



CORRECTION DES S.L.C.I

TD

v1.1

Institution Sainte Marie - 2 Rue de l'Abbaye - 92160 Antony

Table des matières

1	Exercice 1 - Réglage d'un correcteur proportionnel intégral par compensation du pôle dominant	2
2	Exercice 2 - Asservissement en vitesse angulaire d'un moteur électrique	3
3	Exercice 3 - Centrale inertielle	7
4	Exercice 4 - Véhicule hybride Toyota Prius	16
5	Exercice 5 - Station spatiale	21

1 Exercice 1 - Réglage d'un correcteur proportionnel intégral par compensation du pôle dominant

Objectif

Le but est de régler par une correction proportionnelle intégrale la rapidité et les marges d'un système.

On étudie le système caractérisé par le schéma bloc suivant :

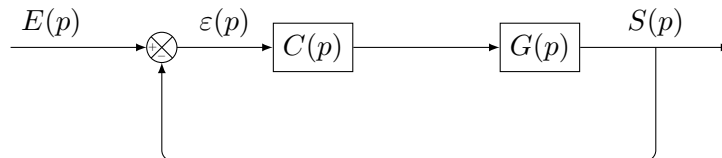


FIGURE 1 – Système à retour unitaire avec un correcteur.

avec $G(p) = \frac{20}{(1+0,2p)(1+0,8p)}$ et $C(p) = K \left(1 + \frac{1}{T_i p}\right)$ le correcteur proportionnel intégral.

On souhaite que le système ait une erreur statique nulle et les marges de stabilité suivantes : $M_\varphi \geq 45^\circ$ et $M_G \geq 10$ dB.

Question 1 Choisir T_i , pour compenser le pôle dominant de la FTBO. Justifier ce choix.

$$H(p) = \frac{20}{(1+0,2p)(1+0,8p)} \quad C(p) = K \left(1 + \frac{1}{T_i p}\right)$$

$T_i = 0,8$ s On veut éliminer le pôle le plus proche de l'axe des imaginaires.

Question 2 Vérifier qu'avec le correcteur choisi, l'écart statique de position est nul.

$$\text{FTBO}(p) = \frac{K}{T_i p} \cdot (1 + T_i p) \frac{20}{(1+0,2p)(1+0,8p)} \quad \text{Avec } T_i = 0,8 \text{ s}$$

$$\text{FTBO} = \frac{20 \cdot K}{0,8} \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{1}{1+0,2p}$$

FTBO de Classe 1 : $\varepsilon_i = 0$ d'après le tableau des écarts.

Question 3 Pour le correcteur choisi, calculer les valeurs K , permettant d'avoir les marges souhaitées.

On veut connaître la pulsation à laquelle la phase vaut -135° facile car 1^{er} Ordre $+\frac{1}{p}$:

$$\arg \text{FTBO} = -135^\circ \Leftrightarrow \omega = \frac{1}{0,2} = 5 \text{ rad/s}$$

On veut ensuite : $\omega_{\text{dB}} = 5 \text{ rad.s}^{-1}$

$$\Leftrightarrow \frac{20 \cdot K}{0,8} \cdot \frac{1}{\sqrt{5^2 + 5^2}} = 1 \Leftrightarrow K = 0,28$$

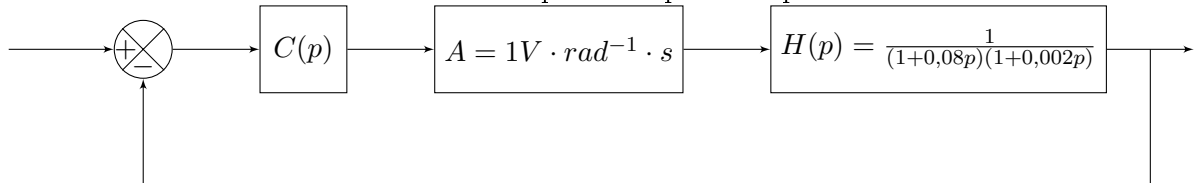
Rque avec Python on trouve pour cette valeur de K : $M_\varphi = 45,02^\circ$

On a $M_G \rightarrow +\infty$ car $\omega_{180} \rightarrow +\infty$.

Le cahier des charges fonctionnelles est vérifié.

2 Exercice 2 - Asservissement en vitesse angulaire d'un moteur électrique

L'asservissement de vitesse d'un moteur électrique est représenté par le schéma fonctionnel ci-



dessous :

Le gain A du hacheur est de $A = 1V \cdot \text{rad}^{-1} \cdot s$ La fonction de transfert du moteur est $H(p) = \frac{1}{(1+0,08p)(1+0,002p)}$ Le cahier des charges impose : - une erreur en régime permanent nulle, vis-à-vis d'une consigne en échelon ; - une marge de phase $M_\varphi \geq 45^\circ$.

Question 1 Calculer l'erreur en régime permanent du système non corrigé pour une consigne $\omega_{\text{ref}}(t) = \omega_0 \cdot u(t)$ avec $u(t)$, un échelon unitaire.

La FTBO du système non corrigé est de classe 0 . L'erreur en régime permanent vis-à-vis d'une consigne en échelon est finie et non nulle. Elle a pour expression : $e_r(+\infty) = \frac{\omega_0}{1+K_{BO}} = \frac{\omega_0}{1+1} \Rightarrow e_r(+\infty) = \frac{\omega_0}{2}$

Question 2 Calculer la marge de phase du système non corrigé.

On a, pour le système non corrigé : $H_{BO}(p) = \frac{1}{(1+0,08p)(1+0,002p)}$ Le gain statique de cette FTBO est égal à 1 , on a donc $\forall \omega, G_{dB-BO}(\omega) < 0\text{dB}$. La marge de phase n'est donc pas définie. Par ailleurs, l'ordre de cette FTBO est égal à 2, on a donc $\forall \omega, \varphi(\omega) > 180^\circ$. La marge de gain n'est donc pas définie.

Question 3 Conclure quant au respect des performances imposées par le cahier des charges.

Le système est donc suffisamment stable vis-à-vis des exigences du cahier des charges mais il n'est pas assez précis.

On utilise maintenant un correcteur $C(p) = K_p + \frac{K_i}{p}$

Question 4 Quelle est la nature de ce correcteur ? Que peut-on attendre comme amélioration en ce qui concerne le performances ?

Ce correcteur, de type proportionnel intégral, doit permettre d'annuler l'erreur en poursuite, tout en conservant une stabilité suffisante au regard des exigences du cahier des charges. Il peut être mis sous la forme : $C(p) = K_p \frac{1+T_i p}{T_i p}$ avec $T_i = \frac{K_p}{K_i}$

Question 5 Tracer le diagramme de Bode asymptotique de ce correcteur pour $K_p > 1$ et $K_i > 1$.

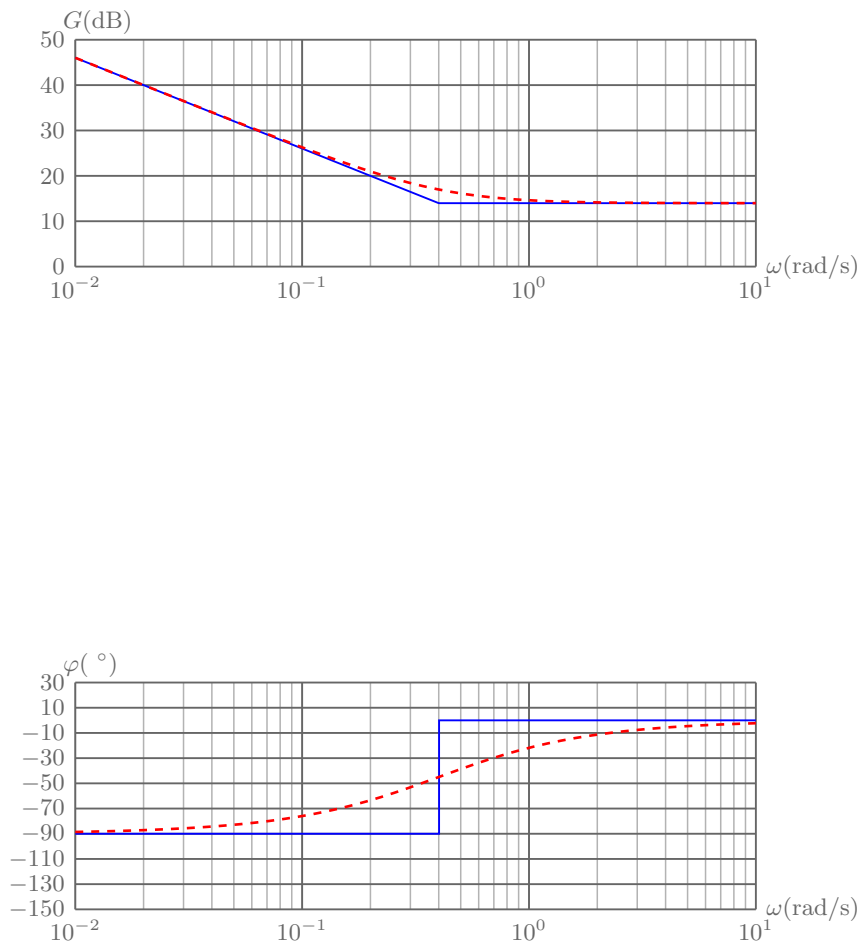


FIGURE 2 – Diagramme de Bode du correcteur P.I. avec $K_p = 5$ et $K_i = 2$

Le lieu de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée est donné ci-après.

Question 6 Déterminer les paramètres $K_p > 1$ et $K_i > 1$ du correcteur par la méthode du placement fréquentiel.

Avec cette méthode, le correcteur est réglé pour respecter une marge de phase imposée. Le choix du paramètre T_i est fait pour que l'influence de la correction intégrale soit limitée à la pulsation pour laquelle le gain de la FTBO du système corrigé vaut 0 dB .

On peut anticiper le déphasage d'environ -5° que crée la mise en place de l'effet intégral du correcteur au niveau de la pulsation $\omega_{\text{codB-corrigé}}$ du système corrigé uniquement avec l'effet proportionnel du correcteur.

Pour cela, il suffit, lors de la première étape du réglage, de choisir une valeur de K_p de façon à obtenir la marge de phase désirée $+5^\circ$. Dans notre cas, on aura alors :

Graphiquement :

Pour avoir la marge de phase imposée par le cahier des charges, on relève la pulsation pour laquelle le gain de la FTBO du système corrigé doit valoir 0dB : $\omega_{\text{codB-corrigé}} \approx 430 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

La mesure de la translation à effectuer au niveau de la courbe de gain pur obtenir cette valeur est

$\Delta_{dB} \approx 33$ dB.

On a alors : $K_p \approx 10^{\frac{33}{20}} \approx 44,6$ **Analytiquement :**

On cherche la valeur de $\omega_{\text{CoDB-corrige}}$, c'est-à-dire la valeur de la pulsation qui, pour le système corrigé uniquement avec une correction proportionnelle, permet d'avoir une phase $\varphi = -130^\circ$ ($M_\varphi = 50^\circ$).

On cherche donc $\omega_{\text{CoDB-corrige}}$, tel que : $\arg(H(j\omega_{\text{CoDB-corrige}})) = -130^\circ \Rightarrow \omega_{\text{CoDB-corrige}} = 444,1 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ On détermine alors la valeur de K_p qui permet d'obtenir cette valeur de coupure à 0 dB pour le système corrigé, soit :

$$\begin{aligned} |H(j\omega_{\text{CoDB-corrige}})| &= 1 \\ \left| \frac{K_p}{(1 + 0,08j\omega_{\text{CoDB-corrige}})(1 + 0,002j\omega_{\text{CoDB-corrige}})} \right| &= 1 \\ \Rightarrow K_p &= 47,1 \end{aligned}$$

On met ensuite en place l'effet intégral mais cela ne doit pas (ou peu) modifier le réglage de marge de phase effectué précédemment.

En général, on prend : $\frac{1}{T_i} = \frac{\omega_{\text{CoDB-corrige}}}{10} \Rightarrow T_i = \frac{10}{\omega_{\text{CoDB-corrige}}}$ Soit : $K_i = \frac{K_p}{T_i} \approx \frac{44,6 \times 430}{10} \Rightarrow K_i \approx 1917 \text{ s}^{-1}$ ou $K_i = \frac{K_p}{T_i} \times \frac{47,1 \times 444,1}{10} \Rightarrow K_i = 2091 \text{ s}^{-1}$

Question 7 Déterminer les paramètres $K_p > 1$ et $K_i > 1$ du correcteur par la méthode de la compensation du pôle dominant.

La méthode de réglage par compensation du pôle dominant consiste à choisir le coefficient T_i de façon à compenser (éliminer) le pôle réel dominant de la FTBO, si il existe.

Dans notre cas, on cherche à compenser le pôle $-\frac{1}{0,08}$ de la FTBO. On choisit donc $T_i = 0,08$ s.

La FTBO du système corrigé devient alors : $H_{\text{BOc}}(p) = \frac{K_p}{T_i p(1+0,002p)} \Rightarrow H_{\text{BOc}}(p) = \frac{K_p}{0,08p(1+0,002p)}$ On cherche la valeur de $\omega_{\text{CoDB-corrige}}$, c'est-à-dire la valeur de la pulsation qui, pour le système corrigé avec une correction proportionnelle seule, permet d'avoir une phase $\varphi = -135^\circ$ ($M_\varphi = 45^\circ$).

On cherche donc ω , tel que : $\arg(H_{\text{BOc}}(j\omega_{\text{CoDB-corrige}})) = -135^\circ \Rightarrow \omega_{\text{CoDB-corrige}} = 500 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

$$\text{solve} \left(\text{angle} \left(\frac{1}{(1 + 0,002 \cdot i \cdot x) \cdot 0,08 \cdot i \cdot x} \right) = -135, x \right) \quad x = 500$$

On détermine alors la valeur de K_p qui permet d'obtenir cette valeur de coupure à 0 dB pour le système corrigé, soit :

$$|H_{\text{BO}}(j\omega_{\text{CoDB-corrige}})| = 1 \Rightarrow \left| \frac{K_p}{0,08j\omega_{\text{CoDB-corrige}}(1+0,002j\omega_{\text{CoDB}})} \right| = 1 \Rightarrow K_p = 56,5$$

On a alors : $K_i = \frac{K_p}{T_i} = \frac{56,5}{0,08} \Rightarrow K_i = 710 \text{ s}^{-1}$

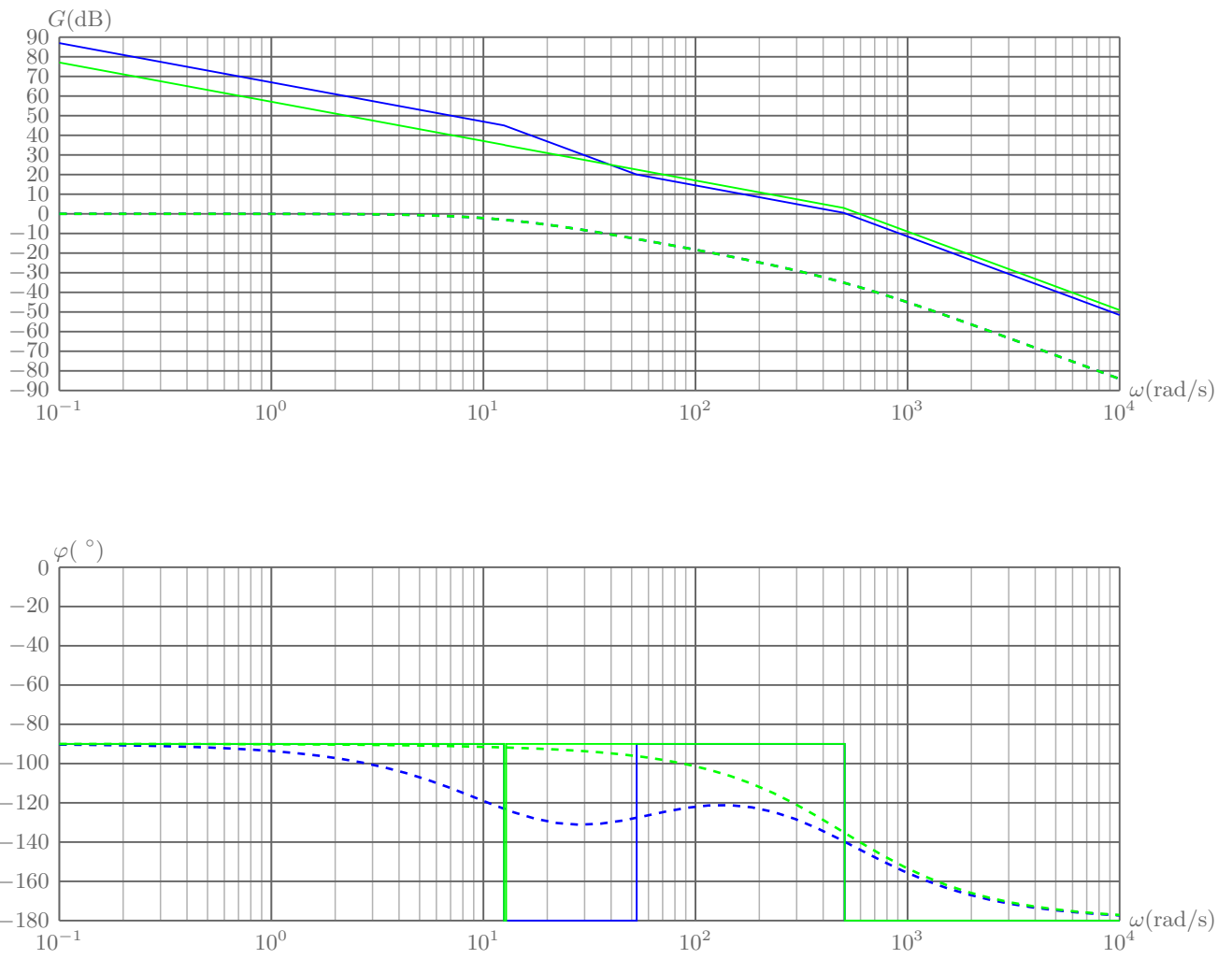


FIGURE 3 – Lieu de Bode de la FTBO corrigée

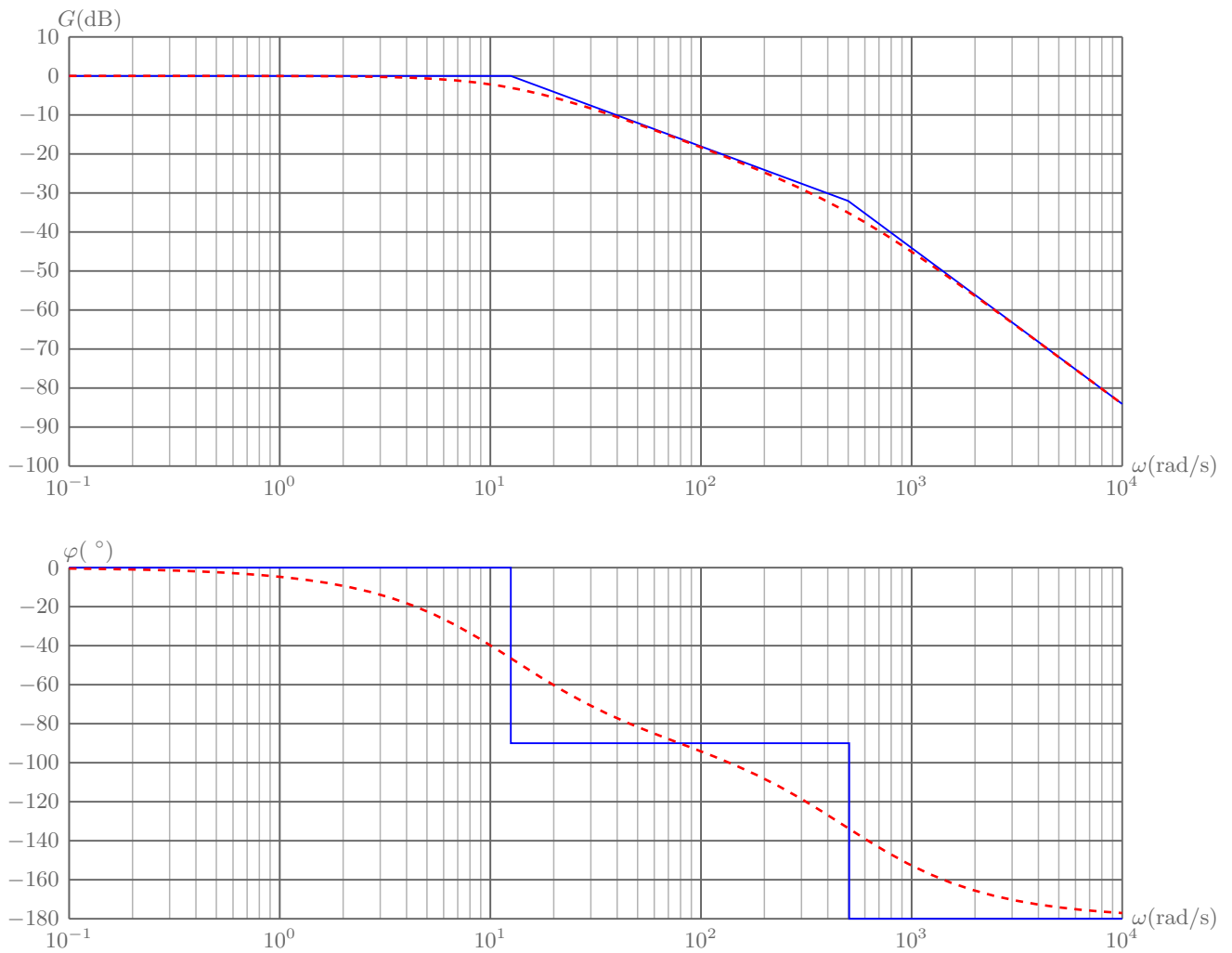


FIGURE 4 – Lieu de Bode de la FTBO non corrigée

3 Exercice 3 - Centrale inertielle

3.0.1 Présentation

Une centrale inertielle est un système de navigation entièrement autonome muni en général de trois gyroscopes, de trois accéléromètres et d'un calculateur qui permet à un engin mobile de connaître en temps réel sa position et sa vitesse dans l'espace.

Le système étudié ici est destiné à effectuer des tests dynamique et statique sur des équipements inertiels embarqués dans tout type de véhicules (terrestres, marins, aériens et spatial). Le sujet proposé concerne un testeur pouvant recevoir une enceinte pressurisée et régulée en température (c'est-à-dire climatisée) à l'intérieure de laquelle est installé l'équipement inertielle.

Ce testeur est en fait un robot constitué par conséquent d'une partie opérative représentée sur la FIGURE 5 et d'une partie commande munie d'un pupitre et d'un écran de contrôle. La partie opérative est munie de deux axes pilotés par la partie commande et assurant un asservissement en mode vitesse et



en mode position, de façon synchronisée ou indépendante, sur ces deux axes (en robotique de manière simplifiée, on nomme « axe », pour axe numérique, chaque degré de mobilité de la partie opérative, asservi en vitesse et en position).

Sur la FIGURE 5, on peut voir le premier axe toujours horizontal (l'axe θ) actionné par deux motoréducteurs $M1$ et $M'1$ et le deuxième axe normal au plan du plateau circulaire (l'axe φ) actionné par un motoréducteur $M2$.

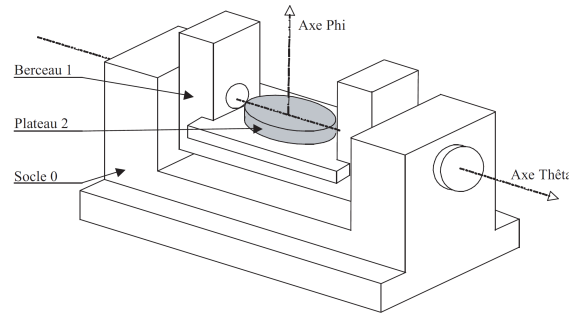


FIGURE 5 – Partie opérative du testeur

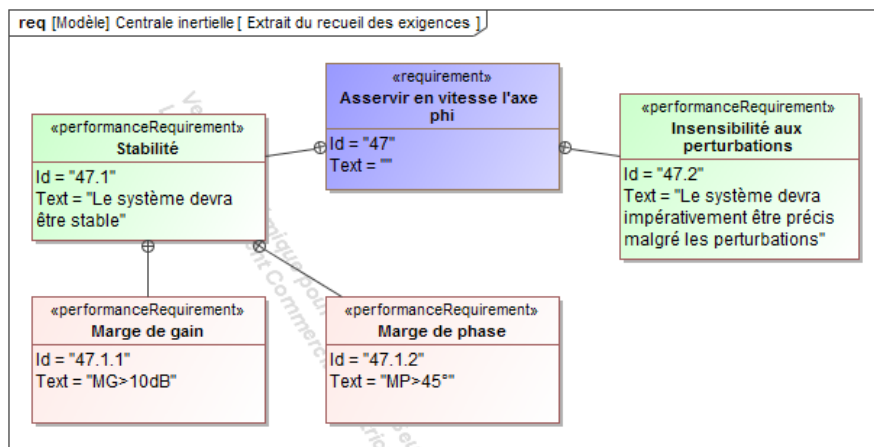


FIGURE 6 – Extrait du recueil des exigences

– Objectif

Valider les performances de la boucle d'asservissement en vitesse de l'axe φ (voir FIGURE 6). Le principe retenu pour l'asservissement en position et en vitesse de cet axe est décrit sur la FIGURE 8.

3.0.2 Modélisation

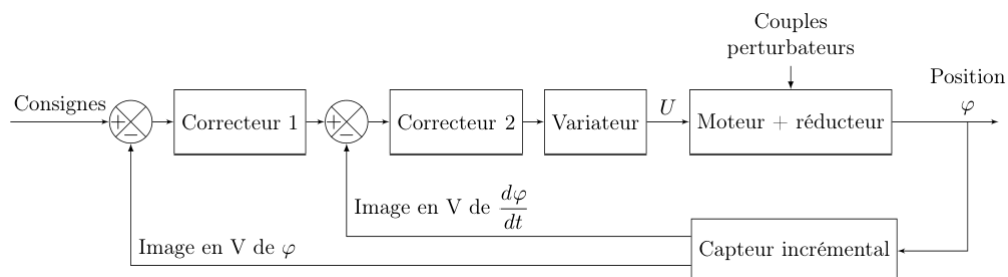
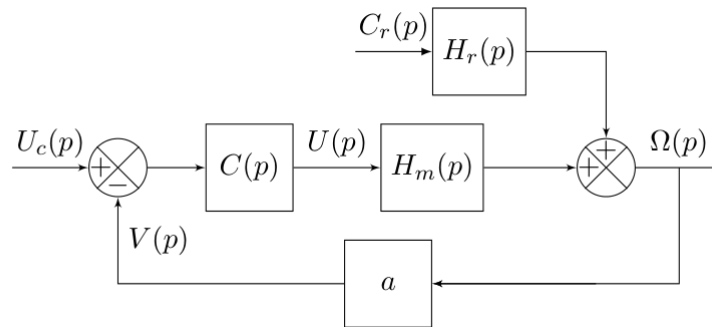


FIGURE 7 – Schéma-blocs fonctionnel de l'asservissement de l'axe φ .

La modélisation du moteur aboutit à représenter le système selon le schéma-blocs de la FIGURE ??, où $U_c(p)$ est la tension de consigne d'alimentation du moteur, $C_r(p)$ le couple résistant perturbateur et $\Omega(p)$ la vitesse de rotation du moteur.

FIGURE 8 – Schéma-blocs de l'asservissement de l'axe φ .

Sur le schéma-blocs de la FIGURE 8, on a :

- $C(p)$: fonction de transfert du correcteur ;
- $H_m(p)$: fonction de transfert du moteur électrique ;
- $H_r(p) = K_r \frac{1 + 0,492p}{1 + 10,34p + 5,1p^2}$ avec $K_r = 0,37 \text{ rad.s}^{-1} \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$.

3.0.3 Étude de la stabilité du système asservi non corrigé

Le moteur est représenté par la fonction de transfert $H_m(p) = \frac{0,5}{(1 + 10p)(1 + 0,5p)}$. Le gain du capteur vaut $a = 2 \text{ V.s.rad}^{-1}$.

On considère ici que le système n'est pas perturbé donc que le couple résistant perturbateur est nul, soit $C_r(p) = 0$.

On note $H_a(p)$ la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée (voir FIGURE ?? avec $C(p) = 1$).

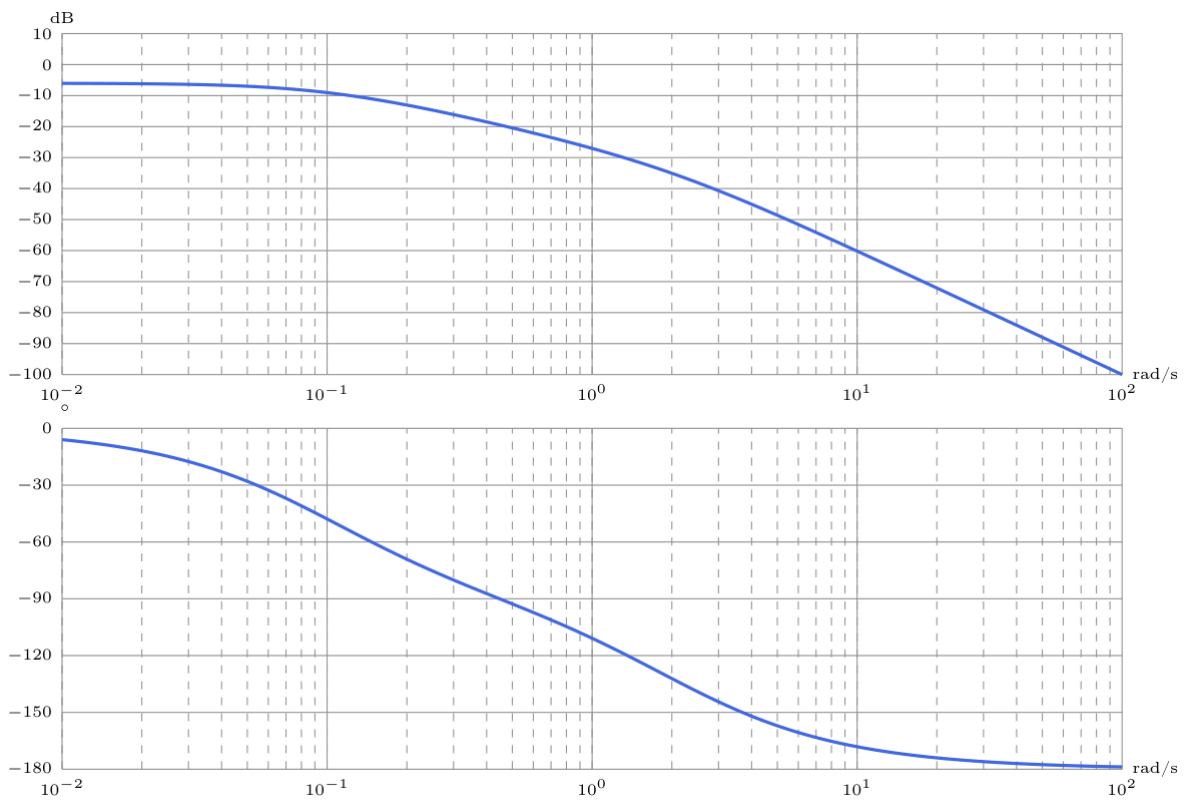
Question 1 Exprimer $H_a(p)$ en fonction de $H_m(p)$. En déduire son expression numérique.

$$H_a(p) = C(p) \cdot H_m(p) \cdot a.$$

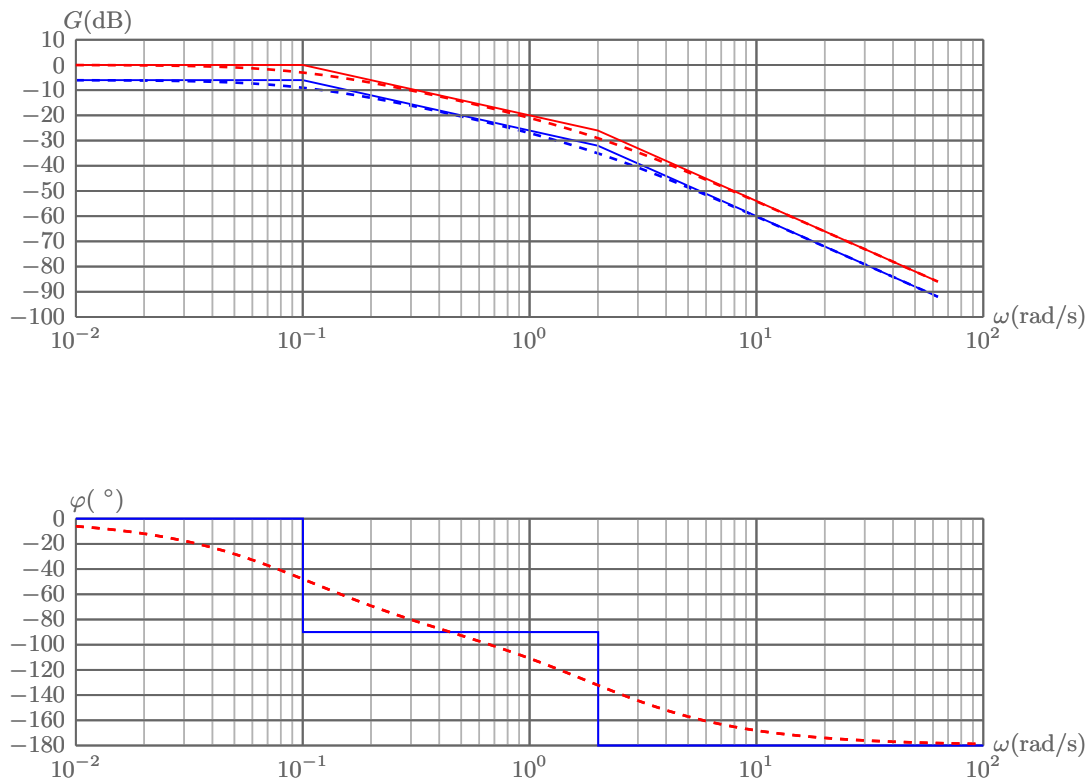
avec $C(p) = 1$:

$$H_a(p) = aH_m(p)$$

Le diagramme de Bode de $H_m(p)$ est donné sur la FIGURE 9.

FIGURE 9 – Diagramme de Bode de $H_m(p)$

Question 2 Sur la FIGURE 9, tracer en bleu le diagramme asymptotique du gain et de la phase de la fonction de transfert $H_m(p)$, puis en rouge, celui de la fonction de transfert en boucle ouverte $H_a(p)$.



Question 3 Déterminer graphiquement les marges de gain et de phase. Le système asservi non corrigé a-t-il un niveau de stabilité suffisant vis-à-vis du Cahier des Charges ?

On veut :

- $MG \geq 10 \text{ dB}$
- $M_\varphi \geq 45^\circ$

Or : $\omega_{0 \text{ dB}}$ n'est pas définie. Donc :

$M_\varphi \rightarrow 180^\circ$

Et $\omega_{180^\circ} \rightarrow \infty$. Donc :

$MG \rightarrow \infty \Rightarrow$ système stable

3.0.4 Sensibilité à la perturbation du système asservi non corrigé

On applique en consigne un échelon de tension d'amplitude U_{c0} permettant d'obtenir une vitesse de rotation en régime permanent de $N_0 = 2320 \text{ tr.min}^{-1}$ quand le couple résistant perturbateur est nul. Brusquement, on applique un couple résistant perturbateur modélisable par un échelon d'amplitude $C_{r0} = -25 \text{ N.m}$. On note $N_{r0} = N_0 + N_\infty$ la nouvelle vitesse de rotation du moteur en régime permanent et l'écart $\Delta N = N_0 - N_{r0}$.

Question 4 Donner l'expression de ΔN et sa valeur numérique. Le CdC est-il vérifié ?

1 : Pour le cahier des Charges on veut $\Delta N = 0$ or. Il n'y a pas d'intégration en amont de la perturbation : $\Rightarrow \Delta N \neq 0$.

2 : $\Omega(p) = H \cdot U(p) + GG(p)$.

$$H(p) = \frac{H_m}{aH_m + 1} \quad G(p) = \frac{H_r}{1 + aH_m}$$

Calculons N_0 : Hyp : système stable.

Par le TVF : $N_0 = \lim_{t \rightarrow +\infty} n(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pN(p)$

On a : $N(p) = \Omega(p) \cdot \frac{60}{2\pi}$
 D'où :

$$\Omega_0 = \lim_{p \rightarrow 0} p\Omega(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{U_0}{p} \cdot \frac{H_m}{1 + aH_m} = U_0 \cdot \frac{k_{mn}}{1 + a \cdot k_m}$$

Soit :

$$\left[N_0 = U_0 \frac{k_m}{1 + ak_m} \cdot \frac{60}{2\pi} \right] \quad \text{AN : 2320 tr/min.}$$

Pour la perturbation :

$$N_{r0} = \lim_{p \rightarrow 0} pN(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \left[\frac{U_0}{p} \frac{H_m}{1 + aH_m} + \frac{G_0}{p} \frac{H_r}{1 + aH_m} \right] \cdot \frac{G_0}{2\pi}$$

Il vient :

$$N_{10} = \frac{U_0 k_m}{1 + ak_m} \cdot \frac{C_{r0}}{2\pi} + C_{r0} \cdot \frac{k_r}{1 + ak_m} \cdot \frac{60}{2\pi}$$

$$\left[\Delta N = -C_{r0} \cdot \frac{k_r}{1 + ak_m} \cdot \frac{60}{2\pi} \right] \quad \text{AN } 44,16 \text{tr/mim}$$

3.0.5 Étude du système asservi avec correction proportionnelle

On utilise maintenant un correcteur proportionnel de gain K_P , donc $C(p) = K_P$. On note $H_b(p)$ la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée par le correcteur proportionnel. On considère ici que le système n'est pas perturbé donc que $C_r(p) = 0$.

Question 5 Donner l'expression de la fonction de transfert $H_b(p)$ en fonction de K_P .

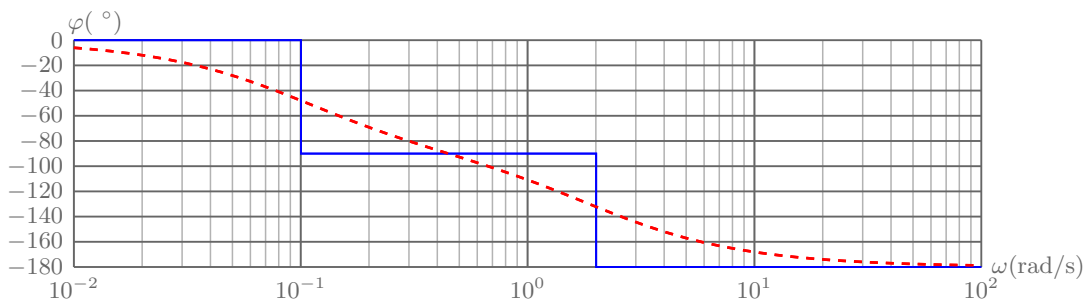
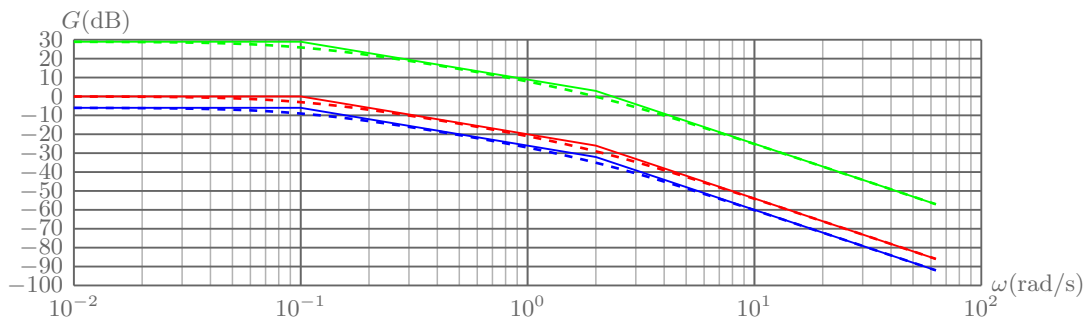
$$H_b(p) = a \cdot K_P \cdot H_m(p)$$

On appelle MG la marge de gain et M_φ la marge de phase du système asservi.

Question 6 Évaluer la valeur de K_P pour que la marge de phase soit voisine de la valeur limite du CdC. Sur la FIGURE 9, tracer en vert les courbes réelles pour cette valeur de K_P . Que vaut la marge de gain ?

$$M_G = +\infty \quad \text{car } \omega_{1s0} \rightarrow +\infty$$

K_P n'influe pas sur la phase.



Cf. la Courbe on doit remonter d'environ 29 dB. Soit $[K_p = 10^{29/20} \simeq 28$

3.0.6 Étude de la sensibilité aux perturbations du système asservi avec correction proportionnelle

Question 7 Donner l'expression de ΔN en réponse à un échelon de perturbation d'amplitude C_{r0} . Le CdC peut-il être vérifié ? Ce type de correcteur est-il suffisant ?

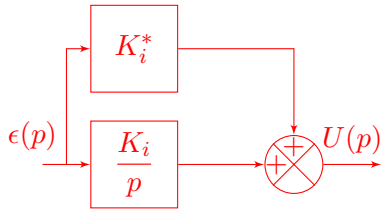
Le gain de la FTBO a changé.

$$\Delta N = -C_{r0} \frac{k_r}{1 + aK_p \cdot k_m} \cdot \frac{60}{2\pi} \sim 3,55 \text{ tr. min}^{-1}$$

3.0.7 Étude du système asservi avec correction proportionnelle et intégrale

À partir d'un système proportionnel de gain K_i^* et d'un système intégrateur de gain K_i , placés en parallèle, on réalise un correcteur proportionnel intégral.

Question 8 Faire un schéma et montrer que la fonction de transfert du correcteur proportionnel intégral est de la forme : $C(p) = K \frac{1 + Tp}{p}$.



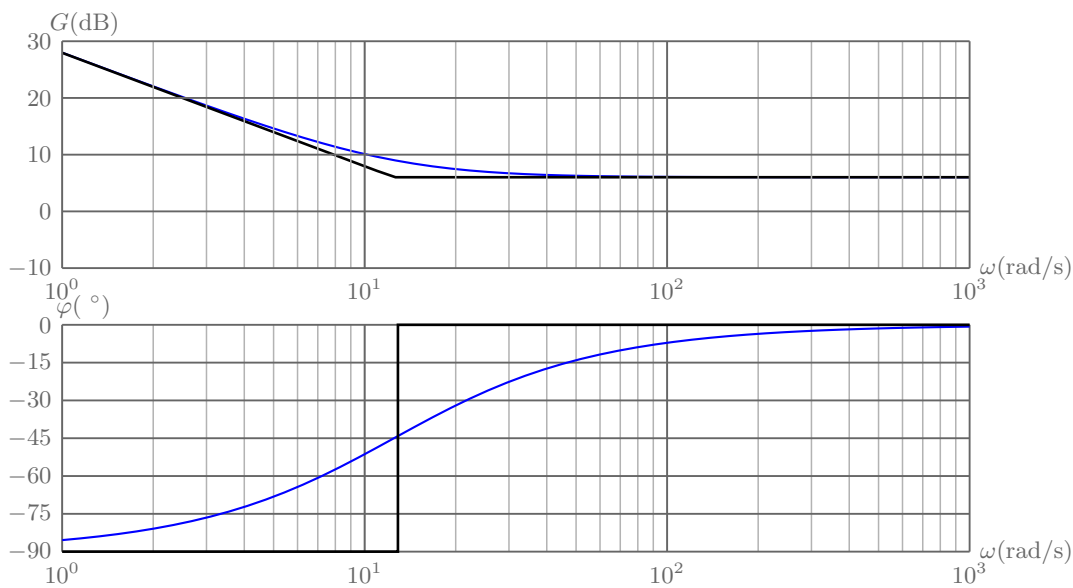
$$C(p) = K_i^* + \frac{K_i}{p} = K_i \left(1 + \frac{K_i^*}{K_i p} \right)$$

Soit avec

- $K = K_i^*$
- $T = \frac{K_i^*}{K_i}$

On obtient bien $C(p) = K \frac{1 + Tp}{p}$

Question 9 Sur votre feuille, tracer le diagramme asymptotique de Bode de ce correcteur seul. Compléter avec l'allure des courbes réelles. Indiquer toutes ses valeurs caractéristiques (les pentes des asymptotes et la pulsation, le gain, la phase au point de cassure).



On note $H_c(p)$ la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée par le correcteur proportionnel et intégral. On considère ici que le système n'est pas perturbé, donc que $C_r(p) = 0$.

Question 10 Donner l'expression de $H_c(p)$ en fonction de K et T notamment.

$$H_c(p) = a \cdot C(p) \cdot H_m(p)$$

$$\left[H_c = \frac{k}{p} (1 + Tp) \frac{1}{(1 + I_{0p})(1 + 0, s_p)} \right]$$

À l'aide d'un logiciel de simulation, on obtient un réseau de 4 courbes qui sont les lieux de transfert dans le plan de Black de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée par le correcteur proportionnel et intégral pour quelques valeurs de K et de T (voir FIGURE 10).

Chaque courbe correspond à un couple de valeur de K et de T différent selon le tableau suivant :

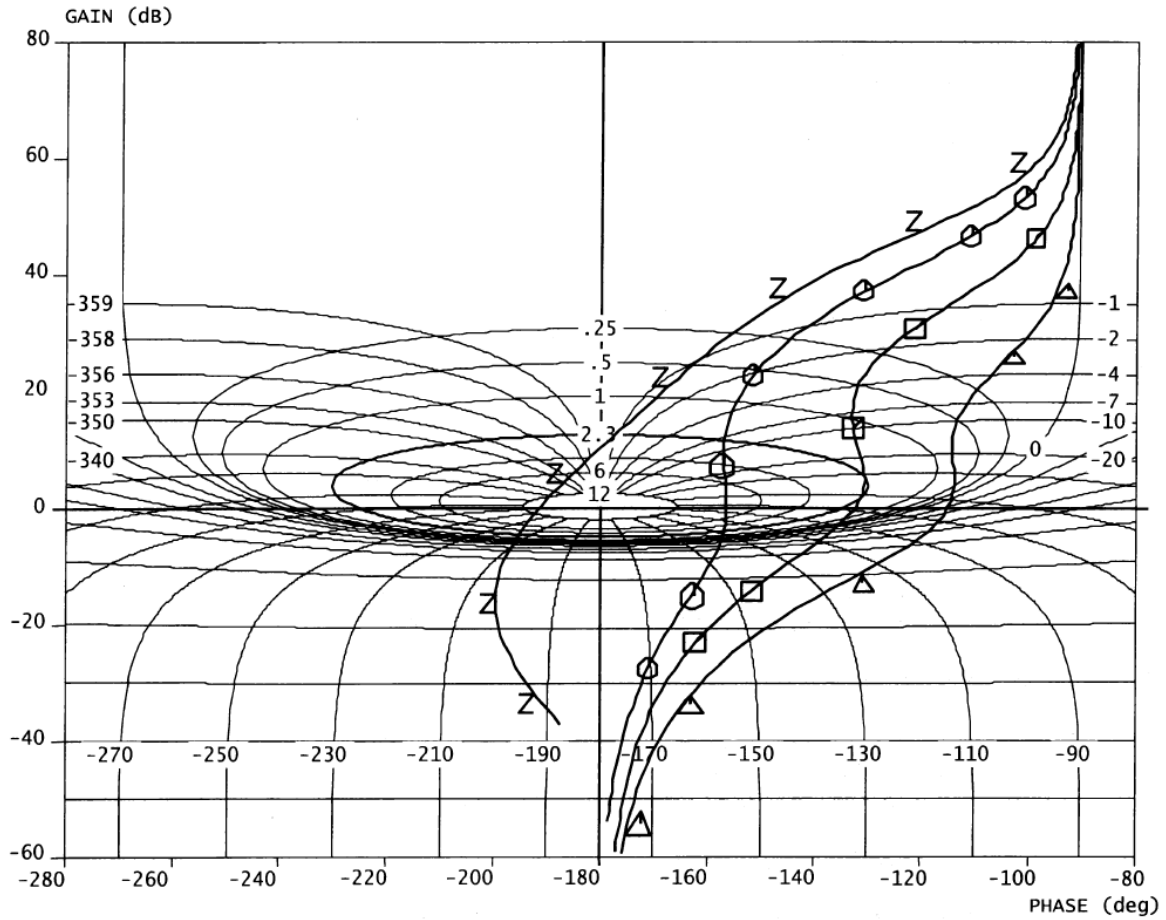


FIGURE 10 – Réponse fréquentielle de $H_c(p)$ en BO (lieu de Black)

Courbe	1	2	3	4
Repère	z	O	□	Δ
K	10	10	4	1
T (s)	0,1	1	2,5	5

Question 11 Déterminer, pour chacun des 4 cas :

- une évaluation de la marge de gain ;
- une évaluation de la marge de phase ;
- si le système asservi est stable ou instable en boucle fermée selon le critère du revers dans le plan de Bode.

Cas où $K = 10$ et $T = 0,1$:

- Marge de gain : -15 dB
- Marge de phase : -25°
- Stabilité en BF : NON

Cas où $K = 10$ et $T = 1$:

- Marge de gain : $+\infty$
- Marge de phase : 22°
- Stabilité en BF : OUI

Cas où $K = 4$ et $T = 2,5$:

- Marge de gain : $+\infty$
- Marge de phase : 45°
- Stabilité en BF : OUI

Cas où $K = 1$ et $T = 5$:

- Marge de gain : $+\infty$
- Marge de phase : 60°
- Stabilité en BF : OUI

Question 12 Le niveau de stabilité demandé dans le CdC est-il atteint ? Dans quel(s) cas ? S'il

existe au moins 2 possibilités, choisir le cas le plus favorable en terme de rapidité. Justifier.

Il est atteint pour $k = 4$ et $k = 1$.

Donc on prend $k = 4$, plus favorable car suffisant (+ rapide)

Question 13 Le système asservi avec correction proportionnelle et intégrale est-il encore sensible à la perturbation en échelon ? Justifier.

Il faut une intégration en amont de la perturbation. Ce que l'on vient de rajouter avec le correcteur PI ainsi le système n'est plus sensible à $C_r(p) = \frac{C_{r0}}{p}$

4 Exercice 4 - Véhicule hybride Toyota Prius

- Objectif

Le but est de régler un correcteur à avance de phase pour garantir les exigences du cahier des charges.

4.0.1 Mise en situation

Dans le contexte actuel d'économie des énergies fossiles et de réduction des émissions de gaz nocifs, le système de propulsion hybride constitue une alternative intéressante à la propulsion classique par moteur thermique seul car il permet de réduire la consommation.

La spécificité de la solution retenue sur la Prius consiste à :

- récupérer l'énergie du véhicule lors du freinage ;
- exploiter le moteur thermique à son rendement optimal.



4.0.2 Architecture du système hybride HSD TOYOTA

Comme le montre le dessin la figure 11, la technologie hybride de TOYOTA, nommée HSD (Hybrid Synergy Drive) associe un moteur thermique à essence et sa transmission, à deux machines électriques et une batterie de puissance. Le schéma de principe ci-dessous et la figure 11 mettent en évidence les deux machines électriques (le moteur électrique et la génératrice) reliées au moteur thermique par un train épicycloïdal.

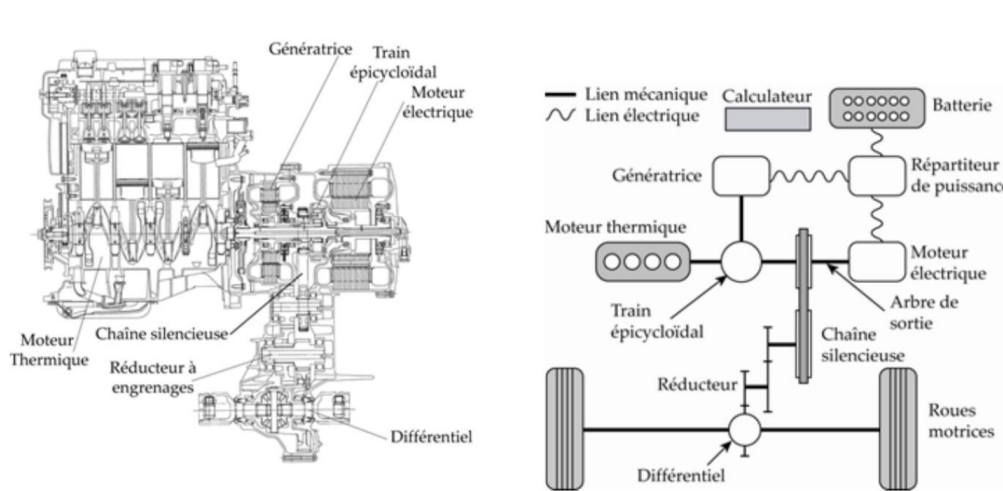


FIGURE 11 – Architecture de la technologie hybride.

A partir de la position de la pédale d'accélérateur et de la vitesse du véhicule, le calculateur détermine la vitesse de rotation optimale du moteur thermique et la consigne d'ouverture du papillon des gaz. La puissance en sortie du moteur thermique est transmise, grâce à un train épicycloïdal, à la chaîne silencieuse et à la génératrice. Un asservissement en vitesse de la génératrice permet de contrôler la vitesse de rotation du moteur thermique. Le répartiteur de puissance gère les échanges de puissance électrique entre la génératrice, le moteur électrique et la batterie. Le moteur électrique entraîne la chaîne silencieuse, seul ou en complément du moteur thermique. Il récupère également l'énergie cinétique ou potentielle du véhicule lors des phases de ralentissement. Les chaînes d'énergie et d'information, FIGURE 12, permettent de percevoir l'organisation des différents composants du HSD. Les fonctions des capteurs relatifs à l'enfoncement de la pédale de frein, au sélecteur de marche et à la température de l'eau du moteur thermique seront développées ultérieurement.

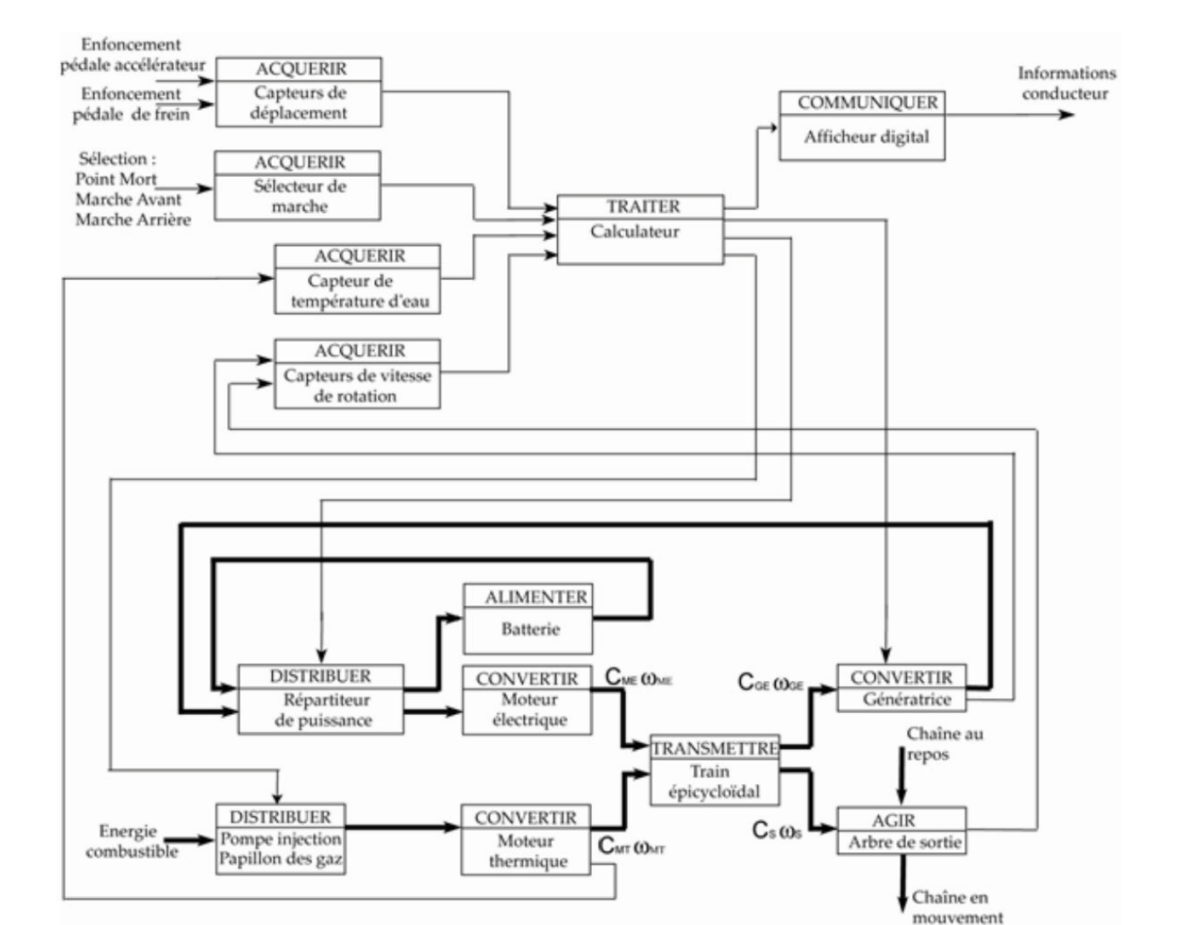


FIGURE 12 – Chaîne d'information (partie supérieure) et Chaîne d'énergie (partie inférieure).

4.0.3 Contrôle de la vitesse du moteur thermique en fonctionnement hybride

En mode hybride, la vitesse de rotation du moteur thermique est réglée afin de le faire fonctionner à son rendement maximum. Ce contrôle ne pouvant être réalisé au niveau du papillon des gaz, c'est un asservissement en vitesse de la génératrice qui permet de contrôler l'ensemble des autres vitesses de rotation. La consommation du véhicule est directement liée aux qualités de cet asservissement. Cette partie s'intéresse à la justification et au dimensionnement d'un correcteur approprié.

Les performances attendues de cet asservissement sont les suivantes :

Exigences	Valeurs
Précision	Ecart en régime permanent : - nul vis à vis d'une commande en échelon du type $\omega_{GE}^c(t) = \omega_0 u(t)$, ω_0 constante, et $u(t)$ la fonction échelon unité - nul vis à vis d'une perturbation constante du type $C_{MT}(t) = C_0 u(t)$, C_0 constante
Rapidité	Pulsation de coupure à 0 dB de la FTBO : $\omega_{0dB} = 1,5 \text{ rad/s}$
Stabilité	Marge de phase $M_\varphi > 45^\circ$

TABLE 1 – Tableau des exigences

Le modèle est extrait du modèle complet du système.

Un asservissement (non étudié ici) régule le courant dans la génératrice. Ainsi, les comportements mécanique et électrique de la génératrice se modélisent par le schéma bloc de la figure 15.3 où $C_{MT}(p)$ est assimilé à une perturbation extérieure.

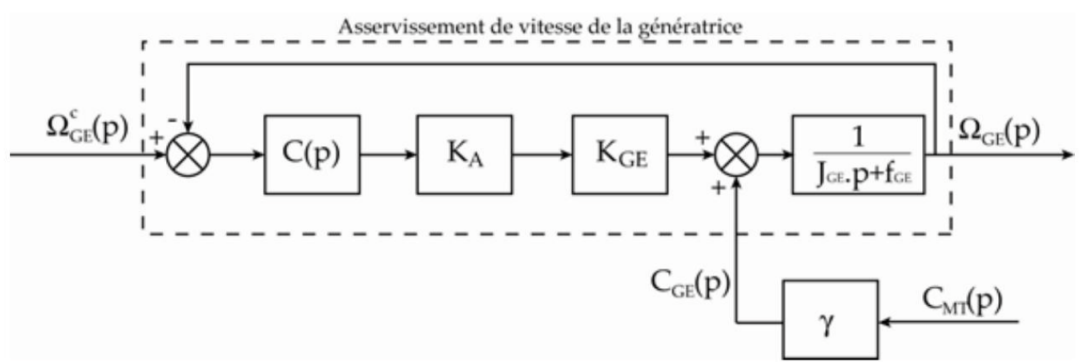


FIGURE 13 – Schéma-blocs.

Avec $K_{GE} = 2 \text{ N.m/A}$, $K_A = 0,5 \text{ A/V}$, $J_{GE} = 0,2 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$, $f_{GE} = 0,05 \text{ N.m.s}$ et $\gamma = 0,28$

Question 1 Déterminer l'expression de $\Omega_{GE}(p)$ en fonction de $\Omega_{GE}^c(p)$ et de $C_{MT}(p)$. **Système à deux entrées, le principe de superposition nous permet d'écrire :**

$$\Omega_{GE}(p) = H_{BF}^1(p) \cdot \Omega_{GE}^c(p) + H_{BF}^2(p) \cdot C_{MT}(p)$$

En remontant le schéma-bloc ou en appliquant Black deux fois il vient très vite :

$$H_{BF}^1 = \frac{C(p)K_A K_{GE}}{J_{GEP} + f_{GE} + C(p)K_A K_{GE}}$$

$$H_{BF}^2(p) = \frac{\gamma}{J_{GEP} + f_{GE} + C(p)K_A + K_{GE}}$$

Question 2 Expliquer pourquoi un asservissement avec correction unitaire ($C(p) = 1$) ne permet pas de satisfaire le cahier des charges. **Il suffit d'un seul critère non vérifié. La FTBO est de classe 0, l'erreur indicielle est donc non nulle, ce qui ne vérifie pas le CDCF**

4.0.4 Correction intégrale

Le premier correcteur envisagé est un correcteur intégral, tel que $C_i(p) = \frac{K_i}{p}$. Le diagramme de Bode de la fonction $R(p) = \frac{1}{p} \frac{K_A K_{GE}}{J_{GEP} + f_{GE}}$ est fourni dans le document réponse 1.

Question 3 Justifier que ce correcteur ne permet pas de satisfaire l'ensemble des critères du CDCF. L'erreur indicielle est nulle, la FTBO étant maintenant de classe 1, de plus le système est maintenant robuste aux perturbations, l'intégration ayant lieu en amont de la perturbation.

Le système est suffisamment rapide, en relevant $\omega_{0dB} \simeq 2.1 \text{ rad/s}$, nous sommes bien supérieurs à la pulsation de coupure imposée par le cahier des charges.

Le système ainsi corrigé est stable. En effet, la marge de gain MG n'est pas définie, la phase n'atteignant jamais -180 . Cependant, on note une marge de phase $M_\varphi = 8$ ce qui est **insuffisant aux yeux du cahier des charges**.

4.0.5 Correction Intégrale associée à une correction à avance de phase

La fonction de transfert du second correcteur envisagé est notée $C(p) = \frac{K_i}{p} \frac{1 + aTp}{1 + Tp} = C_1(p)C_2(p)$

avec $a > 1$ et $C_1(p) = \frac{K_i}{p}$ et $C_2(p) = \frac{1 + aTp}{1 + Tp}$

Le diagramme de Bode du correcteur $C_2(p)$ est donné FIGURE 14.

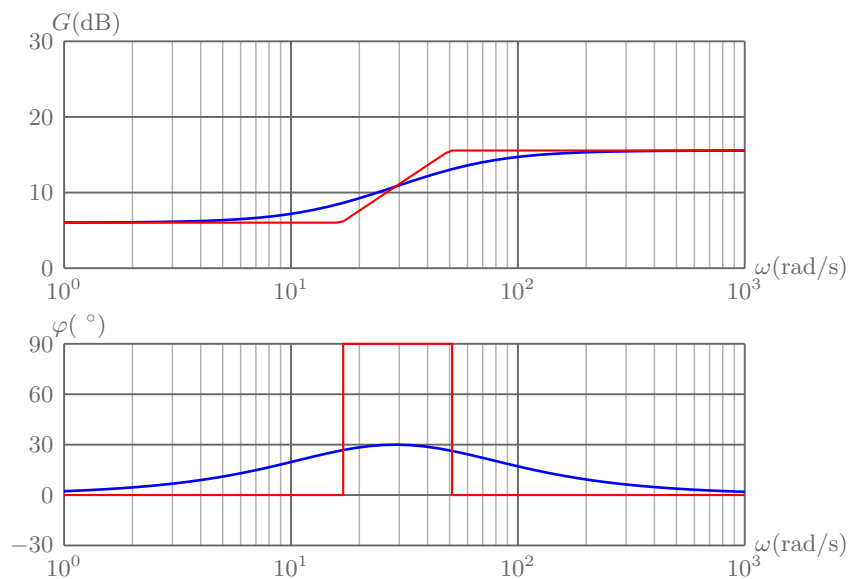


FIGURE 14 – Diagramme de Bode du correcteur $C_2(p)$.

Avec :

- Le maximum de l'argument ϕ_m est atteint pour

$$\omega_{\max} = \frac{1}{\sqrt{a} \cdot T}$$

c'est-à-dire la moyenne géométrique des pulsations

$$\omega_{Ta} = \frac{1}{T} \text{ et } \omega_{aTa} = \frac{1}{a \cdot T}$$

- Pour la pulsation ω_{\max} , on a :
 - Au niveau de l'argument

$$\Phi(\omega_{\max}) = \arctan\left(\frac{a-1}{2\sqrt{a}}\right) = \arcsin\left(\frac{a-1}{a+1}\right)$$

- Au niveau du module

$$(\text{dB})G_{dB}(\omega_{\max}) = 10 \log a$$

Afin d'apporter le maximum de marges de stabilité, on décide de placer ω_m en ω_{0dB} .

Question 4 Déterminer ϕ_m pour que la marge de phase soit effectivement de 45° . En déduire la valeur de a et de T . (On pourra se servir du diagramme de Bode de $R(p)$ fourni à la fin de l'exercice). On choisi de respecter l'entièreté du CDCF, c'est à dire d'avoir une $\omega_{0dB} = 1.5 \text{ rad/s}$. Il faut alors relever la phase en cette pulsation et on mesure -171° . Pour respecter le CDCF et avoir une marge de phase $M_\varphi = 45^\circ$ il faut alors remonter la phase de 36° .

On pose alors :

$$\phi_m = 36^\circ \rightarrow a = \frac{1 + \sin \phi_m}{1 - \sin \phi_m} \simeq 3.85$$

La phase doit être remonté en $\omega_m = \omega_{0dB\text{-desiree}} = 1.5 \text{ rad/s}$. On a alors :

$$\omega_m = \frac{1}{\sqrt{a}T} = 1.5 \rightarrow T = 0.34 \text{ s}$$

Question 5 Déterminer finalement K_i pour que la pulsation ω_{0dB} soit effectivement la pulsation de coupure à 0 dB. Pour $\omega_m = 1.5 \text{ rad/s}$ on relève sur le diagramme de Bode de la FTBO corrigée avec K_i unitaire le gain $G_{dB} = 6 \text{ dB}$. On veut s'assurer d'avoir 0 dB en $\omega_m = 1.5 \text{ rad/s}$, il va falloir alors descendre la courbe de 6 dB **ET** compenser le gain du correcteur à avance de phase. On rappelle celui ci remonte en $\omega_m = \frac{1}{\sqrt{a}T}$ la courbe de gain de $10 \log a = 5.8 \text{ dB}$.

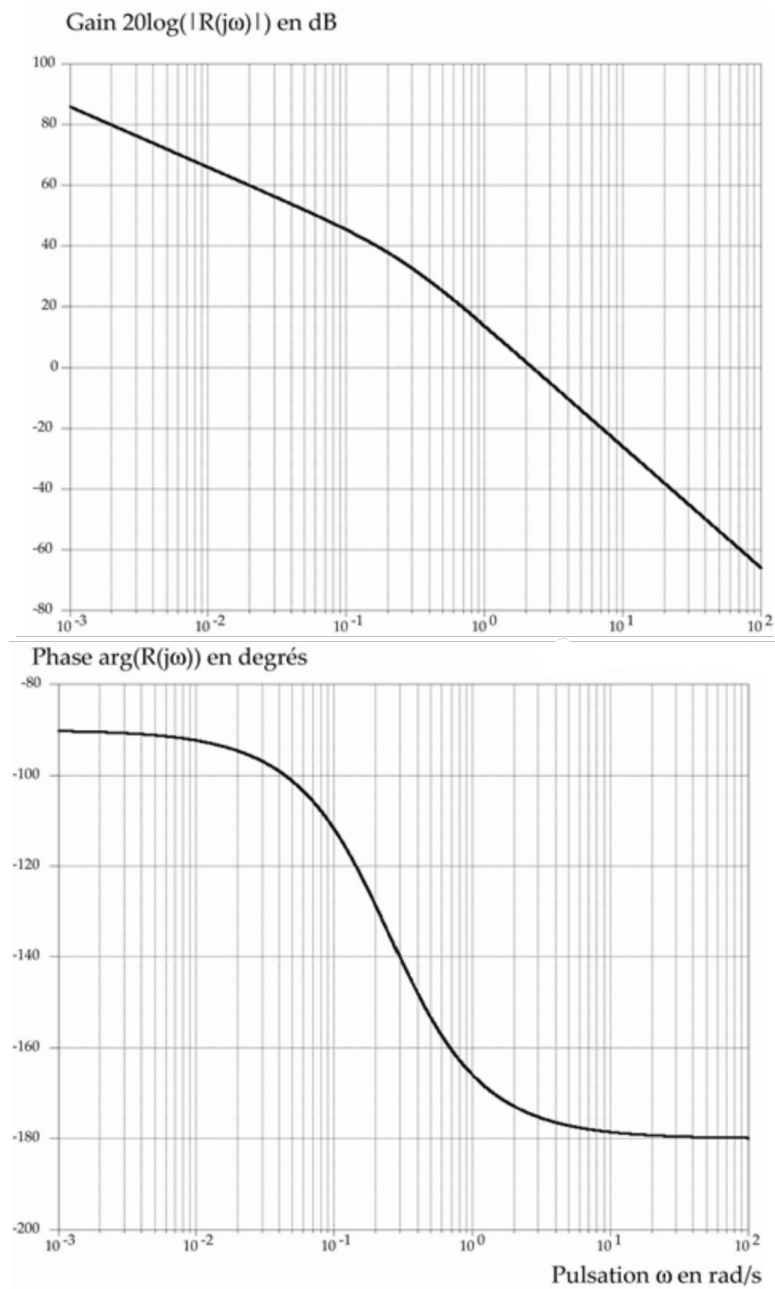
Il nous faut alors descendre la courbe de $6 + 5.8 = 11.8 \text{ dB}$. Soit :

$$K_i = 10^{\frac{-11.8}{20}} = 0.25 \text{ s}^{-1}$$

Remarque : on peut le faire par le calcul en imposant un module de la FTBO égal à 1 en $\omega_m = 1.5 \text{ rad/s}$ et on trouve $K_i = 0.23 \text{ s}^{-1}$

Question 6 Que pensez-vous de la marge de gain du système ? La marge de gain n'est toujours pas définie car $\forall \omega, \varphi(\omega) > -180^\circ$

Question 7 Conclure sur les capacités du correcteur à satisfaire l'ensemble des critères. Avec les réglages choisis pour ce correcteur l'ensemble des critères du cahier des charges sont vérifiés.

FIGURE 15 – Diagramme de Bode de $R(p)$.

5 Exercice 5 - Station spatiale

5.0.1 Présentation

Afin de voir encore plus loin dans l'espace, l'agence spatiale européenne (*ESA*) a entrepris un projet de « super télescope ». L'idée retenue pour le concevoir est de faire interférer entre eux des signaux lumineux reçus par plusieurs télescopes (voir FIGURE 16). Des plates formes 6 axes sont utilisées pour filtrer les vibrations parasites qui peuvent être présentes dans l'assemblage de poutres qui relie les différents télescopes.

Les performances attendues pour filtrer les vibrations sont les suivantes :

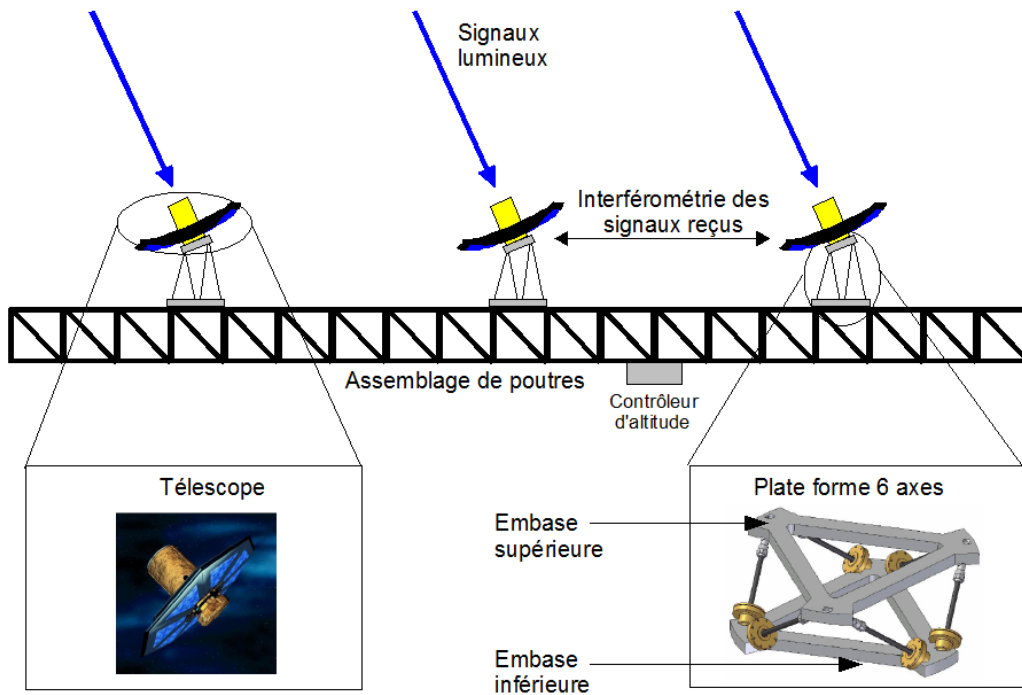


FIGURE 16 – Structure retenue pour le super télescope de l'ESA

Critères	Exigences
Précision	Écart statique nul pour une consigne échelon
Rapidité	Pulsation de coupure à 0 dB de la FTBO : $\omega_{0\text{dB}} = 2\pi \times 5$
Stabilité	Marge de phase $M_\varphi = 45^\circ$, Marge de gain $MG > 20\text{ dB}$

On limite l'étude au mouvement de translation entre les embases supérieures (déplacement noté Z_8) et inférieure (déplacement noté Z_7) d'une plate forme. Le schéma-blocs de l'asservissement de ce mouvement est représenté sur la FIGURE 17. k , M et g sont des constantes (raideur des bras de la plate-forme, masse de l'embase supérieure et coefficient de proportionnalité g).

Le schéma-blocs à retour unitaire équivalent (avec la fonction de transfert en boucle ouverte $H_0(p)$) est représenté sur la FIGURE 18.

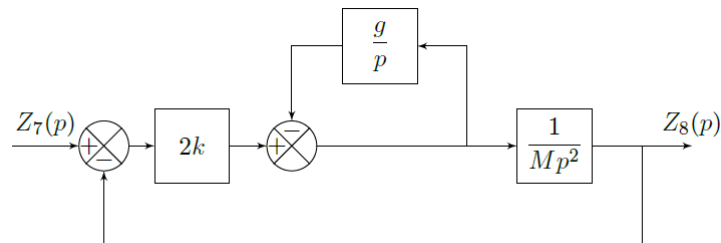


FIGURE 17 – Schéma-bloc de l'asservissement

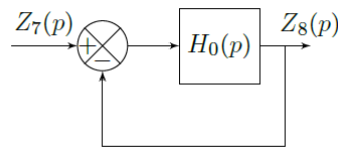


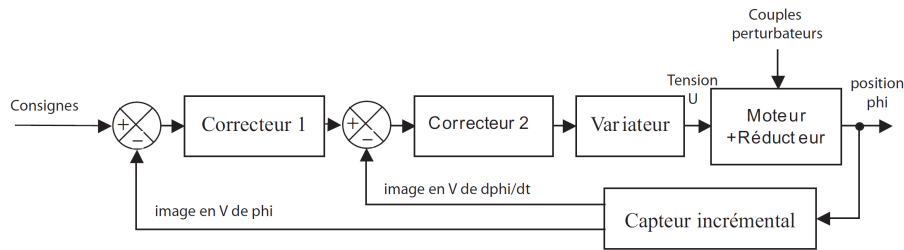
FIGURE 18 – Schéma-bloc à retour unitaire

5.1 Travail demandé

Question 1 Déterminer l'expression de $H_0(p)$ pour que les schéma-blocs des FIGURE 17 et 3 soient équivalents.

Formule de Black : $H_0(p) = \frac{2k}{Mp(p+g)} \Rightarrow H_0(p) = \frac{\frac{2k}{Mg}}{p\left(1 + \frac{p}{g}\right)}$

Le diagramme de Bode de la fonction $H_0(p)$ est fourni sur la FIGURE 19.

FIGURE 19 – Diagramme de Bode de la fonction $H_0(p)$

Question 2 Expliquer en quoi, actuellement, l'asservissement ne satisfait pas l'ensemble des critères du cahier des charges.

- Écart statique nul : **vérifiée** car présence d'un intégrateur pur dans la FTBO (classe 1).
- Rapidité : **non vérifiée** car $\omega_{0dB} \approx 18 \text{ rad.s}^{-1} < 2\pi \times 5$.
- Marge de phase $M_\varphi = 67^\circ$: **non vérifiée** car il est exigé 45° .
- Marge de gain $MG = \infty \text{ dB}$: **vérifiée** car il est exigé un minimum de 20 dB.

On choisit d'utiliser un correcteur $C(p)$ pour atteindre le niveau des critères du cahier des charges.

5.2 Correcteur proportionnel

On choisit d'insérer, dans la chaîne directe du schéma-blocs de la FIGURE 18, un correcteur proportionnel $C(p) = C_0$.

Question 3 Déterminer la valeur de C_0 pour que le niveau du critère de marge de phase soit satisfait. Il faut « remonter » le diagramme de Bode du gain de $20 \log C_0 = 0 - (-12)$, donc : $C_0 = 4$.

Question 4 Déterminer la pulsation de coupure à 0 dB (la pulsation qui annule le gain) de la FTBO corrigée, et conclure sur la capacité du correcteur proportionnel à satisfaire le cahier des charges.

On lit immédiatement sur le diagramme de Bode du gain que la pulsation de coupure sera de 50 rad/s. Ce qui est supérieur à 10π , valeur exigée dans le cahier des charges. Le correcteur proportionnel **ne permet donc pas** de satisfaire le cahier des charges.

5.3 Correcteur intégral

On choisit d'insérer, dans la chaîne directe du schéma-blocs de la FIGURE 18, un correcteur intégral $C(p) = \frac{1}{T_i p}$.

Question 5 Discuter de la capacité de ce type de correcteur à satisfaire le critère de marge de phase, et conclure sur la capacité du correcteur intégral à satisfaire le cahier des charges.

Le correcteur intégral décale la courbe de la phase de 90° vers le bas. La phase maximale sera donc de -180° . Il sera donc impossible de satisfaire le cahier des charges sur le critère de la marge de phase.

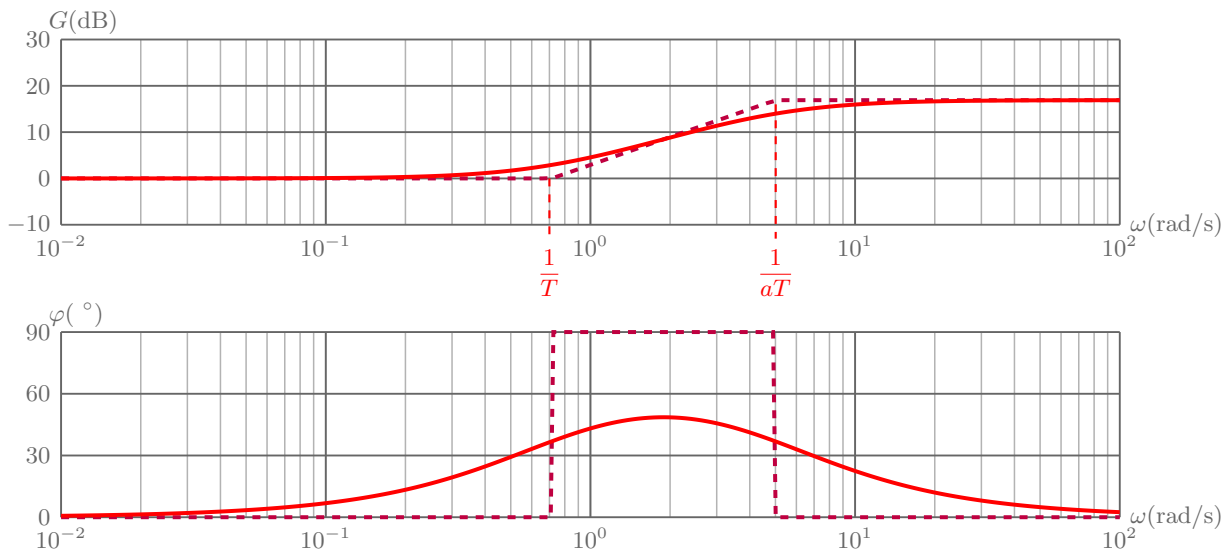
5.4 Correcteur intégral et à avance de phase

On choisit d'insérer, dans la chaîne directe du schéma-blocs de la FIGURE 18, un correcteur intégral, associé à un correcteur à avance de phase $C(p) = \frac{K}{p} \frac{1+Tp}{1+aTp} = \frac{K}{p} C_{ap}(p)$ avec $a < 1$.

Question 6 Expliquer en quoi ce choix de correcteur permet de satisfaire les critères de précision et de stabilité du cahier des charges.

Bien que ce correcteur dispose d'un intégrateur pur, la partie correction à avance de phase va permettre de remonter la courbe de la phase de la FTBO localement. Ce qui permettra de régler la marge de phase. De plus, l'intégrateur permettra de s'assurer de l'écart statique nul souhaité. Même s'il y en avait déjà un!!!

Question 7 Tracer l'allure des diagrammes de Bode de $C_{ap}(p)$, en précisant, notamment, la valeur de la pulsation ω_m en laquelle la phase est maximale. Déterminer φ_m , la valeur maximale de la phase de $C_{ap}(p)$.



Calcul de ω_m

$$\varphi(\omega) = \arg(C_{ap}(j\omega)) = \tan^{-1}(T\omega) - \tan^{-1}(aT\omega)$$

On dérive pour trouver ω_m pour laquelle la phase est maximale : $\frac{d\varphi(\omega)}{d\omega} = \frac{T}{1+(T\omega_m)^2} - \frac{aT}{1+(aT\omega_m)^2} = 0$

$$\text{D'où : } a(1+(T\omega_m)^2) = 1+(aT\omega_m)^2 \Rightarrow a-1 = (a^2T^2 - T^2)\omega_m^2$$

$$\text{On trouve alors : } \frac{1}{\omega_m} = T\sqrt{\frac{a^2-a}{a-1}} \Rightarrow \boxed{\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}}}$$

On aurait pu retrouver ce résultat en cherchant le milieu de $\frac{1}{T}$ et $\frac{1}{aT}$ en échelle log :

$$\log \omega_m = \frac{1}{2} \left(\log \frac{1}{T} + \log \frac{1}{aT} \right) = \frac{1}{2} \log \frac{1}{aT^2} \Rightarrow \boxed{\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}}}$$

Calcul de φ_m

$$\varphi_m = \varphi(\omega_m) = \tan^{-1}(T\omega_m) - \tan^{-1}(aT\omega_m) = \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{a}} - \tan^{-1} \sqrt{a}$$

$$\text{On pose : } b = \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{a}} \text{ et } c = \tan^{-1} \sqrt{a}$$

$$\text{On a alors : } \tan(\varphi_m) = \tan(b-c) = \frac{\tan b - \tan c}{1 + \tan b \tan c} = \frac{\frac{1}{\sqrt{a}} - \sqrt{a}}{2} = \frac{1-a}{2\sqrt{a}}$$

$$\text{Comme } \varphi_m \in [0^\circ; 90^\circ], \text{ on peut écrire : } \sin^2(\varphi_m) = \left(\frac{1-a}{2\sqrt{a}} \right)^2 (1 - \sin^2[\varphi_m])$$

$$\text{Soit enfin : } \sin(\varphi_m) = \sqrt{\frac{(1-a)^2}{4a+(1-a)^2}} \Rightarrow \boxed{\varphi_m = \arcsin \frac{1-a}{1+a}}$$

Question 8 Déterminer les valeurs de a et de T pour que la marge de phase corresponde à celle indiquée dans le cahier des charges.

Au regard des diagrammes de Bode du correcteur à avance de phase, la phase est modifiée en $\omega = \omega_m$. On prendra donc $\omega_m = \omega_0 = 10\pi$. Ceci garantira à la fois le critère de rapidité et le critère de stabilité du cahier des charges.

$$\text{On souhaite avoir une marge de phase de } 45^\circ. \text{ Or : } M_\varphi = 180 + \underbrace{\arg(H_0(j\omega_m))}_{\text{FTBO}} + \underbrace{\arg\left(\frac{K}{p}\right)}_{\text{correcteur I + AP}} + \varphi_m$$

$$\text{Comme : } \arg(H_0(j\omega_m)) = 121^\circ \Rightarrow \varphi_m = 76^\circ$$

$$\text{Par conséquent, avec } \varphi_m = \arcsin \frac{1-a}{1+a} \text{ il faut que : } \boxed{a = 0,015}$$

$$\text{De plus, on souhaite avoir une pulsation à 0 dB égale à } 10\pi \Rightarrow \frac{1}{T\sqrt{a}} = 31,4 \text{ rad.s}^{-1} \Rightarrow \boxed{T = 0,259 \text{ s}}$$

Question 9 Déterminer la valeur de K pour satisfaire le critère de rapidité.

$$\text{Le gain doit être nul en } \omega_{0dB}. \text{ Donc, il faut que : } \underbrace{20 \log H_0(\omega_m)}_{-5dB} + \underbrace{20 \log C(\omega_m)}_{20 \log \frac{K}{\omega_m} - 10 \log a} = 0 \Rightarrow \boxed{K = 6,87}$$

**Remarque**

La question suivante est hors-programme.

Le diagramme de Black-Nichols de la FTBO corrigée est fourni sur la FIGURE 20.

Question 10 Déterminer la marge de gain.

$$\text{La lecture de diagramme de Black donne une marge de gain : } \boxed{MG \approx 80 \text{ dB} > 20 \text{ dB}}$$

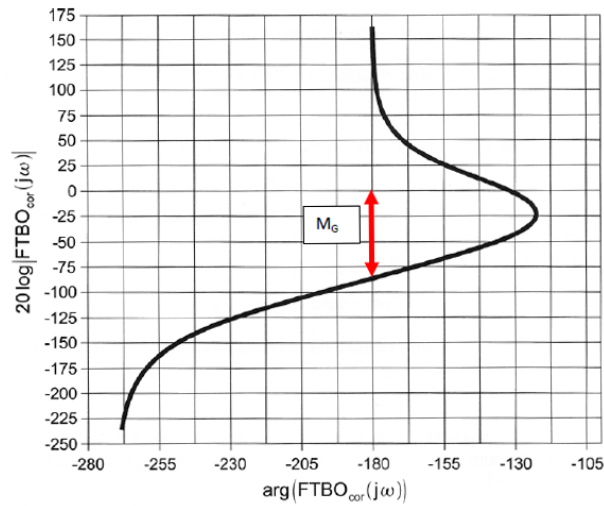


FIGURE 20 – Diagramme de Black-Nichols de la FTBO corrigée.

Question 11 Conclure sur la capacité du correcteur à satisfaire l'ensemble des critères du cahier des charges.

Toutes les exigences sont maintenant satisfaites (même si la marge de gain est largement supérieure à la valeur attendue).