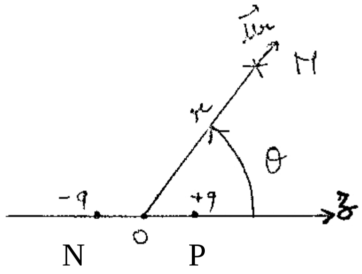
CH EM 3 - Dipôle électrostatique et dipôle magnétique

I. Dipôle électrostatique

1) Définition :



CE : Exprimer le moment dipolaire d'un doublet de charges.
Expliciter l'approximation dipolaire.

Doublet de charges :
On appelle doublet de charges un ensemble de deux charges de somme nulle :
Charge –q placée en N et charge +q placée en P avec q > 0.
On se place en coordonnées sphériques (ou polaires) de centre O et d'axe (Oz)=(NP). On note a = NP

On définit son **moment dipolaire (électrique)** par

Approximation dipolaire :
C'est la condition avec O le milieu de [NP] et M le point d'observation.
La distance d'observation est grande devant les dimensions du doublet.

Dipôle électrostatique :
Un dipôle électrique est donc un doublet de charges dans l'approximation dipolaire.

CE : Évaluer des ordres de grandeur dans le domaine microscopique.
Exemple de la molécule H-F : du fait de la grande différence d'électronégativité entre H et F, on considèrera que la liaison H-F peut être modélisée par une charge positive placée sur H et une charge négative placée sur F. On donne la distance entre les noyaux HF=$0,92.10^{-10}$m. En déduire un ordre de grandeur du moment dipolaire de cette molécule.

Ordre de grandeur des moments dipolaires des molécules : le Debye (D), 1D=$1/3.10^{-29}$C.m

2) Potentiel créé à grande distance :

(CE) Établir et exploiter les expressions du champ et du potentiel créés par un doublet de charges dans l'approximation dipolaire

Le potentiel créé en M par le doublet des deux charges –q en N et +q en P est : V(M) =

Le calcul du potentiel à grande distance se fait par un développement limité en a/r :

On sait établir et on retient l'expression du **potentiel à grande distance** $\boxed{V(M) = \dfrac{\vec{p} \bullet \vec{u}_r}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$ =

Rem : il décroit en 1/r² alors que le potentiel créé par une charge ponctuelle décroit en 1/r.

3) Champ créé à grande distance :

$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}(V)$ avec l'expression du gradient en coordonnées sphériques $gr\vec{a}d(V) = \left| \begin{array}{l} \dfrac{\partial .V}{\partial .r} \\ \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial .V}{\partial .\theta} \\ \dfrac{1}{r.\sin\theta}\dfrac{\partial .V}{\partial .\varphi} \end{array} \right.$

On sait établir et on retient le champ à grande distance :

$$\boxed{\vec{\mathrm{E}} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{E_r} = \dfrac{2p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \\ \boldsymbol{E_\theta} = \dfrac{p\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \\ \boldsymbol{E_\varphi} = \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad \text{ou} \quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^3}[3(\vec{p}.\vec{e}_r)\vec{e}_r - \vec{p}]}$$

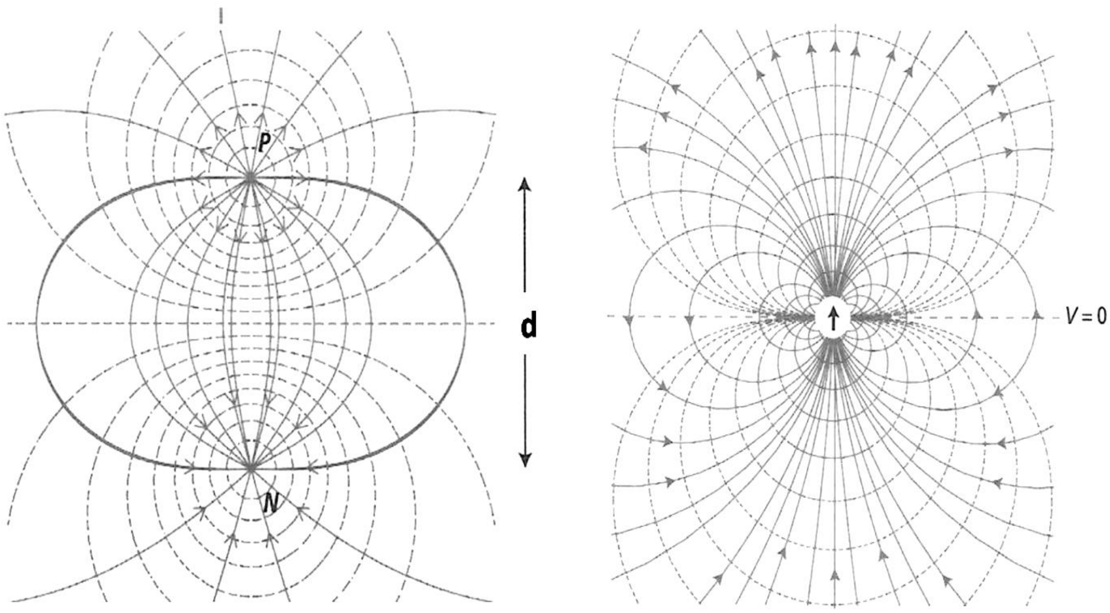
Rem : Ce champ décroit en 1/r³ alors que le champ créé par une charge ponctuelle décroit en 1/r²
Rem : Ce champ est compatible avec les propriétés de symétrie du dipôle :

4) Lignes de champ et surfaces équipotentielles

Equation des surfaces équipotentielles : V(r,θ)=cte $\Rightarrow$

Une ligne de champ est une ligne tangente en chacun de ses points au vecteur champ.

CE : Représenter l'allure des lignes de champ et des surfaces équipotentielles d'un dipôle électrostatique.



------ surfaces équipotentielles
____ lignes de champ

a

(a) au voisinage du doublet
(b) loin du doublet dans l'approximation dipolaire

b

5) Action d'un champ extérieur sur un dipôle rigide

a) Dans un champ uniforme (pour un doublet ou un dipôle)

CE : Établir et exploiter les expressions des actions mécaniques subies par un doublet de charges dans un champ électrostatique extérieur uniforme. Citer et exploiter l'expression de l'énergie potentielle d'interaction.
CE : Expliquer qualitativement le comportement d'un dipôle placé dans un champ électrostatique extérieur.

- **Résultante des forces :** la résultante des forces est nulle $\boxed{\vec{F} = \vec{0}}$

Démo :

- **Moment des forces :** $\boxed{\vec{\Gamma} = \vec{p} \wedge \vec{E}_{ext}}$

Démo :

Rem : Puisque la force est nulle, c'est un couple indépendant du point où on le calcule.

- **Energie potentielle :** $\boxed{E_p = -\vec{p} \cdot \overrightarrow{E_{ext}}}$

Hyp : On suppose le dipôle déjà constitué et rigide, pas de variation de l'E_p d'interaction entre les charges. On étudie ici les dipôles permanents, pas les dipôles induits.

Démo :

- **Positions d'équilibre :**

Par la loi 2ième loi de Newton,

Par le théorème du moment cinétique en O appliqué au dipôle,

L'effet du moment est

Il y a deux positions d'équilibre possibles :

Stabilité : On peut regarder comment évolue le doublet si on l'écarte légèrement de sa position d'équilibre :

On peut aussi raisonner sur l'énergie potentielle:

La position d'équilibre stable correspond

b) Dans un champ non uniforme (pour un dipôle seulement)

i) Généralisation du moment et de l'énergie potentielle :

Les expressions restent valables dans l'approximation dipolaire (les dimensions du dipôle sont supposées petites devant la distance caractéristique de variations du champ électrique donc le champ extérieur est supposé uniforme à l'échelle du dipôle).
On prend le champ extérieur ressenti au centre O du dipôle.

ii) Résultante des forces non nulle :

CE : Exploiter l'expression fournie de la force subie par un dipôle placé dans un champ électrostatique extérieur non uniforme.

Si $\vec{p}$ est rigide $\vec{F}=\overrightarrow{grad}(\vec{p}.\vec{E})=$

ou $\vec{F}=(\vec{p}.\overrightarrow{grad})(\vec{E})$ =

C'est la même expression car en électrostatique $\overrightarrow{rot}(\vec{E}) = \vec{0}$ *avec* $r\vec{o}t(\vec{E}) = \begin{vmatrix} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \end{vmatrix}$

Cas où $\vec{E}=E(z)\overrightarrow{u_z}$ avec E(z)>0 et E croissante :

iii) Effets de ces actions :

CE : Expliquer qualitativement le comportement d'un dipôle placé dans un champ électrostatique extérieur.

L'effet le plus important est

Une fois que le dipôle est orienté,

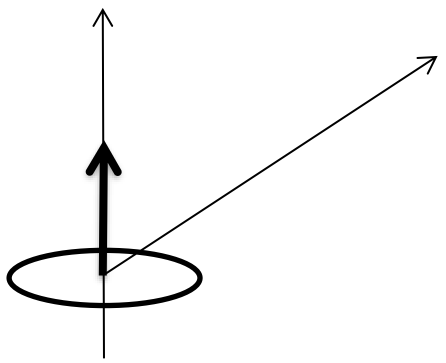
II. Dipôle magnétique

1) Définition

CE : Exprimer le moment magnétique d'une boucle de courant plane. Expliciter l'approximation dipolaire.

a) Rappel : Moment magnétique d'une boucle de courant plane

Def : On appelle moment magnétique d'une boucle de courant plane parcourue par un courant I le vecteur $\boxed{\overrightarrow{m} =\qquad}$
où S la surface de la spire orientée par le sens positif du courant I.



b) Définition d'un dipôle magnétique :

On appelle dipôle magnétique un circuit filiforme de forme quelconque mais de dimensions petites vis-à-vis des distances d'où on le regarde ou d'où on agit sur lui.

c) Ordres de grandeur :

CE : Évaluer des ordres de grandeur dans les domaines macroscopique et microscopique.

Moment magnétique d'un atome :
Démo : Modèle classique (modèle planétaire) de l'atome d'hydrogène

Boucle de courant d'intensité I =

Moment magnétique associé :

Moment cinétique de l'électron :

Relation entre les deux : $\overrightarrow{m} = \gamma\overrightarrow{L_0}$ avec γ = le rapport gyromagnétique de l'électron

Or par la théorie quantique le moment cinétique atomique est quantifié : $L_0 \approx \hbar = \frac{h}{2\pi}$ avec h la constante de Planck

D'où

L'ordre de grandeur du moment magnétique d'un atome est le magnéton de Bohr $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m} = 9.10^{-24}$A.m^2

Pour un aimant :
Son moment magnétique est dû aux moments magnétiques de tous ses atomes et il est maximal s'ils sont tous dans la même direction et le même sens. Donc son aimantation (moment magnétique volumique) maximale est $M_{max} = n\mu_B$ avec n le nombre d'atomes par unité de volume.
Dans un solide $n \approx 10^{29}$ atomes/m^3 donc $M_{max} \approx 10^6$A.m^{-1}

D'où le moment magnétique d'un aimant usuel ≈ 1 A.m^2 *(CE de Sup)*

Moment magnétique de la Terre 8.10^{22}A.m^2

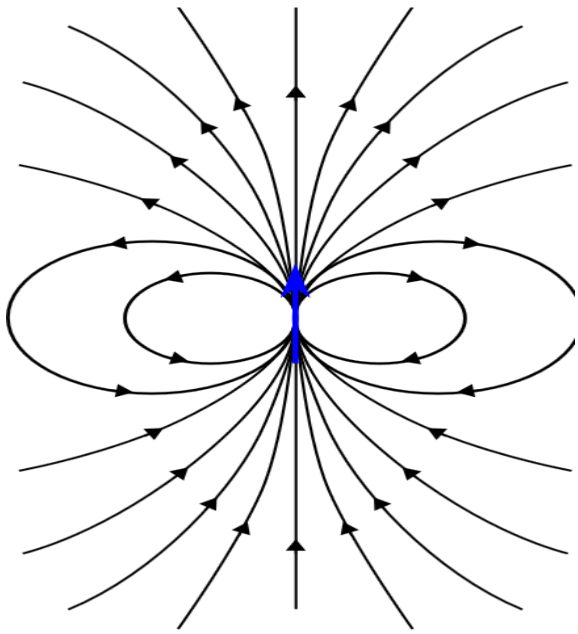
- *à retrouver à partir du champ magnétique terrestre (qui est une CE de MPSI) (voir ex 2 TD Dipôles)*
- *Retenir que le pôle Nord géographique est un pôle Sud magnétique (voir ex 2 TD Dipôles)*

2) Champ magnétique créé à grande distance

(CE) Exploiter l'expression fournie du champ créé par un dipôle magnétique.
Expression analogue au champ du dipôle électrostatique (admise)

$$\overrightarrow{\boldsymbol{B}} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{B_r} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2M\cos\theta}{r^3} \\ \boldsymbol{B_\theta} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{M\sin\theta}{r^3} \\ \boldsymbol{B_\varphi} = \boldsymbol{0} \end{pmatrix} \quad \text{ou} \quad \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3}\left[3(\vec{M}.\vec{e}_r)\vec{e}_r - \vec{M}\right]$$

3) Lignes de champ dipôlaire



CE : Représenter l'allure des lignes de champ d'un dipôle magnétique.

Rem : Ce sont les mêmes que celles du dipôle électrostatique

4) Actions subies par un dipôle magnétique passif dans un champ $\vec{B}$ extérieur

a) Rappel de MPSI : Action d'un champ extérieur uniforme sur un circuit filiforme fermé :

Force de Laplace sur un élément de longueur dl : $d\overrightarrow{F_L} =$

La force totale sur tout le circuit fermé est nulle $\overrightarrow{\boldsymbol{F_L}} = \vec{\boldsymbol{0}}$

Un circuit filiforme fermé de moment magnétique $\vec{m}$ placé dans un champ extérieur $\overrightarrow{B_{ext}}$ uniforme est soumis à un couple de moment $\overrightarrow{\Gamma_L} =$

Exemple d'une spire (ex 4 TD Dipôle)

b) Cas du dipôle magnétique : action d'un champ magnétique extérieur sur un dipôle magnétique passif

- **Moment exercé par un champ extérieur sur un dipôle magnétique**

$\overrightarrow{\Gamma_L} =$

Effet :

- **Energie potentielle d'interaction d'un dipôle et d'un champ magnétique permanent**

$E_p =$

La position d'équilibre stable est celle

- **Force exercée par un champ magnétique extérieur non uniforme sur un dipôle magnétique**

CE : Expliquer qualitativement le comportement d'un dipôle passif placé dans un champ magnétostatique extérieur. Exploiter les expressions fournies des actions mécaniques subies par un dipôle magnétique dans un champ magnétostatique extérieur uniforme. Exploiter l'expression fournie de la force subie par un dipôle magnétique dans un champ magnétostatique extérieur non uniforme. Citer et exploiter l'expression de l'énergie potentielle d'interaction.

Si le champ est uniforme la force de Laplace est nulle $\overrightarrow{\boldsymbol{F_L}} = \vec{\boldsymbol{0}}$

Si le champ n'est pas uniforme, il exerce sur le dipôle une force qui le déplace vers les régions de champ intense.
Expression donnée :

$\vec{F} = \overrightarrow{grad}(\vec{m}.\vec{B})$

ou $\vec{F} = (\vec{m}.\overrightarrow{grad})(\vec{B})$ si localement $\overrightarrow{rot}(\vec{B}) = \vec{0}$

Rem : les expressions des actions et les effets sont les mêmes qu'en électrostatique.