TP - Spectrogoniomètre à prisme

***Matériel** : Goniomètre, lampes à vapeur de Mercure et de Sodium avec alimentations et support élévateur, prisme en verre, ordinateur avec winpython, notebook « Notebook_TP_Prisme » sur le site de la classe.*
Polycopié « Réglage du goniomètre »

<u>Objectifs du TP :</u>

Apprendre à régler la lunette et le collimateur. Apprendre à mesurer des angles à la minute près à l'aide d'un goniomètre.

Etudier la dispersion par un prisme et mettre en œuvre la méthode du minimum de déviation.

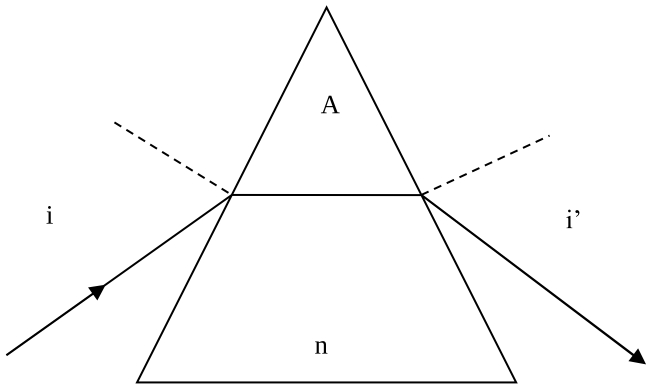
Procéder à l'évaluation d'une incertitude-type par une approche statistique (évaluation de type A).

Mettre en œuvre une régression linéaire.

Charger le fichier « Notebook_TP_Prisme et vérifier que l'imprimante de la salle D121 est visible sur votre ordinateur pour l'imprimer. Si c'est le cas le Notebook complété par des commentaires et un bilan pourra servir de compte rendu.

I. Travail préparatoire sur le prisme :

Lire et comprendre l'étude théorique du prisme faite en annexe de ce texte de TP.
Revoir la méthode d'autocollimation dans le cours d'optique de MPSI.



On étudie la dispersion de la lumière par un prisme en verre d'indice n et d'angle au sommet A.

On peut montrer (voir annexe) que la lumière ne ressort du prisme que si le rayon incident arrive du côté de la base du prisme avec un angle d'incidence supérieur à i_0 = Arcsin {n.sin[A - Arcsin(1/n)]}.

On peut aussi montrer (voir annexe) que l'angle de déviation D = i'-i passe, lorsque i varie, par un minimum D_m vérifiant la relation :

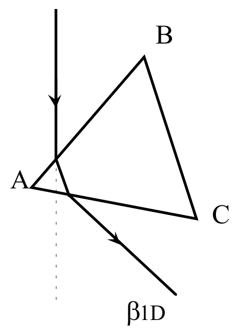
$$\boxed{n = \frac{\sin(\frac{A+D_m}{2})}{\sin(A/2)}} \quad (1)$$

II. Réglage du goniomètre

Procéder au réglage de la lunette, du collimateur et de sa fente comme expliqué dans le polycopié « Réglage du goniomètre ».

III. Mesure d'un minimum de déviation :

1) Mesure :

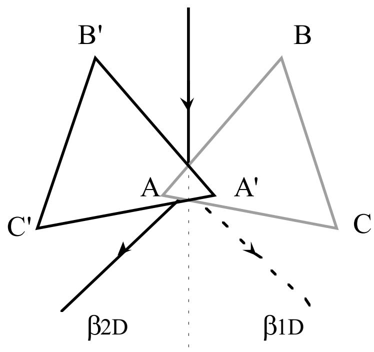


Il est impératif d'utiliser ici une lumière monochromatique, par exemple le doublet jaune de la lampe à vapeur de sodium.
Placer le prisme de telle manière que l'angle d'incidence i de la lumière soit très grand (60-70°) donc le faisceau incident doit arriver du côté de la base du prime (voir figure ci-contre et de l'annexe). Observer le faisceau réfracté avec la lunette. Si vous ne voyez pas de faisceau réfracté c'est que votre angle i est trop faible.
Viser la raie jaune du doublet D du sodium.

Faire tourner très lentement la platine porte-prisme, tout en suivant à la lunette le déplacement de l'image de la fente à travers le prisme : l'image se déplace dans un sens, puis rétrograde, bien que le prisme continue à tourner dans le même sens : la déviation pour laquelle on observe l'inversion de sens est la déviation minimale.
Fixer la platine dans cette position et pointer la position de l'image jaune, au minimum de déviation, à droite, le bord de la fente coïncidant avec le fil vertical du réticule (le réglage s'effectue d'abord à la main, puis s'affine à la vis micrométrique).
Mesurer précisément à la minute près en utilisant le vernier (voir poly « Réglage du goniomètre ») la position β_{1D} correspondante. L'incertitude de lecture de l'ordre de la minute d'angle est bien plus faible que l'incertitude de « réglage » lié à chaque expérimentateur. Pour évaluer l'incertitude, il faut ici réaliser plusieurs fois (minimum 4, 2 par élève) la mesure afin d'évaluer une incertitude de type A.

Faire tourner la platine pour que le prisme prenne une position A'B'C' sensiblement symétrique de la position ABC.
Recommencer les mêmes opérations et les mêmes mesures que précédemment.
En déduire plusieurs mesures de la position β_{2D} correspondant à la raie jaune, au minimum de déviation, à gauche.

On peut voir sur la figure ci-contre que $D_m(\lambda_D) = (\beta_{1D} - \beta_{2D})/2$.



Ouvrir le Jupiter Notebook « Notebook-TP-Prime » que vous trouverez sur le site de la classe à la rubrique Physique/TP. Le sauver dans votre espace de travail. Le compléter pour évaluer D_m et l'incertitude-type sur cette mesure.

2) <u>Application à la mesure de l'indice du prisme</u> :

Sachant que l'angle du prisme étudié est A = 60°, déduire de la mesure précédente l'indice n du verre dans lequel il est taillé pour cette longueur d'onde et l'incertitude-type sur cette mesure.

IV. <u>Vérification de la loi de Cauchy :</u> $n(\lambda) = a + \dfrac{b}{\lambda^2}$

Remplacer la lampe à vapeurs de sodium par une lampe à vapeurs de mercure.
Mesurer D_m et évaluer son incertitude pour différentes longueurs d'onde.
On donne les principales raies émises par la lampe à vapeur de mercure (les plus lumineuses sont celles qui sont soulignées) :

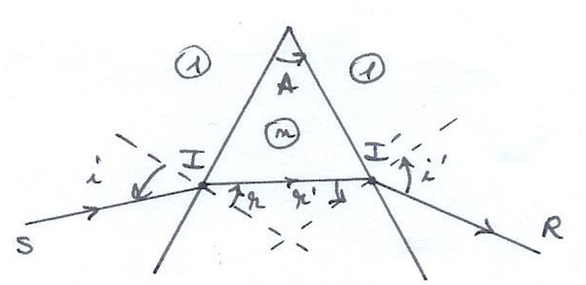
λ (nm)	690.7	623.4	<u>579.0</u>;<u>576.9</u>	<u>546.1</u>	496.0;<u>491.6</u>	<u>435.8</u>;434.7;433.9	<u>407.8</u>;<u>404.7</u>
couleur	rouge	orangé	jaune	vert	bleu	indigo	violet

Utiliser le Jupiter Notebook pour vérifier de la loi de Cauchy $n(\lambda) = a + \dfrac{b}{\lambda^2}$ par une régression linéaire avec tracé des écarts normalisés.
Retenir les méthodes (évaluation d'une incertitude de type A, tracé d'une régression linéaire, tracé des barres d'incertitude, calcul des écarts normalisés, critères de vérification d'une loi) et les instructions np.polyfit, np.polyval, plt.errorbar (CE)

Conclure sur la vérification de la loi de Cauchy.
Critère : la loi est validée si les écarts normalisés sont tous inférieurs à 2 ou si la droite de régression passe à l'intérieur de toutes les barres d'incertitude de demi-largeur 2u(n).

Rédiger un bilan de ce TP et imprimer le Notebook en deux pages par feuille.

Annexe du TP « Spectrogoniomètre à prisme »
Etude théorique du prisme



On considère un prisme d'angle A et d'indice n plongé dans l'air d'indice 1.
Les angles sont orientés comme sur la figure. On appelle déviation du prisme l'angle D que font les prolongements des rayons incidents SI et émergent I'R.

1) Formules du prisme :

a) Loi de Descartes en I : $\sin(i) = n.\sin(r)$
b) Loi de Descartes en I' : $n.\sin(r') = \sin(i')$
c) Relation entre A,r et r' : $A = r+r'$
d) Relation entre D, i, i' et A : $D = i+i'-A$

2) **Tableau de variations :**

i	$-\pi/2$	0	i_0		$+\pi/2$
r	$-\arcsin(1/n)$	0	$A-\arcsin(1/n)$		$\arcsin(1/n)$
r'	$A+\arcsin(1/n)$.	A	$\arcsin(1/n)$		$A-\arcsin(1/n)$
i'	I'R n'existe pas .	I'R n'existe pas	$\pi/2$		i_0
D			$i_0 + \pi/2 - A$	D_m	$i_0 + \pi/2 - A$

Pour que le rayon réfracté I'R existe il faut que l'angle i_0 existe.
Or par la relation (a) $\sin(i_0) = n.\sin[\,A - \mathrm{Arcsin}(1/n)\,]$.
D'où la condition : $A \le 2.\mathrm{Arcsin}(1/n)$.

3) Minimum de déviation :

On dérive les relations du (1) en supposant que tous les angles sont fonction de i:

a. $\cos(i) = n.\cos(r).dr/di$
b. $\cos(i').di'/di = n.\cos(r').dr'/di$
c. $0 = dr/di + dr'/di$
d. $dD/di = 1 + di'/di$

D est extrémum si $dD/di = 0$ ce qui donne par les relations précédentes : $\cos(r').\cos(i) = \cos(r).\cos(i')$.
On élève cette relation au carré, on remplace les $\cos^2$ par $1-\sin^2$, puis on exprime $\sin(r)$ et $\sin(r')$ en fonction de i et i' par les relations (a) et (b). Après simplification on obtient : $i = \pm i'$
Si $i < 0$, i' n'existe pas. Et si i' existe $i' \ge i_0 \ge 0$. Donc $i = i' = i_m$.

Alors, par les relations du (1) : (d) $i_m = \dfrac{A+Dm}{2}$ (c) $r_m = \dfrac{A}{2}$ (a) $\sin(\dfrac{A+D_m}{2}) = n.\sin(A/2)$

D'où $$\boxed{n = \dfrac{\sin(\dfrac{A+D_m}{2})}{\sin(A/2)}}$$