} \frac{\Gamma_0}{p} \cdot p \right)$$

$$\varepsilon_i = 0$$

Rque : Nous pouvons le dire directement : la FTBO est de classe 2, et il y a une intégration en amont de la perturbation. b) Avec $\theta_c(p) = \frac{\theta_0}{p}$ et $C_r(p) = \frac{\Gamma_0}{p^2}$

$$\varepsilon_t = \lim_{p \rightarrow 0} \left(\frac{1}{1 + \frac{k'}{p^2} \left(\frac{p, w_1}{p + K_0} \right)} \cdot \frac{c}{p^2} \cdot p - \frac{d}{p(p + K_0)} \cdot \frac{1}{1 + \frac{k'}{p^2} \left(\frac{p + \omega_1}{p + K_0} \right)} \frac{\Gamma_0}{p} \cdot p \right)$$

$$\varepsilon_t = 0$$

Même remarque sur le tableau des écarts.

Question 26 Conclure quant aux performances de l'antenne sur l'ensemble de l'étude menée.

Le système est correctement corrigé. Il serait pertinent de faire son étude sous l'effet d'une perturbation non constante...

Sinusoidale peut être ?

